Opțiuni exotice

Adrian Ionuț Codirlaşu, PhD, CFA

Decembrie 2007

Cuprins

1. Definiție, evoluție, clasificare

Evoluția produselor pentru managementul riscului a consemnat generații succesive de instrumente.

Prima generație de produse constă în instrumente derivate de bază: contracte *forward* şi opțiuni. Acestea sunt tranzacționate pe diferite piețe: burse de valori/mărfuri (contractele *futures*) sau piețe OTC (contracte *swap*). Aceste instrumente de bază facilitează transferul „tradițional” al riscului: utilizate în conjuncție cu tranzacțiile spot permit separarea şi redistribuția riscului de piață a instrumentelor financiare.

A doua generație de produse pentru managementul riscului constă în „împachetarea”/structurarea contractelor *forward* şi opțiunilor, clasele specifice de instrumente folosite fiind:

- combinații de contracte forward/opțiuni;
- combinații de opțiuni;
- structuri hibride.

Produsele acestei generații sunt construite folosind instrumente din prima generație, în vederea îndeplinirii următoarelor obiective:

- customizarea profilului de risc pentru a reduce dificultățile utilizării contratelor *forward* tradiționale care elimină oportunitatea utilizatorului de a beneficia de mişcările favorabile ale activului suport;
- reducerea primei plătite/costului *hedging*-ului – realizată prin vânzarea/cumpărarea a unor combinații de opțiuni;
- posibilitatea creării unui *leverage* superior prin utilizarea unor combinații de opțiuni;
- *hedging*-ul unor fluxuri incerte de numerar – realizat prin utilizarea unor structuri hibrid.

A treia generație de produse de risc management sunt contractele derivate exotice, instrumente care variază unul sau mai multe elemente ale structurii unei opțiuni.

Astfel, aceste instrumente sunt definite (Das, 2004) ca fiind orice opțiune pentru care cel puțin una dintre caracteristicile sale, incluzând determinarea/calculul prețului de exercițiu, caracteristicile *payoff*-ului, plata primei, mecanismele de activare/expirare, diferă de opțiunile standard call şi put sau pentru ca activul suport implică o combinație de sau mai multe active.

Opțiunile exotice sunt considerate un instrument important în managementul riscului de piață. Interesul crescut pentru aceste structuri reflectă atât dezvoltarea pieței de instrumente derivate cât şi creşterea cererii de structuri customizabile pentru managementul riscului şi *hedging*.

Importanța derivativelor exotice derivă din faptul că:

- opțiunile exotice măresc gama de instrumente utilizate în managementul/transferul riscurilor;
- opțiunile exotice creează probleme unice în ceea ce priveşte evaluarea şi *hedging*-ul acestora, ceea ce conduce la dezvoltarea teoriei privind evaluarea şi *hedging*-ul a opțiunilor în general;
- opțiunile exotice furnizează informații noi privind dimensiunile riscului, cum ar fi corelația/covarianța sau *hedging*-ul unor fluxuri de numerar cu grad redus de certitudine.

Principalii utilizatori ai acestor produse sunt:

- investitorii/managerii de portofolii;
- instituțiile nefinanciare;
- trader-ii de contracte derivate;
- instituții financiare;

iar principalele aplicații ale acestor instrumente sunt:

- managementul riscului;
- îmbunătățirea randamentului unui portofoliu;
- tranzacționarea/luarea de poziții pe un anumit activ;
- construirea de produse structurate;
- strategii de reducere a primei produselor derivate.

Principalele tipuri de opțiuni exotice sunt:

- Opțiuni dependente de traiectoria activului suport (opțiuni *path dependent*) – opțiuni caracterizate prin *payoff*-uri care sunt o funcție a traiectoriei particulare urmată de activul suport pe durata de viață a opțiunii. Traiectoria activului suport determină nu numai *payoff*-ul ci şi stuctura opțiunii. Această categorie de opțiuni include:

    - Opțiunile asiatice;
    - Opțiunile *lookback*;
    - Opțiunile *ladder*.
- Opțiuni dependente de timp (opțiuni *time dependent*) – caracterizate prin faptul că cumpărătorul acestor structuri are dreptul de a modifica o caracteristică a opțiunii la un anumit moment în timp (la date prestabilite) înainte de expirarea opțiunii. Această categorie de opțiuni include:
    - Opțiuni *chooser*;
    - Opțiuni *forward start*;
    - Opțiuni *cliquet*.
- Opțiuni dependente de limită (opțiuni *limit dependent*) – opțiuni ce încorporează un mecanism prin care contractul este activat sau dezactivat funcție de nivelul activului suport. Aceste opțiuni sunt cunoscute ca bariere.
- Opțiuni cu *payoff*-ul modificat – cele mai cunoscute opțiuni din această categorie fiind cele binare/digitale.
- Opțiuni multifactor – opțiuni care implică un profil al *payoff*-ului bazat pe relația dintre mai multe active. Cele mai reprezentative opțiuni din această categorie sunt:
    - Opțiunile compuse (opțiuni pe opțiuni);
    - Opțiunile *basket*;
    - Opțiunile de schimb (opțiunile *exchange*);
    - Opțiunile *quanto*;
    - Opțiunile pe *spread*;
    - Opțiunile curcubeu (opțiunile *rainbow*).

În general, pentru evaluarea opțiunilor exotice este adoptată o strategie bazată pe două niveluri:

- adaptarea modelului Black-Scholes-Merton în cazurile în care acesta este fezabil;
- utilizarea de metodelor numerice/simulare în cazurile în care modelul Black-Scholes-Merton sau o variantă a acestuia nu pot fi aplicate.

Acolo unde modelul Black-Scholes-Merton poate fi aplicat, opțiunile exotice sunt evaluate fie prin ajustarea formulei acestui model, fie prin împărțirea opțiunilor în componente care pot fi evaluate în acest cadru.

Pentru anumite instrumente, în special pentru opțiunile *path dependent* modelul Black-Scholes-Merton nu poate fi utilizat. În aceste cazuri, una din următoarele abordări este utilizată:

- Modelul binomial. Această abordare necesită specificarea unui proces specific de evoluție a prețului activului suport şi modelarea acestei evoluții în timp, apoi, utilizând metode iterative (numerice) este estimată valoarea opțiunii pornind de la maturitate către momentul inițial. Metodologia constă în modelarea prețului activului de bază printr-o structură binomială, iar mai recent printr-o structură trinomială/multinomială care este apoi rezolvată prin proceduri de programare matematică. Structurile binomiale/multinomiale standard sunt ajustate pentru a lua în considerare structura la termen a ratelor dobânzii pentru a permite *payoff*-urilor să fie actualizate utilizând diferite rate de actualizare la diferite momente în timp.

- Soluție analitică – care presupune determinarea prețului opțiunii prin rezolvarea unei ecuații diferențiale parțiale pe care contractul opțiunii exotice o satisface.

- Tehnici de simulare – care folosesc simularea Monte Carlo pentru generarea unor traiectorii aleatoare ale prețului activelor financiare care să simuleze comportamentul prețului activului în timp. Pe baza acestor simulări se determină valoarea aşteptată a opțiunii. Atunci când este generat un număr mare de simulări, este posibilă generarea distribuției valorii opțiunii.

- Tehnici de aproximare – care implică estimarea valorii opțiunii exotice pe baza legăturii acestora cu o problemă similară care are un răspuns cunoscut.

2.Opțiuni dependente de traiectoria activului suport

2.1. Opțiuni asiatice

Acestea sunt opțiuni al căror *payoff* depinde de media prețului activului suport, medie calculată pe o perioadă de timp şi la o anumită frecvență specificate în contract, în cadrul duratei de viață a opțiunii. Media poate fi aritmetică sau geometrică.

Cele mai importante tipuri de opțiuni asiatice sunt:

- Opțiuni cu preț de exercițiu fix sau rată medie (opțiuni *fixed strike* sau *average rate*) – opțiuni pentru care cumpărătorul unui call primeşte la maturitatea contractului maximul dintre diferența dintre media prețului activului suport şi prețul de exercițiu şi zero:

$$\text{call: } \max[AA(n) - K, 0]$$

- Opțiuni cu preț de exercițiu aleator/mediu (opțiuni *floating*/*average strike*) – opțiuni pentru care cumpărătorul unui call primeşte la maturitatea opțiunii maximul dintre diferența dintre prețul spot la maturitatea contractului şi media prețului activului suport şi zero:

$$\text{call: } \max[S_T - AA(n), 0]$$

- Opțiuni cu medie dublă (opțiuni *double average*), care sunt o combinație între opțiuni *average rate* şi opțiuni *average strike*:
    - prețul de exercițiu nu este fixat la momentul tranzacției, ci este determinat ca medie unui anumit număr de observații pe o anumită perioadă prespecificată;
    - *payoff*-ul opțiunii este bazat pe diferența dintre prețul de exercițiu descris mai sus şi prețul mediu al activului calculat pe o perioadă diferită decât în cazul prețului de exercițiu.

unde:

S_T reprezintă prețul spot la maturitatea opțiunii;

$AA(n)$ - media activului suport;

K – prețul de exercițiu al opțiunii.

Opțiunile asiatice sunt utilizate în toate clasele de active, dar în mod special pe piețele valutare şi de mărfuri, unde structura bazată pe medii facilitează *hedging*-ul unei serii de cash flow-uri.

Principalele caracteristici ale acestui tip de opțiuni sunt:

- abilitatea de a realiza *hedging*-ul unei structuri regulate sau neregulate de cash flow-ri;
- primă mai mică decât o opțiune standard datorită faptului că volatilitatea activului suport al opțiunii (media prețului unui activ) este mai mică decât volatilitatea acestui activ;
- stabilitatea *payoff*-ului – modificările bruşte şi de mare amploare ale prețului activului, mai ales în apropierea scadenței au un impact redus asupra profitului/pierderii din contractul unei opțiuni *average*.

În evaluarea opțiunilor asiatice trebuie ținut cont de:

- dependența de traiectoria activului, tipul de medie folosit (aritmetic sau geometric), distribuția prețului mediu;
- faptul că procesul nu este continuu – media este calculată în timp discret;
- media poate să nu fie calculată pe toată durata de viață a opțiunii.

În cazul în care cursul mediu al opțiunii este calculat pe baza unei medii geometrice, este posibilă evaluarea prin metode analitice a prețului opțiunii – datorită faptului că produsul unei serii aleatoare de variabile lognormale este o variabilă lognormală.

Dar dacă opțiunea se bazează pe medie aritmetică, nu este disponibilă calcularea prețului opțiunii prin metode analitice – deoarece media aritmetică a unei serii de variabile lognormale nu este o variabilă lognormală iar distribuția acesteia nu este cunoscută. Cea mai utilizată metodă în acest caz este aproximarea acestei distribuții de probabilitate. Prețul opțiunii este calculat apoi pe baza acestei distribuții.

Cel mai utilizat procedeu constă în calcularea primelor două momente ale distribuției de probabilitate ale mediei aritmetice, presupunând că această distribuție este lognormală. Această abordare necesită ca media şi varianța ale distribuției reale să fie calculate utilizând relații recursive. Distribuția reală este apoi aproximată utilizând o transformare Edgeworth a seriei într-o funcție de densitate lognormală cu media şi varianța egale cu momentele calculate pentru distribuția reală. Acest procedeu permite utilizarea soluției analitice.

În practică modelul utilizat este cel propus de Levy şi Turnbull (1991). Conform acestui model primele pentru o opțiune call şi put *average rate* sunt:

$$C = e^{-rt}\left[F \cdot N(d_1) - K \cdot N(d_2)\right]$$

$$P = e^{-rt}\left[K \cdot N(-d_2) - F \cdot N(-d_1)\right]$$

unde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{\sigma^2}{2}T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) - \frac{\sigma^2}{2}T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$F = M_1$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{t}\ln\left(\frac{M_2}{M_1}\right)$$

$$M_1 = \frac{\left(e^{(r-y)t} - 1\right)}{(r-y)t}S$$

$$M_2 = \frac{2e^{[2(r-y)+\sigma^2 t]}S^2}{(r-y-\sigma^2)(2r-2y+\sigma^2)t^2} + \frac{2S^2}{(r-y)t^2}\cdot\left(\frac{1}{2(r-y)+\sigma^2} - \frac{e^{(r-y)t}}{r-y+\sigma^2}\right)$$

unde:

C reprezintă prețul opțiunii call

P – prețul opțiunii put

S – prețul spot al activului

K – prețul de exercițiu al opțiunii

σ – volatilitatea activului

t – timpul rămas până la expirarea opțiunii

r – rata dobânzii

y – venitul adus de activ

M_1 – primul moment al distribuției

M_2 – al doilea moment al distribuției.

2.2. Opțiuni look-back

Opțiunile *look-back* reprezintă o variație a opțiunilor tradiționale, care permite cumpărătorului să nominalizeze la scadența acestora prețul de exercițiu al opțiunii. Ca urmare a acestei caracteristici, aceste opțiuni au o valoare mai mare decât cea a unei opțiuni clasice, valoare care se traduce printr-o primă mai ridicată.

Principalele aplicații ale acestor opțiuni sunt:

- *Hedging*-ul – opțiunile *look-back* permit obținerea celui mai bun preț, caracteristică ce poate fi atractivă în perioadele cu volatilitate înaltă.

- Speculația – aceste opțiuni pot fi atractive în perioadele cu volatilitate sau incertitudine ridicată. Datorită ajustării automate a acestei opțiuni, volatilitatea ridicată ar permite speculatorului să beneficieze de mişcările favorabile ale prețului activului suport.
- Separarea dintre decizia de investiție de decizia privind schimbul valutar – opțiunile *look-back* permit decuplarea celor două prin faptul că aceste opțiuni elimină necesitatea alegerii momentului intrării pe o anumită valută.

Principalele avantaje oferite pentru *hedging* de aceste opțiuni sunt:

- Permite un *hedging* optim – elimină necesitatea unui management continuu al strategiei de hedging şi cumpărătorul acestei opțiuni are garantată performanța optimă (maximă) a strategiei. Ca urmare, utilizarea acestei opțiuni elimină necesitatea alegerii momentului de intrare în strategia de *hedging*.
- Aceste opțiuni permit tranzacții cu o frecvență mai redusă decât în cazul utilizării opțiunilor clasice, cumpărătorul eliminând nevoia înlocuirii opțiunilor care au devenit *deep out-of-the-money* datorită evoluției prețului activului suport. Opțiunile *look-back* înlocuiesc automat şi în mod continuu opțiunile *out-of-the-money* cu opțiuni *at-the-money*.

Payoff-ul unei opțiuni *look-back* este determinat nu numai de prețul activului suport la scadența opțiunii dar şi de minimul sau maximul prețului acestui activ suport pe durata de viață a opțiunii.

Opțiunile *look-back* sunt clasificate în:

- Opțiuni *look-back* cu preț de exercițiu variabil (opțiuni *floating strike look-back*) – pentru care payoff-ul se determină ca diferență între prețul spot la scadența opțiunii şi prețul minim al activului suport pe durata de viață a opțiunii (în cazul opțiunii call) sau ca diferență prețul maxim şi prețul spot la scadență (în cazul opțiunii put).
- Opțiuni *look-back* cu preț de exercițiu fix (opțiuni *fixed strike look-back*) – pentru care prețul activului suport la scadența opțiunii este înlocuit cu prețul minim sau maxim al activului suport pe durata de viață a opțiunii.
- Opțiuni *look-back* parțiale (sau fracționale) – care sunt similare cu opțiunile standard *look-back*, dar în cazul acestora numai un anumit procentaj din valorile extreme ale

prețului activului suport sunt monitorizate pe parcursul unor subseturi de perioade din durata de viață a opțiunii.

Aceste opțiuni sunt evaluate prin

- metode numerice (modele binomiale sau simulări Monte Carlo) care generează traiectorii ale activului de bază (Hull şi White 1993, Kat, 1995)
- modele matematice deduse pe baza modelului Black-Scholes (doar pentru opțiunile de tip european) (Hull 2000).

Modelele numerice permit încorporarea şi a structurii la termen şi volatilității ratelor de dobândă şi de asemenea şi a structurii la termen şi *smile*-ului volatilității.

2.3. Opțiuni ladder

Caracteristica acestor opțiuni este că prețul de exercițiu este resetat periodic în mod automat şi valoarea intrinsecă garantată atunci când prețul activului de bază se tranzacționează la sau peste anumite niveluri.

Principala atracție a acestui tip de opțiune este conservarea automată a câştigurilor rezultate din evoluția prețului activului suport, ceea ce creşte probabilitatea exercitării optime a opțiunii.

Principalele caracteristici ale opțiunii sunt:

- nivelurile de preț ale activului suport la atingerea cărora valoarea intrinsecă a opțiunii se conservă;
- frecvența de observare a prețului activului suport;
- perioada, pe durata de viață a opțiunii când nivelurile de preț operează.

Payoff-ul acestui tip de opțiuni este:

Call: $Max(0, S_m - K, L_i - K)$

Put: $Max(0, K - S_m, K - L_i)$

unde:

K reprezintă prețul de exercițiu al opțiunii;

S_m - prețul spot al activului suport la maturitatea opțiunii;

L_i - cel mai mare (scăzut) nivel (specificat în contractul opțiunii) de preț al activului suport atins pe perioada de existență a opțiunii.

2.4. Opțiuni shout

Opțiunile *shout* sunt o variație a opțiunilor *ladder* care permit cumpărătorului să selecteze în mod activ *payout*-ul minim al opțiunii şi în acelaşi timp să beneficieze de evoluțiile favorabile viitoare ale prețului activului suport. Astfel, pe întreaga durată de viață a opțiunii, cumpărătorul poate conserva valoarea intrinsecă curentă a opțiunii. Opțiunile *shout* pot fi structurate cu una sau mai multe oportunități de garantare a valorii intrinseci curente. De asemenea perioada în care cumpărătorul opțiunii poate opta asupra valorii intrinseci garantate poate fi limitată.

Payoff-ul acestui tip de opțiuni este:

Call: $Max\left(0, S_m - K, S^* - K\right)$

Put: $Max\left(0, K - S_m, K - S^*\right)$

unde:

K reprezintă prețul de exercițiu al opțiunii;

S_m - prețul spot al activului suport la maturitatea opțiunii;

S^* - prețul activului suport nominalizat de către cumpărător.

2.5. Opțiuni swing

Opțiunile *swing* reprezintă un pachet de opțiuni europene dar numărul total de opțiuni care pot fi exercitate este inferior numărului de opțiuni cumpărate – cumpărătorul are opțiunea de a exercita anumite, dar nu toate opțiunile cumpărate, câştigul fiind reducerea costului pachetului de opțiuni cumpărate.

Cele mai multe aplicații ale acestui tip de opțiuni sunt pe piețele de mărfuri şi monetare. De exemplu în cazul piețelor monetare, o aplicație a acestui tip de opțiune este opțiunea *swing* pe rata dobânzii (sau opțiunea *cap* flexibilă) – care constă într-o opțiune *cap* pentru care numai un număr limitat de *caplet*-uri (inferior numărului total de *caplet*-uri) poate fi exercitat.

Evaluarea acestor opțiuni se realizează în general prin metode numerice (modele binomiale şi simulări Monte Carlo).

3.Opțiuni dependente de timp

3.1. Opțiuni forward-start

Opțiunile *forward-start* sunt opțiuni care încep să funcționeze la o dată prestabilită iar prețul lor de exercițiu este prețul spot al activului suport la momentul activării opțiunii.

Aceste opțiuni sunt utilizate în special pe piața monetară – opțiuni *forward-start* pe rata dobânzii, denumite şi opțiuni *cap* şi *floor* periodice – pentru care prețul de exercițiu al fiecărui *caplet* şi *floorlet* se stabileşte la începutul fiecărei perioade, de obicei aplicându-se o marjă ratei dobânzii spot.

Principala atracție a acestor opțiuni este costul redus al acestei structuri.

Evaluarea acestor opțiuni se realizează atât prin soluții analitice cât şi numerice (modele binomiale şi simulări Monte Carlo).

3.2. Opțiuni cliquet

Aceste opțiuni (denumite şi opțiuni *ratchet* sau *reset*) sunt o variație a opțiunilor *ladder* şi permit cumpărătorului să conserve valoarea intrinsecă a opțiunii la o dată prestabilită. Astfel, cumpărătorul are garantat un *payoff* minim, calculat la data prestabilită, indiferent de evoluția ulterioară a activului suport până la maturitatea opțiunii (de exemplu, cumpărătorul unei opțiuni *one-clique* are *payoff-ul* determinat ca diferență dintre prețul spot al activului suport la un anumit moment prespecificat, înainte de maturitatea opțiunii, şi prețul de exercițiu).

Payoff-ul unei opțiuni *cliquet* este:

Call: $\max(0, S_m - K, S_i - K)$

Put: $\max(0, K - S_m, K - S_i)$

unde:

K reprezintă prețul de exercițiu al opțiunii,

S_m - prețul spot al activului suport la maturitatea opțiunii,

S_i - prețul spot al activului suport la momentul predeterminat la care se calculează (şi conservă) valoarea intrinsecă a opțiunii.

Principalele caracteristici structurale ale opțiunilor *cliquet* sunt:

- numărul de date la care se conservă valoarea intrinsecă a opțiunii;
- frecvența de observare a prețului activului suport.

Valoarea opțiunii *cliquet* este calculată prin metode numerice sau simulare Monte Carlo.

3.3. Opțiuni chooser

La momentul tranzacției cumpărătorul şi vânzătorul unui asemenea contract stabilesc activul suport prețul de exercițiu, scadența şi prima opțiunii. Cumpărătorul selectează tipul opțiunii (put/call) până la/la o dată prestabilită, înainte de expirarea opțiunii.

Aceste structuri sunt utilizate, pe piețele valutare, de mărfuri şi acțiuni, principalele aplicații fiind:

- Tranzacționarea în condiții de volatilitate extremă a pieței, opțiunile *chooser* permițând expunere la un cost mai mic decât un *straddle*.
- *Hedging*-ul în cazul în care direcția expunerii nu este cunoscută.

Evaluarea opțiunilor *chooser* porneşte de la ipoteza că *payoff*-ul acestor opțiuni va fi maximul dintre valoarea unui *call* şi a unui *put*:

Max (C, P),

unde:

C reprezintă valoarea unei opțiuni call cu prețul de exercițiu *K* şi timpul până la expirare *t*,

P – valoarea unei opțiuni put cu prețul de exercițiu *K* şi timpul până la expirare *t*,

t^* - data la care cumpărătorul trebuie să opteze între call şi put,

S_{t^*} - prețul activului suport la momentul t^*.

Presupunând că:

r este rata dobânzii până la expirarea opțiunii,

y – venitul adus de activul suport,

şi utilizând paritatea put call, valoarea opţiunii *chooser* poate fi scrisă:

$$\max(C,P) = \max(C, C + Ke^{-r(t-t^*)} - S_{t^*}e^{-y(t-t^*)})$$
$$= C + e^{-y(t-t^*)}\max(0, Ke^{-(r-y)(t-t^*)} - S_{t^*})$$

ceea ce arată că opţiunea *chooser* poate fi replicată:

- cumpărând o opţiune call cu preţul de exerciţiu K şi timpul până la maturitate t,
- cumpărând $e^{-y(t-t^*)}$ opţiuni put cu preţul de exerciţiu $Ke^{-(r-y)(t-t^*)}$ şi timpul până la maturitate t^*.

Astfel, valoarea unei opţiuni *chooser* poate fi calculată ca valoarea cumulată a două opţiuni (folosind modelul Black-Scholes-Merton sau binomial)

4.Opţiuni dependente de limită – opţiuni barieră

Opţiunile barieră sunt printre cele mai tranzacţionate opţiuni exotice, fiind utilizate în majoritatea claselor de active, dar în special pe pieţele valutare, monetare şi de acţiuni. În totalul tranzacţiilor cu derivate exotice, tranzacţiile cu opţiuni barieră şi derivate ale acestora ocupă 60 – 70 la sută.

Opţiunile barieră sunt similare cu cele europene cu condiţia că, dacă pe parcursul vieţii opţiunii, un anumit nivel (barieră) al preţului activului suport este atins, atunci opţiunea este fie activată (*knock in*), fie expiră (*knock out*).

Barierele pot fi:

- americane sau europene,
- parţiale – atunci când operează numai pentru o perioadă, care este mai scurtă decât timpul până la maturitate al opţiunii,
- discontinue – atunci când bariera operează numai la anumite date prestabilite,
- simple – o singură barieră/duble – două bariere.

Funcţie de tipul barierei şi poziţia acesteia faţă de cursul spot opţiunile barieră sunt:

- *Knock in*/*knock out* – pentru care barierele sunt *out of the money* – sub preţul de exerciţiu pentru opţiunile call, peste preţul de exerciţiu pentru opţiunile put. Pentru opţiunile *knock* *out* dacă bariera nu este atinsă sau pentru opțiunile *knock in* dacă bariera este atinsă *payout*-ul este similar cu cel al unei opțiuni europene; în caz contrar este zero.

- *Reverse knock in*/*reverse knock out* – pentru care barierele sunt *in the money* – peste prețul de exercițiu pentru opțiunile call, sub prețul de exercițiu pentru opțiunile put. Pentru opțiunile *reverse knock out* dacă bariera este atinsă, valoarea opțiunii este zero şi în cazul în care bariera nu este atinsă *payout*-ul este identic cu cel al unei opțiuni europene; iar pentru opțiunile *reverse knock in*, dacă bariera este atinsă *payout*-ul este identic cu cel al unei opțiuni similare europene, şi zero în caz contrar.

Funcție de tipul barierei (*in* sau *out*) şi poziția acestuia față de cursul spot, opțiunile barieră mai sunt denumite:

- *up and in*,
- *up and out*,
- *down and in*,
- *down and out*.

În determinarea evenimentelor (atingerea/neatingerea barierei) principale probleme includ:

- Perioada în care se observă prețul activului suport. Anumiți traderi restrâng această perioadă la orele normale de tranzacționare (iar prețurile din afara acestei perioade sunt ignorate), iar alți traderi observă prețurile din orice moment (teoretic şi prețurile din zilele nelucrătoare) pentru a determina dacă bariera a fost atinsă.
- Prețurile cotate/tranzacționate – evenimentul se bazează pe un preț cotat (dar netranzacționat) sau numai pe un preț tranzacționat efectiv.
- Volumul tranzacției – anumiți dealeri pot specifica un anumit volum al tranzacției pentru ca bariera să fie considerată atinsă.
- Tranzacții interne/externe – dacă pentru ca bariera să fie considerată atinsă, tranzacția poate fi şi internă (între două entități ale aceluiaşi grup) sau trebuie ca cel puțin una din părți să fie o contrapartidă externă.
- Tranzacțiile în afara pieței – dacă tranzacțiile realizate în afara pieței se iau în considerare în determinarea evenimentelor.
- Partea care certifică atingerea barierei.

- Cerințele de verificabilitate – posibilitatea ca ambele părți să poată verifica atingerea barierei.

Principalele aplicații ale acestor opțiuni sunt:

- *Hedging*-ul structurat – realizarea unui *hedging* care să se potrivească expunerii contrapartidei;
- Restructurarea unui *hedging* existent.

Payoff-ul opțiunilor barieră poate fi scris:

- *down and in* call $(\omega = 1)$/put $(\omega = -1)$

  $\max\{[\omega S(t^*) - \omega K, 0] \mid S(t) > H, S(T) \le H, t < T \le t^*\}$

  sau

  $Rm(\tau)$ dacă $S(t) > H$ şi $S(T) > H$ pentru toți $t < T \le t^*$
- *up and in* call $(\omega = 1)$/put $(\omega = -1)$

  $\max\{[\omega S(t^*) - \omega K, 0] \mid S(t) < H, S(T) \ge H, t < T \le t^*\}$

  sau

  $Rm(\tau)$ dacă $S(t) < H$ şi $S(T) < H$ pentru toți $t < T \le t^*$
- *down and out* call $(\omega = 1)$/put $(\omega = -1)$

  $\max\{[\omega S(t^*) - \omega K, 0] \mid S(t) > H, S(T) > H, pentru\_toti\_t < T \le t^*\}$

  sau

  $R(T)$ dacă $S(t) > H$ şi $S(T) \le H$ pentru $t < T \le t^*$
- *up and out* call $(\omega = 1)$/put $(\omega = -1)$

  $\max\{[\omega S(t^*) - \omega K, 0] \mid S(t) < H, S(T) < H, pentru\_toti\_t < T \le t^*\}$

  sau

  $R(T)$ dacă $S(t) < H$ şi $S(T) \ge H$ pentru $t < T \le t^*$

unde:

$S(t)$ reprezintă prețul spot al activului suport la momentul *t*,

K – prețul de exercițiu al opțiunii,

t, t^* - momentul curent şi respectiv scadența opțiunii,

H – bariera opțiunii,
R – suma plătită de către vânzător cumpărătorului în cazul în care valoarea opțiunii este zero,
m – maturitatea opțiunii.

Evaluarea opțiunilor barieră se realizează fie prin metode analitice fie prin metode numerice (modele binomiale/trinomiale şi simulări Monte Carlo). În cazul utilizării modelelor binomiale/trinomiale, acestea trebuie adaptate pentru a încorpora bariera. Aceasta se încorporează punând condiția ca valoarea opțiunii să fie zero atunci când opțiunea expiră (în cazul opțiunilor *knock out*) sau nu este activată (în cazul opțiunilor *knock in*).

Hull (2000) prezintă soluții analitice pentru evaluarea opțiunilor barieră.

Notând cu:
S – prețul activului suport,
K – prețul de exercițiu al opțiunii,
H – bariera,
t – timpul până la maturitatea opțiunii,
r – rata dobânzii,
q – venitul adus de activul suport,
σ - volatilitatea activului suport,
soluția analitică pentru evaluarea opțiunilor call şi put cu bariere este:

1. Pentru opțiunea call:

dacă $H \le K$, atunci valoarea unei opțiuni *call knock in* (*down and in*) este:

$$Se^{-qt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} N(y) - Ke^{-rt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} N\left(y-\sigma\sqrt{t}\right)$$

unde:

$$\lambda = \frac{r-q-\frac{\sigma^2}{2}}{\sigma^2}$$

$$y = \frac{\ln\left(\frac{H^2}{SK}\right)}{\sigma\sqrt{t}} + \lambda\sigma\sqrt{t}$$

Utilizând relația de arbitraj dintre opțiunile *knock in* şi *knock out*, valoarea unei opțiuni *call knock out* (*down and out*) este:

Prima unei opțiuni call *knock out* (*down and out*) = prima unei opțiuni call – prima unei opțiuni *call knock in* (*down and in*).

Dacă $H \geq K$, atunci valoarea unei opțiuni call *knock out* (*down and out*) este:

$$SN(x_1)e^{-qt} - Ke^{-rt}N\left(x_1 - \sigma\sqrt{t}\right) - Se^{-qt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} N(y_1) + Ke^{-rt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} N\left(y_1 - \sigma\sqrt{t}\right)$$

unde:

$$x_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{H}\right)}{\sigma\sqrt{t}} + \lambda\sigma\sqrt{t}$$

$$y_1 = \frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right)}{\sigma\sqrt{t}} + \lambda\sigma\sqrt{t}\ .$$

Valoarea unui call *knock in* (*down and in*) se determină punând condiția inexistenței oportunității de arbitraj între call, call *knock in* şi call *knock out*:

Prima unei opțiuni call *knock in* (*down and in*) = prima unei opțiuni call – prima unei opțiuni *call knock out* (*down and out*).

Dacă $H < K$, atunci valoarea unui call *reverse knock out* (*up and out*) este 0 şi valoarea unui call *reverse knock in* (*up and in*) este egală cu valoarea unui call.

Dacă $H \geq K$, atunci valoarea unei opțiuni call *reverse knock in* (*up and in*) este:

$$SN(x_1)e^{-qt} - Ke^{-rt}N\left(x_1 - \sigma\sqrt{t}\right) - Se^{-qt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda}\left[N(-y) - N(-y_1)\right]$$
$$+ Ke^{-rt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2}\left[N\left(-y + \sigma\sqrt{t}\right) - N\left(-y_1 + \sigma\sqrt{t}\right)\right]$$

Valoarea unei opțiuni call *reverse knock out* (*up and out*) este:

Prima unei opțiuni call *reverse knock out* (*up and out*) = prima unei opțiuni call – prima unei opțiuni call *reverse knock in* (*up and in*).

2. Pentru opțiunea put:

Dacă $H \geq K$, atunci valoarea unei opțiuni put *knock in* (*up and in*) este:

$$-Se^{-qt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} N(-y) - Ke^{-rt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} N\left(-y+\sigma\sqrt{t}\right).$$

Valoarea unei opțiuni put *knock out* (*up and out*) este:
Prima put *knock out* (*up and out*) = prima put – prima put *knock in* (*up and in*).

Dacă $H \leq K$, valoarea unui put *knock out* (*up and out*) este:

$$-SN(x_1)e^{-qt} + Ke^{-rt}N\left(-x_1+\sigma\sqrt{t}\right) + Se^{-qt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} N(-y_1) - Ke^{-rt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} N\left(-y+\sigma\sqrt{t}\right)$$ Valoarea unei opțiuni put *knock in* (*up and in*) este:

Prima opțiune put *knock in* (*up and in*) = prima put – prima put *knock out* (*up and out*).

Dacă $H \geq K$, atunci valoarea unui put *reverse knock out* (*down and out*) este 0 şi valoarea unui put *reverse knock in* (*down and in*) este egală cu valoarea unui put standard.

Dacă $H \leq K$, atunci valoarea unui put *reverse knock in* (*down and in*) este:

$$-SN(-x_1)e^{-qt} + Ke^{-rt}N\left(-x_1+\sigma\sqrt{t}\right) + Se^{-qt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda}\left[N(y) - N(y_1)\right]$$
$$-Ke^{-rt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2}\left[N\left(y-\sigma\sqrt{t}\right) - N\left(y_1-\sigma\sqrt{t}\right)\right]$$

Valoarea unui put *reverse knock out* (*down and out*) este:

Prima opțiune put *reverse knock out* (*down and out*) = prima put – prima put *reverse knock in* (*down and in*).

Senzitivitățile opțiunii sunt afectate de existența barierei după cum urmează:

- Delta. Aceasta este semnificativ diferită față de cea a unei opțiuni simple (care poate lua valori între 0 şi 1 pentru un call şi 0 şi -1 pentru un put). De exemplu o opțiune call cu barieră poate avea delta negativ sau delta mai mare decât 1.
- Gamma. În cazul în care delta este mai mare decât 1, gamma poate lua valori mari. De asemenea, faptul că delta este discontinuu, gamma poate fi infinit.
- Vega. Valoarea opțiunilor *plain vanilla* creşte o dată cu majorarea volatilității. În schimb, pentru opțiunile *knock out*, creşterea volatilității implică o probabilitate mai mare ca opțiunea să dispară, ceea ce conduce la o relație inversă între valoarea opțiunii şi volatilitatea activului suport. Pentru a capta mai bine riscul opțiunilor exotice, în practică mai sunt folosite senzitivitatea lui vega funcție de evoluția volatilității implicite şi senzitivitatea lui vega funcție de cursul spot.

O altă problemă în evaluarea opțiunilor cu bariere este volatilitatea care va fi folosită pentru evaluarea acestora. În cazul utilizării suprafeței de volatilitate, atunci volatilitatea pentru prețul de exercițiu va fi diferită de volatilitatea pentru barieră, cele două volatilități fiind puncte diferite de pe *smile*. În practică au fost propuse mai multe abordări (Wilmott, 1998):

- Suprafețe locale de volatilitate – ceea ce presupune luarea în considerare a *smile*-ului şi a structurii la termen a volatilității;
- Două modele de volatilitate – această abordare extinzând modelul standard prin adăugarea unei volatilități separate pentru barieră.

În privința *hedging*-ului acestor opțiuni în practică sunt aplicate mai multe abordări:

- *Hedging*-ul dinamic – care este dificil pentru opțiunile cu barieră (Taleb 1997) datorită discontinuităților în delta şi a măsurii gamma ridicate (iar în unele cazuri infinit).
- Replicare statică - care implică replicarea profilului opțiunii cu barieră printr-un portofoliu de opțiuni convenționale (Bowie şi Carr, 1994). Această metodă are ca avantaje reducerea costului de rebalansare a portofoliului, reducerea riscului datorat lui gamma, expunere minimă față de estimarea volatilității (deoarece replicarea statică necesită doar volatilitățile implicite ale opțiunilor *plain vanilla* folosite pentru *hedging*).

5.Opțiuni cu payoff-ul modificat

5.1. Opțiuni digitale (binare)

Acestea sunt opțiuni al căror *payout* este discontinuu şi fix. În cazul unei opțiuni digitale standard, în cazul în care prețul de exercițiu/bariera este atinsă, *payout*-ul este o sumă predeterminată fixă. Aceste opțiuni pot fi americane sau europene, cu o singură sau cu două bariere.

Cele mai tranzacționate opțiuni digitale sunt:

- *One touch* – opțiune americană care are un *payoff* fix predeterminat în cazul în care cursul atinge bariera până la scadența opțiunii şi zero în caz contrar;
- *No touch* – opțiune americană care are un *payoff* fix predeterminat în cazul în care cursul nu atinge bariera până la scadența opțiunii şi zero în caz contrar;
- *Double one touch* – opțiune americană care are un *payoff* fix predeterminat în cazul în care cursul atinge una din cele două bariere până la scadența opțiunii şi zero în caz contrar;
- *Double no touch* – opțiune americană care are un *payoff* fix predeterminat în cazul în care nu cursul atinge nici una dintre cele două bariere până la scadența opțiunii şi zero în caz contrar.

Evaluarea acestor opțiuni pune probleme specifice deoarece *payoff*-ul acestor opțiuni este fix, în practică fiind utilizate atât metode analitice (pentru opțiunile cu o singură barieră), cât şi metode numerice (modele binomiale, simulări Monte Carlo).

Tranzacționarea şi managementul riscului pentru aceste opțiuni prezintă dificultăți deoarece, datorită discontinuităților în *payoff*-ul acestor opțiuni, în jurul barierei/prețului de exercițiu, modificări mici ale activului suport pot avea efecte mari asupra valorii opțiunii. Ca urmare, senzitivitățile opțiunilor digitale se comportă după cum urmează:

- Delta. Aceasta este mare în jurul barierei/prețului de exercițiu – ceea ce reflectă faptul că, dacă opțiunea expiră (în cazul opțiunilor europene) *in the money*, atunci această opțiune va avea o valoare mare. De asemenea, ca şi în cazul opțiunilor cu bariere, delta poate lua atât valori pozitive cât şi valori negative, iar valoarea absolută a lui delta poate fi mare (mai mare decât 1), ceea ce reflectă faptul că o opțiune digitală aflată marginal *in the money* poate avea un *payout* mult mai mare decât o opțiune convențională. Delta unei opțiuni digitale se poate schimba rapid în cazul în care activul suport se tranzacționează în jurul prețului de exercițiu/barierei sau atunci când timpul până la expirare e scurt (mai ales în cazul opțiunilor europene).

- Gamma. Datorită faptului că delta opțiunilor digitale se poate schimba rapid, gamma poate avea valori ridicate atunci când activul suport se tranzacționează în jurul prețului de exercițiu sau când timpul până la expirare e scurt.
- Vega. Opțiunile digitale, similar cu cele cu barieră sunt senzitive la modificarea volatilității în jurul prețului de exercițiu/barierei.

Datorită discontinuităților în *payof*-ull acestor opțiuni, *hedging*-ul dinamic al opțiunilor digitale este dificil (Priest, 1997). Din această cauză, în practică este utilizat *hedging*-ul static al acestor opțiuni (Bowie, Johnatan şi Carr, 1994).

Hedging-ul static poate fi realizat utilizând opțiuni standard prin strategii *spread* – strategii care pot replica cu acuratețe *payoff*-ul unei opțiuni digitale: trader-ul va trebui să construiască o strategie *spread* în care diferența dintre cele două prețuri de exercițiu este mică şi să ajusteze noționalul celor două opțiuni componente ale *spread*-ului astfel încât această strategie să aibă un *payoff* similar cu cel au unei opțiuni digitale. Dar, această strategie de *hedging* se complică datorita faptului că strategia *spread* şi opțiunea digitală vor avea comportamente (valoarea lor va evolua diferit) diferite până la scadență.

5.2. Opțiuni contingent premium

Opțiunile *contingent premium* sunt o aplicație specială a opțiunilor digitale. Aceste opțiuni sunt caracterizate prin faptul că prima lor nu este plătită la tranzacționarea contractului ci este plătită la expirarea opțiunii şi condiționată de expirarea *in the money* a opțiunii.

Evaluarea acestui tip de opțiuni se bazează pe descompunerea acesteia în părțile componente:

- Cumpărarea unei opțiuni standard;
- Vânzarea unei opțiuni digitale care are acelaşi preț de exercițiu/barieră cu cel al opțiunii standard şi un *payoff* egal cu prima opțiunii *plain vanilla*.

5.3. Opțiuni exponențiale

Aceste opțiuni se diferențiază de opțiunile standard prin faptul că *payoff*-ul opțiunilor exponențiale se determină prin ridicarea la o putere (mai mare decât 1) a valorii intrinseci a opțiunii standard.

Astfel, *payoff*-ul unei opțiuni exponențiale poate fi scris:

- Call: $\max\left[0, (S_m - K)^n\right]$
- Put: $\max\left[0, (K - S_m)^n\right]$

unde:

K reprezintă prețul de exercițiu al opțiunii,

S_m - prețul activului suport la maturitatea opțiunii,

n – puterea la care se ridică valoarea intrinsecă a opțiunii.

6. Opțiuni multifactor

6.1. Opțiuni curcubeu (rainbow)

Opțiunile curcubeu reprezintă un nume generic folosit pentru descrierea unor structuri a căror caracteristică este faptul că *payoff*-ul acestora depinde de performanța relativă a două sau mai multe active (numite culorile curcubeului).

Aceste opțiuni permit cumpărătorului:

- reducerea primei de cumpărare a opțiunilor (comparativ cu cumpărarea unei opțiuni standard pentru fiecare activ),
- tranzacționarea pe baza aşteptărilor privind evoluția relativă a două sau mai multe active.

Cele mai cunoscute structuri sunt:

- Opțiuni *best of*/*worst off* (numite şi opțiuni alternative) – pentru care cumpărătorul lor primeşte cea mai mare (în cazul opțiunilor *best of*) sau cea mai mică (*worst of*) modificare de preț (în termeni procentuali față de prețul de exercițiu) dintre două sau mai multe active. *Payoff*-ul este egal cu modificarea procentuală pozitivă sau negativă față de prețul de exercițiu multiplicată cu noționalul opțiunii:

Opțiune *best of*: $\max(\Delta S_1, \Delta S_2, ..., \Delta S_n)$

Opțiune *worst of*: $\min(\Delta S_1, \Delta S_2, ..., \Delta S_n)$

unde ΔS_n reprezintă modificarea procentuală a activului *n* față de prețul de exercițiu.

- Opțiuni *outperformance* – cumpărătorul acestor structuri are ca *payoff* diferența de performanță dintre două active predeterminate: randamentul (procentual) al unui activ minus randamentul (procentual) al celui de al doilea multiplicate cu noționalul opțiunii. În general, prețul de exercițiu al opțiunii este prețul spot al activelor la momentul tranzacționării contractului.

Evaluarea acestor opțiuni poate fi realizată atât prin metode analitice cât şi numerice. Problemele care apar în evaluarea acestor opțiuni sunt legate de :

- Imposibilitatea asumării distribuției log-normale ale activelor suport deoarece suma sau diferența a două variabile cu distribuție log-normală poate să nu fie log-normală.
- Necesitatea încorporării corelației între evoluțiile activelor suport.

Pentru *hedging*-ul acestor instrumente pe lângă senzitivitățile standard este utilizată şi senzitivitatea prețului opțiunii funcție de coeficientul de corelație dintre active – Chi (χ).

6.2. Opțiuni de schimb (exchange)

Cumpărătorul acestei structuri are dreptul de a schimba un activ cu un alt activ.

Payoff-ul acestei opțiuni este: $\max\left(0, S_2^* - S_1^*\right)$,

unde:

S_1^* reprezintă prețul activului 1 la scadența opțiunii,

S_2^* - prețul activului 2 la scadența opțiunii.

Opțiunea de schimb este echivalentă cu o opțiune call care are ca activ suport al doilea activ şi ca preț de exercițiu cursul forward al primului activ sau cu o opțiune put care are ca activ suport primul activ şi ca preț de exercițiu cursul forward al celui de al doilea activ.

Aceste structuri sunt folosite în special pe piețele valutare – opțiuni pe cursul de schimb (dreptul de a schimba o monedă într-o altă monedă) şi în achiziții şi fuziuni (dreptul de a schimba o acțiune cu o altă acțiune).

6.3. Opțiuni spread

Opțiunile *spread* sunt o structură în cazul căreia activul suport este diferențialul dintre prețurile a două active (de exemplu două rate de dobândă sau doi indici bursieri).

Payoff-ul acestor structuri este: $\max[0,(a \cdot S_1 + b \cdot S_2 + c)]$,

unde:

a, *b* şi *c* sunt constante,

S_1 reprezintă prețul sau *yield*-ul primului activ,

S_2 - prețul sau *yield*-ul celui de al doilea activ.

Atunci când activul de bază al opțiunii *spread* este diferențialul dintre *yield*-urile a două active, *b* este -1. Dacă c este zero, opțiunea *spread* este identică cu opțiunea de schimb.

Settlement-ul opțiunii poate fi realizat prin:

- Plată în numerar – egală cu valoarea *in the money* a opțiunii (metoda cea mai des utilizată);
- Fizic – care presupune cumpărarea şi vânzarea a celor două active pe baza cărora este calculat *spread*-ul.

Principala aplicație a acestor structuri este posibilitatea de a tranzacționa riscul relativ.

Cele mai importante opțiuni *spread* sunt cele pe rata dobânzii, împărțite în două categorii:

- Structuri pe o singură monedă – care se referă la diferențialul dintre ratele de dobândă pentru aceeaşi monedă:
  - opțiuni pe curba de randament – care permit tranzacționarea formei curbei de randament,
  - opțiuni *spread intra-market* – care permit tranzacționarea ratelor relative dintre două instrumente.

- Structuri pe două monede – care se referă la diferențialul dintre ratele de dobândă pentru două monede:
  - opțiuni *cross currency bond spred* – care permit tranzacționarea diferențialului de *yield*-uri dintre două obligațiuni denominate în două monede diferite,
  - opțiuni cross-*currency money market spread* – care permit tranzacționarea diferențialului dintre două rate de dobândă de piață monetară pentru două monede diferite.

În evaluarea acestor structuri, principalii factori care determină valoarea opțiunii *spread* sunt *spread*-ul *forward* dintre cele două active şi volatilitatea acestui *spread*.

Evaluarea poate fi realizată prin:

- modelarea *spread*-ului ca un activ de bază – care permite utilizarea de metode analitice bazate pe modelul Black-Scholes-Merton.
- modele de opțiuni multifactor ceea ce presupune utilizarea de metode numerice.

6.4. Opțiuni compuse

O opțiune compusă este o opțiune europeană cu activ suport o opțiune europeană. La scadență, dacă aceasta este *in the money* (valoarea de piață este mai mare decât prima opțiunii activ suport), opțiunea compusă poate fi exercitată şi cumpărătorul opțiunii compuse va primi opțiunea activ suport.

Prețul de exercițiu al opțiunii compuse este prima opțiunii activ suport (care va fi plătită la scadența opțiunii compuse de către cumpărătorul acesteia, în cazul în care opțiunea compusă este exercitată).

Principalele elemente ale opțiunii compuse, elemente ce trebuie stabilite la momentul tranzacționării opțiunii sunt:

- prețul de exercițiu şi scadența opțiunii activ de bază,
- prețul de exercițiu şi scadența opțiunii compuse,
- prețul activului de bază, volatilitatea acestuia şi rata dobânzii.

Caracteristicile care fac această structură atractivă sunt:

- prima scăzută a opțiunii compuse,
- posibilitatea de a tranzacționa volatilitatea (la momentul tranzacționării opțiunii compuse, prima opțiunii activ de bază este fixată ceea ce presupune că volatilitatea activului de bază este fixată).

Opțiunile compuse sunt în general utilizate pe piețele valutare şi monetare.

Evaluarea opțiunilor compuse poate fi realizată atât prin metode analitice cât şi numerice.

6.5. Opțiuni coş (basket)

Opțiunile coş se diferențiază de opțiunile standard prin faptul că *payoff*-ul acestei structuri este determinat de valoarea agregată a unui coş de active.

Payoff-ul acestei structuri poate fi scris:

- call: $\max\left[\sum_{i=1}^{n} w_i S_i - K, 0\right]$
- put: $\max\left[K - \sum_{i=1}^{n} w_i S_i, 0\right]$

unde:

S_i reprezintă prețul activului *i* din coş,

w_i - ponderea, în puncte procentuale, a activului *i* în coşul de active,

K – prețul de exercițiu.

Structura acestei opțiuni implică faptul că, datorită corelației activelor incluse în coş, prețul acestei structuri este, în general, inferior sumei prețului opțiunilor având ca activ suport activele introduse în coş.

Principalele aplicații ale acestor structuri sunt:

- *hedging*-ul riscului valutar – prin structurarea de opțiuni având ca activ suport un coş de monede,
- crearea de coşuri sintetice de acțiuni.

Factorii suplimentari care trebuie luați în considerare în evaluarea acestor structuri sunt:

- numărul de active şi ponderea fiecărui activ în coşul de active,
- volatilitatea fiecărui activ,
- coeficienții de corelație dintre componentele coşului de active.

Principalele metodologii utilizate în evaluarea opțiunilor coş sunt:

- metode numerice (modele binomiale, simulări Monte Carlo),
- tehnici de aproximare – prin care valoarea opțiunii este estimată pe baza ipotezelor privind distribuția valorii coşului de active. Una dintre aceste procedee este metoda momentelor prin care primele două momente ale distribuției coşului de valute sunt calculate şi sunt folosite pentru generarea distribuției valorii coşului presupunând că aceasta este log-normal distribuită.

Hedging-ul acestor structuri implică utilizarea de *delta* şi vega multiple şi tranzacționarea activelor componente ale coşului.

6.6. Opțiuni cu noționalul ajustabil (quanto)

Opțiunile cu noțional ajustabil (*quanto*) se referă la structuri de opțiuni unde noționalul activului pentru care se face *hedging* este determinat de evoluția unei alte variabile (activ). O opțiune *quanto* este un contract derivat denominat într-o monedă diferită de moneda în care este denominat activul al cărui *hedging* trebuie realizat.

Principala caracteristică a opțiunilor *quanto* este capacitatea acestei structuri de a utiliza corelația dintre activul de bază şi moneda în care acesta este denominat pentru a crea un *hedging* care să corespundă mai bine profilului de risc:

- crearea unui expuneri pe un anumit activ şi minimizarea riscului valutar,
- majorarea sau micşorarea costului opțiunii funcție de diferențialul de dobândă dintre cele două monede şi corelația dintre activul de bază şi moneda în care acesta este denominat.

Principalele produse *quanto* includ:

- opțiuni pe acțiuni sau indici bursieri protejate contra riscului valutar,
- opțiuni pe instrumente cu venit fix protejate contra riscului valutar,

- *spread*-uri între acțiuni şi/sau instrumente cu venit fix protejate față de riscul valutar (de exemplu, *indexed differentail swaps* – care presupune *hedging*-ul riscului valutar pentru diferențialul de dobânzi dintre două piețe monetare).

Evaluarea opțiunilor *quanto* poate fi realizată atât prin modele analitice cât şi numerice.

În cazul utilizării modelelor analitice, modelul Black-Scholes poate fi adaptat pentru evaluarea acestor structuri. Principala diferență față de modelul standard este impactul diferențialului de rate de dobândă şi corelația dintre prețul activului de bază.

Gastineau (1993) prezintă o soluție analitică pentru evaluarea opțiunilor *quanto*:

Notând cu:
S – prețul activului în moneda străină,
K – prețul de exercițiu în moneda străină,
FX – cursul de schimb fix la care veniturile din opțiune vor fi convertite în monedă locală,
y – randamentul adus de activul suport,
σ_S – volatilitatea activului suport,
σ_{fx} – volatilitatea cursului de schimb,
r_f – rata dobânzii pentru moneda străină,
r – rata dobânzii pentru moneda locală,
t – timpul până la maturitatea opțiunii,
ρ – coeficientul de corelație dintre prețul activului suport şi cursul de schimb,

Prima unei opțiuni call europeană este:
$$FX\left(Se^{-(r-r_f+y+\rho\sigma_S\sigma_{fx})t}N(d)-Ke^{-rt}N\left(d-\sigma_S\sqrt{t}\right)\right)$$

Prima unei opțiuni put europene este:
$$FX\left(Ke^{-rt}N\left(-d+\sigma_S\sqrt{t}\right)-Se^{-(r-r_f+y+\rho\sigma_S\sigma_{fx})t}N(-d)\right)$$

unde:

$$d = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r_f - y + \frac{\sigma^2}{2} - \rho\sigma_S\sigma_{fx}\right)t}{\sigma_S\sqrt{t}}$$

Comportamentul opțiunilor *quanto* este complex. Atunci când corelația dintre activul suport şi cursul de schimb este zero, costul unei opțiuni *quanto* este similar cu cel al unei opțiuni standard. De asemenea, atunci când timpul până la scadența opțiunii este redus, diferența dintre cele două prețuri este mică deoarece impactul punctelor forward este redus.

Atunci când corelația dintre prețul activului suport şi cursul de schimb relativ este pozitivă, opțiunea call *quanto* este mai ieftină iar opțiunea put *qoanto* este mai scumpă decât opțiunile standard similare şi invers atunci când corelația este negativă – ceea ce reflectă faptul că facilitatea *quanto* a opțiunii îmbunătățeşte *payoff*-ul cumpărătorului numai în situația în care cursul de schimb este mai depreciat decât cursul garantat.

În general, *hedging*-ul opțiunilor *quanto* se realizează în mod dinamic prin utilizarea unui portofoliu de instrumente care include:

- activul de bază,
- contracte forward sau poziții spot în cursul de schimb între moneda în care este denominat activul de bază şi moneda locală.

6.6. Opțiuni defined exercise

Aceste structuri (numite şi opțiuni *outside barrier* sau *gap correlation*) sunt similare cu opțiunile barieră cu deosebirea că două active sunt folosite pentru determinarea *payoff*-ului opțiunii. Valoarea opțiunii este determinată de prețul unui activ, iar evoluția prețului celui de al doilea activ determină dacă opțiunea este exercitată.

Principalul determinant al valorii acestei structuri este coeficientul de corelație dintre cele două active.

Evaluarea acestor structuri poate fi realizată fie prin metode analitice (modelul Black-Scholes modificat) sau metode numerice.

Bibliografie

[1] Briys, E., M. Bellalah, H. M. Mai şi F de Varenne (1998) „Options, Futures and Exotic Derivatives. Theory, Application and Practice”, John Wiley & Sons.

[2] Chance, Don M. (2003) „Analysis of Derivatives for the CFA Program”, AIMR.

[3] Chriss, Neil şi Michael Ong (1995) „Digitals Defused” Risk, December 1995, 56-59.

[4] Cook, Julian (1996) „Breaking Breakers”, Futures and Options World, December 1996, 22-23.

[5] Cuthbertson, Keith şi Dirk Nitzsche (2001) „Financial Engineering. Derivatives and Risk Management”, John Wiley & Sons.

[6] Das, Satyajit (2004) „Swaps/Financial Derivatives. Products, Pricing Applications and Risk Management, Third Edition”, Volumul 1, John Wiley & Sons.

[7] Das, Satyajit (2004) „Swaps/Financial Derivatives. Products, Pricing Applications and Risk Management, Third Edition”, Volumul 2, John Wiley & Sons.

[8] Das, Satyajit (2004) „Swaps/Financial Derivatives. Products, Pricing Applications and Risk Management, Third Edition”, Volumul 3, John Wiley & Sons.

[9] Das, Satyajit (2004) „Swaps/Financial Derivatives. Products, Pricing Applications and Risk Management, Third Edition”, Volumul 4, John Wiley & Sons.

[10] Derman, Emanuel, Deniz Ergener şi Iraj Kani (1997) „Static Opțions Replication” în Konishi, Atsuo şi Ravi E. Dattatreya (1997) „Frontiers in Derivatives”, Irwin Publishing.

[11] Dravid, Anjay, Matthew Richardson şi Tongsheng Sun (1993) „Pricing Foreign Index Contingent Claims: An Application to Nikkei Index Warrants”, Journal of Derivatives, Fall 1993, 33-51.

[12] Gastineau, Gary (1993) „An Introduction to Special Purpose Derivatives: Options with a Payout Depending on More Than One Variable, Journal of Derivatives, Fall 1993, 98-104.

[13] Hull, John C. (2006) „Options, Futures and other Derivatives, Sixth Edition”, Prentice Hall.

[14] Hull, John C. (2003) „Options, Futures and other Derivatives, Fifth Edition”, Prentice Hall.

[15] Hull, John C. şi Alan White (1993) „Efficient Procedures for Valuing European and American Path-Dependent Options”, Journal of Derivatives, Fall 1993, 21-31.

[16] Kat, Harry M. (1995) „Pricing Lookback Options using Binomial Trees: An Evaluation”, Journal of Financial Engeneering, December 1995, 375-397.

[17] Kreps, D (1982) „Multiperiod Securities and the Efficient Allocation of Risk: A Comment on the Black-Scholes Option Pricing Model” în McCall, J. J., editor, (1982) „The Economics of Uncertainty and Information”, University of Chicago Press.

[18] Priest, Andrew (1997) „Banks Hit by Exotic Losses”, Risk, January 1997.

[19] Reed, Nick (1997) „Aussie Get their Betting Slips”, Risk, January 1997.

[20] Taleb, Nassim (1997) „Dynamic Hedging”, John Wiley and Sons.

[21] Turnbull, S. şi Wakeman, L (1991) „A Quick Algorithm for Pricing European Average Options”, Journal of Quantitative Analysis 377 – 389.

[22] Wilmott, Paul (1998) „Derivatives: The Theory and Practice of Financial Engeneering”, John Wiley and Sons.

[23] Zhang, Peter G. (1998), „Exotic Options, 2nd Edition”, World Scientific.