

# **Modelarea si măsurarea riscului de credit**

**Adrian Ionuț Codirlaşu, PhD, CFA**

**Decembrie 2007**

# Cuprins

|   |           |
|---|-----------|
| <b>I. Procesul de modelare al riscului de credit în contextul acordului Basel II</b>        | <b>3</b>  |
| <b>I.1. Abordări conceptuale</b>  | <b>3</b>  |
| I.1.1. Funcția densității de probabilitate a pierderilor din credite                        | 3         |
| I.1.2. Măsurarea pierderilor datorate riscului de credit                                    | 5         |
| I.1.3. Modele condiționate vs. modele necondiționate  | 10        |
| I.1.4. Agregarea riscului de credit   | 10        |
| I.1.5. Corelațiile dintre factorii de risc  | 11        |
| <b>I.2. Specificarea și estimarea parametrilor</b>  | <b>11</b> |
| I.2.1. Modelarea probabilităților de intrare în faliment și de tranziție                    | 12        |
| I.2.2. Rata de recuperare/pierdere  | 13        |
| I.2.3. Corelațiile dintre probabilitățile de intrare în incapacitate de plată/de tranziție  | 15        |
| I.2.4. Expunerea în momentul producerii evenimentului de credit                             | 16        |
| I.2.5. Scadența efectivă a expunerii  | 19        |
| <b>I.3. Validarea modelelor</b>   | <b>20</b> |
| <b>II. Modele de măsurare a riscului de credit</b>  | <b>21</b> |
| <b>II.1. Modelul CreditMetrics</b>  | <b>22</b> |
| II.1.1. Ipoteze și date de intrare  | 22        |
| II.1.2. Modelarea distribuției valorii unei singure obligațiuni                             | 26        |
| II.1.3. Estimarea distribuției valorii unui portofoliu de două obligațiuni                  | 28        |
| II.1.4. Calculul coeficienților de corelație ai migrărilor                                  | 30        |
| II.1.5. Estimarea analitică a distribuției valorii unui portofoliu de mai multe obligațiuni | 39        |
| II.1.6. Simularea   | 40        |
| <b>II.2. Modelul PortfolioManager</b>   | <b>40</b> |
| II.2.1. Modelul dezvoltat de Merton   | 40        |
| II.2.2. Abordarea KMV   | 43        |
| <b>II.3. Modelul CreditRisk+</b>  | <b>47</b> |
| <b>II.4. Modelul CreditPortfolioView</b>  | <b>51</b> |
| <b>II.5. Modele bazate pe evaluarea risc-neutrală - Sistemul de Analiză al Creditelor</b>   | <b>55</b> |
| <b>Bibliografie</b>   | <b>58</b> |

## **I. Procesul de modelare al riscului de credit în contextul acordului Basel II**

De-a lungul ultimei decade, câteva din cele mai mari bănci internaționale au dezvoltat sisteme sofisticate în încercarea de a modela riscul de credit generat de diversele linii de afaceri. În construirea acestor modele s-a avut în vedere cuantificarea, agregarea și managementul riscurilor segmentelor geografice și de afaceri. Estimările acestor modele sunt utilizate, de asemenea managementul riscului și în măsurarea performanței activității desfășurate.

### ***I.1. Abordări conceptuale***

În modelarea riscului de credit, conform Comitetului de Supraveghere Bancară de la Basel<sup>1</sup>, diversele abordări ale băncilor diferă prin:

1. alegerea orizontului de timp și măsurarea pierderii din credite (prin abordări *default-mode* sau marcarea la piață (*mark-to-market*));
2. funcția densității de probabilitate;
3. modele condiționate/necon condiționate;
4. agregarea riscului de credit;
5. dependența dintre evenimentele de intrare în incapacitate de plată.

#### **I.1.1. Funcția densității de probabilitate a pierderilor din credite**

În estimarea necesarului de capital economic pentru activitățile cu risc de credit, multe bănci mari utilizează o abordare analitică prin care corelează cerințele de capital economic alocate riscului de credit cu probabilitatea funcției de densitate a portofoliului lor de credite (*PDF*) care este principalul rezultat (*output*) al unui model de risc de credit.

Capitalul economic estimat necesar pentru a acoperi expunerea din credite (necesarul de capital pentru riscul de credit) este determinat similar cu metodele *value at risk (VaR)* utilizate pentru alocarea capitalului economic pentru risc de piață. Capitalul economic pentru risc de credit se

---

<sup>1</sup> Basle Committee on Banking Supervision, 1999, „Credit Risk Modelling: Current Practices and Applications”, Bank of International Settlements

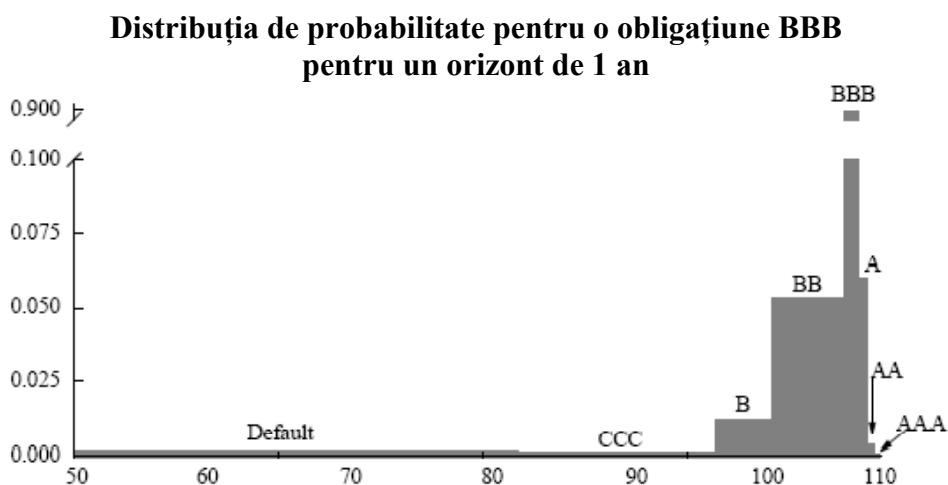
determină astfel încât probabilitatea estimată a unei pierderi neașteptate din credite care să erodeze capitalul economic este mai mică decât un anumit nivel țintă al ratei de insolvabilitate<sup>2</sup>.

Sistemele de alocare a capitalului presupun, în general, că politicile de provizionare au rolul de a acoperi pierderile așteptate din credite, în timp ce rolul capitalului economic este de a acoperi pierderile neașteptate din activitatea de creditare. Astfel, cerința de capital economic este capitalul suplimentar necesar pentru atingerea țintei de insolvabilitate și pentru acoperirea pierderilor neașteptate.

În acest context, modelul de risc de credit poate fi definit ca fiind totalitatea politicilor, procedurilor și practicilor utilizate de o bancă în estimarea funcției de densitate a probabilității pentru un portofoliu de credite.

Cele mai cunoscute modele care încearcă să estimeze funcția densității de probabilitate sunt *CreditRisk+*, *PortfolioManager*, *CreditPortfolioView* și *CreditMetrics* (în formularea sa Monte Carlo). Alte modele (*CreditMetrics* în formularea sa analitică) generează primele două momente ale distribuției (media și deviația standard).

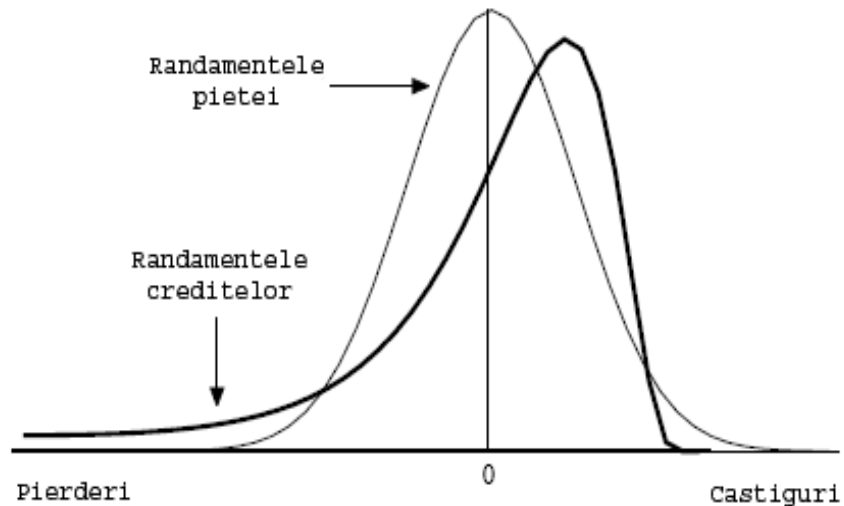
În toate aceste modele distribuția pierderilor este non-normală, asimetrică și leptokurtică (prezentată în graficele de mai jos).



Sursa: CreditMetrics, 1997, RiskMetrics Technical Document

<sup>2</sup> În practică rata țintă de insolvabilitate este adesea aleasă astfel încât să fie consistentă cu rating-ul de credit dorit de bancă. De exemplu, dacă rating-ul de credit dorit de bancă este AA, rata de insolvabilitate poate fi egală cu rata istorică de intrare în incapacitate de plată pentru un orizont de un an, pentru obligațiunile cu rating AA.

## Distribuția de probabilitate a randamentelor



Sursa: CreditMetrics, 1997, RiskMetrics Technical Document

### I.1.2. Măsurarea pierderilor datorate riscului de credit

În general, pierderea datorată riscului de credit a unui portofoliu este definită ca fiind diferența dintre valoarea curentă a portofoliului și valoarea sa viitoare la sfârșitul unui anumit orizont de timp. Astfel, estimarea funcției densității de probabilitate a pierderilor portofoliului curent implică, pe de o parte valoarea curentă a portofoliului, iar pe de altă parte distribuția de probabilitate a valorii viitoare la sfârșitul orizontului de timp planificat.

Definiția precisă a valorii curente și viitoare – și, de aici, virtual a tuturor detaliilor modelului de risc de credit – rezultă din conceptul specific de pierdere datorată riscului de credit avut în vedere de dezvoltatorul modelului de risc de credit. În practică sunt folosite două definiții pentru pierderea datorată riscului de credit, paradigma *default mode (DM)* și paradigma marcării la piață (*mark-to-market, MTM*).

#### A. Paradigma „*default mode*”

Conform acestei abordări, o pierdere datorată riscului de credit apare numai dacă debitorul intră în incapacitate de plată în cadrul orizontului de timp planificat. Valoarea curentă și viitoare a instrumentelor de credit sunt definite pentru două stări: *default* versus *non-default*.

Pentru un împrumut la termen, valoarea curentă este măsurată ca expunerea băncii (valoarea contabilă). Valoarea viitoare (nesigură) a creditului depinde de intrarea sau ne-intrarea în incapacitate de plată a debitorului în cadrul orizontului de timp planificat. Dacă debitorul nu intră în incapacitate de plată, valoarea viitoare a creditului va fi măsurată ca expunerea băncii la sfârșitul orizontului planificat, ajustată astfel încât să includă orice plată a principalului făcută în cadrul orizontului planificat. În schimb, în cazul în care debitorul intră în incapacitate de plată, valoarea viitoare a creditului (calculată ca procent din valoarea creditului la începutul orizontului) va fi măsurată ca:

$$1 - LGD,$$

unde *LGD* prezintă pierderea în cazul în care debitorul intră în incapacitate de plată (*loss given default*). Cu cât este mai mică *LGD*, cu atât rata de recuperare a creditului este mai mare.

Conform acestei paradigme, pentru fiecare facilitate separată de credit, bancă trebuie să impună sau să estimeze distribuția de probabilitate multivariată funcție de trei tipuri de variabile: expunerea băncii, indicatorul 0/1 care exprimă dacă debitorul intră sau nu în incapacitate de plată în cadrul orizontului planificat și, în cazul intrării debitorului în incapacitate de plată, valoarea *LGD*.

De exemplu, în cazul în care se folosește abordarea pierderilor neașteptate (*unexpected losses approach, UL*), atunci, se folosește media și deviația standard a pierderilor portofoliului datorate riscului de credit (presupunându-se că *PDF*-ul este aproximat de o distribuție care se poate aproxima pe baza mediei și deviației standard). Iar în acest caz procesul de alocare a capitalului economic se simplifică la constituirea unui capital care reprezintă un anumit multiplu al deviației standard estimate a pierderilor portofoliului cauzate de riscul de credit.

În cadrul paradigmei *DM*, abordarea *UL* necesită estimarea pierderii (datorate riscului de credit) așteptate și neașteptate. Pierderea așteptată ( $\mu$ ) în orizontul de timp asumat reprezintă suma pierderilor așteptate a facilităților de credit individuale:

$$\mu = \sum_{i=1}^N EDF_i \cdot LEE_i \cdot \overline{LGD}_i,$$

unde:

*i* reprezintă facilitatea individuală de credit;

$\overline{LGD}_i$  – rata așteptată a *LDG*;

$EDF_i$  – probabilitatea de *default* a facilității, denumită și frecvența așteptată de faliment (*expected default frequency, EDF*);

$LEE_i$  – expunerea așteptată (*loan equivalent exposure, LEE*).

Deviația standard a pierderilor portofoliului ( $\sigma$ ) poate fi descompusă în contribuția fiecărei facilități individuale de credit:

$$\sigma = \sum_{i=1}^N \sigma_i \rho_i,$$

unde:

$\sigma_i$  reprezintă deviația standard individuală a pierderii pentru facilitatea de credit  $i$ ;

$\rho_i$  – corelația dintre pierderile facilității  $i$  și cele ale întregului portofoliu.

Parametrul  $\rho_i$  captează efectul de diversificare pe care îl introduce facilitatea  $i$ . Cu cât corelațiile dintre instrumente sunt mai mari, cu atât deviația standard a portofoliului este mai mare.

Considerând în continuare că expunerea pentru fiecare facilitate este cunoscută cu certitudine, evenimentele de credit și ratele *LGD* sunt independente una față de cealaltă și ratele *LGD* sunt independente pentru debitori diferiți, atunci, deviația standard a pierderilor pentru facilitatea  $i$  poate fi exprimată astfel:

$$\sigma_i = LEE_i \sqrt{EDF \times_i (1 - EDF_i) \times \overline{LGD}_i^2 + EDF_i \times VOL_i^2},$$

unde *VOL* reprezintă deviația standard a ratei *LGD* a facilității.

Aceste ecuații sumarizează riscul de credit al portofoliului pe baza probabilității de intrare în faliment, corelației dintre pierderile facilității și pierderea înregistrată de portofoliu, rata așteptată a *LGD*, deviația standard a ratei *LGD* a facilității și a expunerii așteptate pentru fiecare instrument.

Atât conform paradigmei „*default mode*” cât și conform paradigmei „*marcare la piață*”, rating-ul de credit intern al clientului (determinat de către bancă) stă la baza (este factorul determinant) determinării probabilității de *default*.

## B. Paradigma „marcare la piață”

Spre deosebire de paradigma „*default mode*”, abordarea pe baza marcării la piață ia în considerare și deteriorarea calității creditului. Ca urmare, pe lângă probabilitățile de faliment, aceste modele trebuie să încorporeze (prin matricele de tranziție) și probabilitățile de migrare a rating-urilor către alte stări decât faliment. Pe baza matricei de tranziție asociată fiecărui client, utilizând simularea Monte Carlo, sunt simulate posibilități de migrare pentru fiecare poziție de credit din portofoliu. Pentru fiecare poziție, migrarea simulată (și prima de risc asociată cu rating-ul clientului de la sfârșitul orizontului de timp avut în vedere) este utilizată pentru marcarea la piață a poziției la sfârșitul orizontului avut în vedere.

Majoritatea modelelor de credit cu marcarea la piață folosesc fie abordarea bazată pe actualizarea *cash flow*-urilor contractuale (*discounted contractual cash flow, DCCF*), fie abordarea bazată pe evaluarea risc-neutrală (*risc neutral valuation, RNV*) în vederea modelării valorilor curente și viitoare (marcate la piață) ale instrumentelor de credit.

Metodologia *DCCF* este asociată cu modelul *CreditMetrics* dezvoltat de către J.P. Morgan. Valoarea curentă a creditului pentru care debitorul nu a intrat în încetare de plăți este reprezentată de valoarea prezentă (actualizată) a *cash flow*-urilor contractuale viitoare. Pentru un credit care are un anumit rating intern (de exemplu BBB), spread-urile de credit utilizate în actualizarea *cash flow*-urilor contractuale sunt egale cu structura la termen a spread-urilor de credit determinată de piață, asociată unei obligațiuni având același rating. Valoarea curentă a creditului este considerată cunoscută, în timp ce valoarea viitoare va depinde de rating-ul, incert, pe care îl va avea la sfârșitul perioadei și de structura la termen a spread-urilor de credit asociate cu acel rating. Ca urmare, valoarea unui credit se poate schimba pe parcursul orizontului de timp avut în vedere reflectând fie o migrare a instrumentului către un alt rating fie o schimbare în structura la termen a spread-urilor de credit determinate de piață.

Unul din rating-urile către care creditul poate migra este și falimentul. Valoarea prezentă a unui credit al cărui debitor a intrat în faliment nu va fi bazată pe valoarea actualizată a *cash flow*-



urilor contractuale,  $ci$ , ca și în abordarea „*default mode*”, va fi dată de rata de recuperare ( $1 - LGD$ ).

Unul din neajunsurile acestei metodologii este că două firme care au același rating vor primi același factor de actualizare chiar dacă cele două firme nu sunt la fel de sensitive la ciclul economic sau la alți factori sistematici. De asemenea, conform acestei metodologii, creditele senior și cele subordonate ale aceleiași companii vor primi același factor de actualizare neluându-se în considerare diferențele între ratele așteptate de recuperare a creditului (în situația intrării în faliment a debitorului).

Pentru a evita aceste probleme, metodologia *RNV* impune un model structural al valorii firmei și falimentului, model bazat pe cercetările lui Robert Merton (de exemplu modelul *PortfolioManager* dezvoltat de Moody's KMV).

Conform acestei abordări, o firmă intră în faliment atunci când valoarea activelor sale scade sub nivelul necesar pentru susținerea datoriilor sale. În schimbul actualizării plăților contractuale, metodologia *RNV* actualizează plățile contingente: dacă o plată este scadentă contractual la momentul  $t$ , plata efectiv primită de creditor va fi suma contractuală numai dacă debitorul nu a intrat în faliment până la momentul  $t$ ; creditorul primește un procent din valoarea nominală egal cu  $1 - LGD$  dacă debitorul intră în faliment la momentul  $t$ , iar creditorul nu primește nimic la momentul  $t$  dacă debitorul a intrat în faliment anterior momentului  $t$ . Astfel, un credit poate fi văzut ca un set de contracte derivate. Rata de actualizare aplicată *cash flow*-urilor contingente ale contractului de credit este determinată utilizând structura la termen a ratei dobânzii fără risc și evaluarea risc neutrală.

Intuitiv, evaluarea risc neutrală poate fi văzută ca o ajustare, a probabilităților ca debitorul să intre în faliment în fiecare orizont, care încorporează prima de risc existentă pe piață asociată riscului de faliment al debitorului. Mărimea ajustării depinde de randamentul așteptat și volatilitatea activelor debitorului. Dacă randamentul activelor este modelat conform modelului *CAPM*, atunci randamentul așteptat poate fi exprimat funcție de randamentul așteptat al pieței și corelația dintre firmă și piață.

Astfel evaluarea creditelor conform metodologiei *RNV* ține cont nu numai de probabilitatea de intrare în faliment și *LGD* ale debitorului ci și de corelația dintre riscul debitorului și riscul sistematic.

### **I.1.3. Modele condiționate vs. modele necondiționate**

Modelele necondiționate iau în considerare numai informații despre debitor/instrumentul de credit (*CreditMetrics* și *CreditRisk+*). Astfel, în cele două modele probabilitățile de intrare în faliment și corelațiile dintre evenimentele de credit se bazează pe datele istorice referitoare la falimente și informații privind debitorul, cum ar fi rating-ul acestuia. Estimările sunt făcute pe mai multe cicluri de credit.

În schimb, modelele condiționate țin cont și de informații referitoare la starea economiei, de exemplu niveluri și trenduri ale inflației, șomajului, ratele de dobândă, cursurile acțiunilor, situația financiară a sectoarelor economice (*CreditPortfolioView* și *PortfolioManager*). În cadrul primului model matricele de tranziție a rating-ului sunt puse în legătură cu starea economiei. În cel de al doilea model estimările privind valoarea activelor, ratele de randament și volatilitățile sunt bazate în parte pe datele curente referitoare la prețul acțiunilor, care sunt *forward-looking*.

### **I.1.4. Agregarea riscului de credit**

Pentru agregarea riscului de credit sunt folosite două abordări: *top-down* și *bottom up*.

Conform abordării *bottom-up*, riscul este calculat în mod individual pentru fiecare instrument (de regulă pentru corporații și instrumentele de pe piața de capital). Modelele care adoptă o asemenea abordare măsoară riscul de credit la nivelul fiecărui credit pe baza evaluării explicite a calității debitorului. Fiecărei poziții din portofoliu îi este asociat un rating, care de regulă reprezintă un proxy pentru probabilitatea de intrare în faliment sau probabilitatea de migrare. Aceste modele pot utiliza o abordare microeconomică în estimarea *LGD* pentru fiecare instrument. Apoi datele sunt agregate la nivelul portofoliului luându-se în considerare și efectele datorate diversificării.

Conform abordării *top-down*, riscul este calculat pe baza datelor agregate. Această metodologie se folosește de obicei pe segmentul retail (credite de consum, carduri de credit etc.). În această

abordare creditele cu același profil de risc, cum ar fi scorul de credit, vârsta debitorului, locația geografică, sunt agregate în categorii (*buckets*) iar riscul de credit este cuantificat pe aceste categorii. Creditele încadrate în aceeași categorie sunt considerate ca fiind identice din punct de vedere statistic. Distribuția pierderilor din credite se estimează pe baza ratei (anuale) agregate intrărilor în incapacitate de plată și a *LGD*, cele două măsuri fiind determinate utilizând date istorice pentru fiecare segment de risc (luat ca întreg și nu pentru fiecare credit individual).

### **I.1.5. Corelațiile dintre factorii de risc**

În măsurarea riscului de credit, calcularea unei măsuri a dispersiei a riscului de credit (deviația standard sau întreaga distribuție) necesită luarea în considerare a dependențelor dintre factorii care determină pierderile din portofoliul de credite, cum ar fi corelațiile dintre probabilitățile de intrare în falimente, probabilitățile de migrare, ratele *LGD* și expuneri atât pentru același debitor cât și pentru debitori diferiți.

În general, datorită limitărilor în privința datelor, modelele de risc de credit nu modelează explicit corelațiile dintre diferiții factori de risc. În mod concret, corelațiile dintre probabilitățile de faliment/migrări și *LGD*, între faliment/migrări și expunere și între *LGD* și expunere sunt în general considerate zero. În prezent singurele corelații luate în considerare sunt cele dintre probabilitățile de intrarea în faliment/migrare pentru diferiți clienți.

## ***I.2. Specificarea și estimarea parametrilor***

În modelarea riscului de credit trebuie avute în vedere următoarele elemente:

- Expunerea în momentul intrării în incapacitate de plată a debitorului (*exposure at default, EAD*);
- Scadența efectivă a expunerii (*M*);
- Probabilitățile de intrare în incapacitate de plată;
- Probabilitățile de tranziție – probabilitatea ca bonitatea debitorului să se deterioreze sau să se îmbunătățească. Procesul prin care bonitatea se modifică se numește migrare;
- Corelațiile dintre probabilitățile de intrare în incapacitate de plată/de tranziție;
- Rata de recuperare/pierdere a creditului după intrarea în incapacitate de plată a debitorului.

### I.2.1. Modelarea probabilităților de intrare în faliment și de tranziție

Distribuția falimentelor și modificării rating-urilor (tranzițiilor) companiilor joacă rolul central în modelarea, măsurarea, *hedging*-ul și managementul riscului de credit. Rezultatul calculului probabilităților de intrarea în faliment/tranziție este prezentat sub forma unei matrice de tranziție (tabelul de mai jos).

**Matrice de tranziție istorică S&P pentru orizont de un an  
(bazată pe date istorice din perioada 1980 – 2002)**

| Rating inițial | Rating la sfârșitul anului |       |       |       |       |       |       |       | Rating retras |
|----------------|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------------|
|                | AAA                        | AA    | A     | BBB   | BB    | B     | CCC   | D     |               |
| AAA            | 89.37                      | 6.04  | 0.44  | 0.14  | 0.05  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 3.97          |
| AA             | 0.57                       | 87.76 | 7.30  | 0.59  | 0.06  | 0.11  | 0.02  | 0.01  | 3.58          |
| A              | 0.05                       | 2.01  | 87.62 | 5.37  | 0.45  | 0.18  | 0.04  | 0.05  | 4.22          |
| BBB            | 0.03                       | 0.21  | 4.15  | 84.44 | 4.39  | 0.89  | 0.26  | 0.37  | 5.26          |
| BB             | 0.03                       | 0.08  | 0.40  | 5.50  | 76.44 | 7.14  | 1.11  | 1.38  | 7.92          |
| B              | 0.00                       | 0.07  | 0.26  | 0.36  | 4.74  | 74.12 | 4.37  | 6.20  | 9.87          |
| CCC            | 0.09                       | 0.00  | 0.28  | 0.56  | 1.39  | 8.80  | 49.72 | 27.87 | 11.30         |

Sursa: Standard & Poor's (Special Report: Ratings Performance 2002, 2003)

Pentru estimarea lor, cele mai utilizate abordări folosite în modelele de măsurare a riscului de credit sunt:

- Metoda istorică
  - Exclusiv pe baza datelor istorice (a rating-urilor companiilor),
  - Estimare pe baza modelelor *logit/probit*, cu variabile explicative: indicatori de lichiditate, solvabilitate, variabile macroeconomice, șocuri externe,
  - Estimare bayesiană (de exemplu se poate combina o matrice de tranziție S&P sau propriile așteptări cu o matrice de tranziție estimată printr-un model *logit*),
  - Modelare care utilizează procese Markov,
- Metoda bazată pe valoarea firmei (modelul lui Merton), în care probabilitățile de faliment/tranziție sunt deduse pe baza valorii de piață a activelor, valorii contabile a datoriilor și valorii de piață a capitalului firmei.

## I.2.2. Rata de recuperare/pierdere

Până la adaptarea acordului Basel II, în exprimarea și modelarea ratelor de recuperare, nu exista o definiție unică a acestora, diversele modele de măsurare a riscului de credit putând defini rata de recuperare ca:

- procent din valoarea nominală,
- procent din valoarea de piață (rata de recuperare este exprimată ca procent din valoarea de piață a instrumentelor de credit înaintea intrării în incapacitate de plată a debitorului – obligațiuni cu aceeași maturitate, valoare nominală și calitate a debitorului),
- procent dintr-o obligațiune echivalentă, dar fără risc de credit (obligațiune cu aceeași maturitate și valoare nominală).

Dar, conform metodologiei bazate pe rating-urile interne avansată a Basel II, pierderea înregistrată în cazul intrării în incapacitate de plată a debitorului (*LGD*) și implicit rata de recuperare, este calculată ca procent din expunerea în momentul intrării în incapacitate de plată a debitorului (*EAD*)

În privința factorilor care pot afecta ratele de recuperare, opinia general acceptată este că asupra acestora își pun amprenta:

- gradul de prioritate al instrumentului de credit,
- industria în care își desfășoară activitatea debitorul,
- poziția economiei în cadrul ciclului de afaceri.

Conform metodologiei bazată pe rating-uri interne de bază a acordului Basel II, *LGD* este de 45 la sută pentru împrumuturile senior către corporații, guverne și bănci acordate fără garanții eligibile și de 75 la sută pentru împrumuturile subordonate acordate aceluiași entități.

Pentru tranzacțiile colateralizate, în cazul acestei metodologii, pe lângă garanțiile recunoscute în cadrul abordării standard, sunt considerate colateral eligibil și creanțele, proprietățile imobiliare rezidențiale și comerciale etc., iar rata *LGD* pentru aceste tranzacții este:

$$LG D^* = LG D \times \frac{E^*}{E},$$

unde:

$LGD^*$  reprezintă pierderea efectivă în cazul intrării în incapacitate de plată a debitorului;

$LGD$  – rata pentru tranzacția necolateralizată;

$E^*$  – expunerea în cazul luării în considerare a garanțiilor;

$E$  – expunerea în cazul neluării în considerare a garanțiilor.

În cazul metodologiei avansate a Basel II, instituțiile de supraveghere pot permite băncilor să folosească propriile estimări pentru expunerile pe corporații, guverne și bănci, impunând doar standarde minime în ceea ce privesc tranzacțiile repo, tratamentul garanțiilor și contractelor derivate pe risc de credit.

În general, gradul de complexitate și metodologia utilizată pentru estimarea  $LGD$  (rata de recuperare fiind  $1 - LGD$ ) sunt determinate de eșantionul de date disponibile. Parametrii pot fi estimați pe baza seriilor istorice ale randamentelor creditelor și obligațiunilor individuale (în cazul debitorilor corporații) sau pe baza seriilor de timp de date agregate pe categorii de credite (în cazul activității de retail).

În cele mai multe modele, ratele  $LGD$  sunt considerate dependente de un set limitat de variabile ce caracterizează structura unei anumite facilități. Aceste variabile pot include tipul de produs (de exemplu, credit către o corporație sau card de credit), gradul de prioritate al acestuia, garanția, țara din care provine debitorul. Astfel, pentru un anumit nivel al expunerii, valorile acestor variabile ale facilității vor determina valoarea  $LGD$  pentru facilitate.

Pentru determinarea  $LGD$  sunt construite și modele econometrice (de exemplu modelul *LossCalc* dezvoltat de agenția de rating Moody's).

Ca proxy pentru rata de recuperare, *LossCalc* utilizează valoarea de piață a datoriei al cărei emitent a intrat în faliment la o lună după ce s-a produs falimentul, această abordare având avantajul că evită dificultățile practice ale actualizării cash flow-urilor instrumentului intervenite ulterior intrării în faliment a debitorului.

Spre deosebire de abordarea bazată pe utilizarea ratelor istorice în estimarea  $LGD$ , abordarea *LossCalc* este mai dinamică și constă în utilizarea unui model multifactorial ce folosește o bază

de date de peste 1800 instrumente. Modelul se bazează pe date referitoare la instrumentul de debit, compania emitentă, industrie, ciclul economic.

În alte modele, *LGD* poate fi tratat ca fiind deterministic și cunoscut, în timp ce în altele ca fiind aleatoriu. În cel de al doilea caz, pentru un set dat de caracteristici ale facilității, componentele aleatoare ale *LGD* sunt considerate ca fiind identic distribuite atât în timp, cât și pe debitori individuali, iar distribuția de probabilitate pentru fiecare *LGD* este considerată a avea o anumită formă parametrică, ca de exemplu o distribuție beta (în cazul modelului *CreditRisk+*).

În general, modelele presupun o corelație zero între ratele *LGD* pentru diferiți debitori și de aici, imposibilitatea existenței riscului sistematic datorat volatilității *LGD*. În plus, ratele *LGD* pentru același debitor sunt considerate independente ca și pentru celelalte trei tipuri de evenimente de credit.

### **1.2.3. Corelațiile dintre probabilitățile de intrare în incapacitate de plată/de tranziție**

Corelațiile dintre probabilitățile de intrare în faliment/de tranziție sunt modelate utilizând trei abordări:

1. Metoda istorică,
2. Metodologia bazată pe yield-urile relative,
3. Metodologia bazată pe valoarea activelor.

În cadrul metodei istorice, corelațiile pot fi calculate atât exclusiv pe baza datelor istorice (această metodă având ca avantaj faptul că nu mai este necesară specificarea distribuției, dar în același timp necesită volume importante de date și de putere de calcul), cât și, în cadrul modelelor structurale și în formă redusă, utilizând corelațiile acestor evenimente de credit cu variabile macroeconomice.

Modelele structurale presupun dezvoltarea unui model microeconomic pentru determinarea falimentelor și migrărilor de rating (cum sunt *CreditMetrics* și *PortfolioManager*). O contrapartidă poate fi considerată în faliment dacă valoarea activelor sale scade sub un anumit prag (de exemplu sub valoarea datoriilor).

În general variabila aleatoare considerată a determina modificarea rating-ului debitorului, inclusiv falimentul, (valoarea activelor) este denumit factorul de risc de migrare. Astfel, în cadrul modelelor structurale, corelația dintre factorii de risc de migrare (pentru diferiți debitori) trebuie să fie specificată (estimată sau calibrată). Ca urmare, corelațiile dintre factorii de risc de migrare determină implicit corelațiile dintre falimentele sau migrările debitorilor.

Spre deosebire de modelele structurale, care presupun un proces microeconomic specific ce generează falimentul și migrările de rating ale debitorilor, modelele în formă redusă în general presupun o relație funcțională între matricea de tranziție așteptată și factori fundamentali. Modelele care folosesc o asemenea abordare sunt *CreditRisk+* și *CreditPortfolioView*. Acești factori pot fi fie variabile observabile, de exemplu indicatori ai activității economice, fie variabile aleatoare de risc neobservabile. În cadrul acestor modele dependența dintre situația financiară a debitorilor și factorii fundamentali comuni sau corelați conduce la corelația dintre probabilitățile de faliment/tranziție dintre debitori.

În cazul utilizării yield-urilor relative, ideea de la care se pornește este că modificarea spread-ului între două companii reflectă modificări în calitatea (relativă) a creditului celor două firme. Astfel, este posibil, utilizând un model de evaluarea a obligațiunilor, să se extragă probabilitățile de migrare și corelațiile (cu alte obligațiuni) din evoluția acestui spread.

Metodologia bazată pe valoarea activelor, utilizată atât în modelul *KMV* cât și în modelul *CreditMetrics* deduce corelațiile dintre intrările în faliment/migrări pe baza corelațiilor dintre cursurile acțiunilor companiilor emitente de obligațiuni.

#### **I.2.4. Expunerea în momentul producerii evenimentului de credit**

În cazul abordării bazate pe rating-urile interne, băncile trebuie să își împartă, în funcție de risc, expunerile în următoarele clase de active:

- a) corporații;
- b) suverane;
- c) bănci;
- d) retail;
- e) valori mobiliare,



fiecare clasă de active fiind divizată la rândul ei în mai multe subclase.

Expunerile către corporații sunt definite ca împrumuturi contractate de corporații, societăți în nume colectiv (*partnership*), societăți cu asociat unic (*proprietorship*), iar băncilor le este permisă distingerea între corporații și întreprinderi mici și mijlocii.

În cadrul clasei de active a corporațiilor, sunt identificate cinci subclase de creditare specializată: finanțarea de proiecte (*project finance*); finanțarea achiziției de active (*object finance*); finanțarea achiziției de mărfuri (*commodities finance*); proprietăți imobiliare producătoare de venituri; proprietăți imobiliare comerciale cu volatilitate ridicată.

Creditarea specializată prezintă următoarele caracteristici:

- în general, expunerea este către o entitate (de multe ori *SPV/SPE*) care a fost creată special pentru finanțarea sau operarea activului achiziționat;
- entitatea care primește creditul nu are sau are într-o mică măsură active sau activități și ca urmare nu are capacitatea de a plăti obligația decât în măsura venitului pe care-l obține din activele pentru care primește finanțare;
- finanțatorul are un nivel de control ridicat asupra activelor și veniturilor pe care acestea le generează;
- sursa primară de rambursare a împrumutului o reprezintă veniturile generate de activele a căror achiziționare este finanțată.

Clasa expunerilor către entități suverane acoperă toate expunerile către contrapartide tratate ca suverane de către abordarea standard.

Expunerile către bănci acoperă, pe lângă operațiunile derulate cu bănci și cele derulate cu societățile de investiții financiare.

Expunerile sunt catalogate ca fiind către sectorul retail dacă îndeplinesc următoarele criterii:

- natura debitorului sau valoarea expunerilor individuale: expuneri către persoane fizice, creditele ipotecare (rezidențiale), credite către întreprinderi mici și mijlocii (cu condiția ca valoarea totală a expunerii față de un debitor să fie de cel mult 1 milion euro);

- un număr mare de expuneri: expuneri mai mici de 1 milion euro către IMM-uri, cu condiția ca banca să trateze aceste expuneri în cadrul sistemelor interne de management al riscului consistent în timp și în același mod ca și alte expuneri pe sectorul retail.

Expunerile pe valori mobiliare sunt definite pe baza substanței economice a instrumentului. Ele includ drepturi directe sau indirecte<sup>3</sup>, indiferent dacă acordă sau nu drept de vot, în activele sau veniturile unei societăți comerciale sau instituții financiare.

Pentru a fi considerat expunere în această categorie, un instrument trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- să nu poată fi răscumpărat, în sensul că randamentul fondurilor investite nu poate fi realizat decât prin vânzarea instrumentului sau prin lichidarea emitentului;
- nu conține o obligație a emitentului;
- conține un drept rezidual asupra activelor și veniturilor emitentului.

În general, pentru multe instrumente (credite, obligațiuni), expunerea este cunoscută cu certitudine. Însă, pentru multe instituții financiare, expunerea nu este cunoscută cu certitudine, ea depinzând de apariția unor evenimente aleatoare, cum este cazul liniilor de credit și a expunerii în cazul contractelor derivate încheiate pe piața OTC (de exemplu un contracte swap).

În cazul expunerilor extrabilanțiere, anterior acordului Basel II, nu existau reguli uniforme în privința calculului expunerilor. De exemplu, în cazul liniilor de credit instituțiile financiare puteau utiliza fie o abordare conservatoare (presupunând o tragere de 100 la sută), fie să folosească tragerile medii (pe orizontul de timp avut în vedere) pe fiecare categorie de rating.

În cazul contractelor derivate, expunerea instituției financiare era calculată funcție de rating-ul de credit inițial al contrapartidei, probabilitățile de tranziție, pierderea (*LGD*) absolută în fiecare categorie de rating și expunerea medie în momentul intrării în faliment a debitorului. Cum *payoff*-ul unui contract derivat depinde de evoluția pieței, în cazul acestor contracte riscul de credit este strâns legat de riscul de piață.

---

<sup>3</sup> de exemplu contracte derivate

Prin acordul Basel II, expunerea pentru elementele extrabilanțiere este calculată ca și valoarea angajată, dar netrasă, ajustată cu factorul de conversie al creditului (*credit conversion factor*, *CCF*). Valoarea *CCF* este furnizată fie de acordul Basel, în cazul abordării de bază, fie este estimată intern<sup>4</sup> de către instituțiile financiare, în cazul abordării avansate.

### **I.2.5. Scadența efectivă a expunerii**

Anterior acordului Basel II, în decizia de determinare a orizontului de timp pe care să monitorizeze riscul de credit, băncile utilizau două abordări. Prima este abordarea bazată pe „perioada de lichidare”, în care fiecare facilitate este asociată cu un interval unic care coincide cu maturitatea instrumentului sau cu timpul necesar pentru lichidarea sa ordonată. A doua abordare constă în utilizarea unui orizont de timp comun pentru toate clasele de active.

Conform acordului Basel II, în cazul băncilor care folosesc abordarea de bază, maturitatea efectivă este de 2,5 ani, cu excepția tranzacțiilor de tip repo pentru care este de 6 luni.

În cazul abordării avansate, maturitatea efectivă este definită ca maximum dintre un an și maturitatea efectivă rămasă (*M*) care este definită mai jos. În toate cazurile *M* nu poate fi mai mare de 5 ani.

Pentru un instrument ale cărui fluxuri de numerar pot fi stabilite, maturitatea efectivă este calculată după cum urmează:

$$M = \frac{\sum_t t \times CF_t}{\sum_t CF_t}$$

unde:  $CF_t$  reprezintă fluxurile de numerar (principal, dobânzi și comisioane) plătibile, conform termenilor contractuali, la momentul  $t$ .

În cazul în care o bancă este în imposibilitate de a calcula maturitatea efectivă, conform formulei mai sus menționate, aceasta poate utiliza o abordare conservatoare, ce presupune ca maturitatea efectivă să fie egală cu timpul maxim rămas (în ani) pentru ca debitorul să achite integral obligațiile contractuale (principal, dobânzi și comisioane), conform contractului de credit.

---

<sup>4</sup> Cu excepția situației în care *CCF* prevăzut de abordarea de bază este 100 la sută.

### ***1.3. Validarea modelelor***

Validarea internă a modelelor este realizată prin

- testarea pe baza datelor istorice (*backtesting*),
- analiză de stress (*stress testing*),
- analiză de sensibilitate.

În cazul analizei de stress sunt utilizate diverse scenarii macroeconomice și se judecă adecvarea capitalului băncii în cazul acestor scenarii, neluându-se în considerare probabilitatea de apariție a evenimentelor macroeconomice cuprinse în scenariu.

În cazul analizei de sensibilitate, este testată sensibilitatea rezultatelor modelului la modificarea parametrilor sau ale ipotezelor acestuia.

Ulterior procesului de validare internă a modelului de risc de credit urmează validarea acestuia de către instituția de supraveghere a pieței. Metodologia de validare utilizată de aceasta este similară.

## II. Modele de măsurare a riscului de credit

Datorită faptului că acordul de la Basel privește riscul de credit individual și nu în contextul unui portofoliu, instituțiile financiare și-au construit propriile modele de risc de credit care iau în considerare profilul în timp al expunerii, rate de intrare în incapacitate de plată realiste și corelațiile dintre acestea. De asemenea pot fi luate în considerare compensarea și alte modalități de alterare a expunerii. Principalul avantaj al acestor modele este că ele țin cont de efectele obținute prin diversificarea portofoliului.

Primul model utilizat pentru managementul riscului de credit a fost calculul randamentului capitalului ajustat cu riscul (*Risk Adjusted Return on Capital – RAROC*) dezvoltat la începutul anilor '80 de către banca Bankers Trust. În prezent, principalele modele existente pe piață sunt *CreditMetrics* (dezvoltat de banca de investiții J.P. Morgan), *PortfolioManager* (al companiei Moody's KMV), *CreditRisk+* (dezvoltat de banca de investiții Credit Suisse First Boston) și *CreditPortfolioView* (al companiei de consultanță McKinsey).

Aceste modele diferă între ele prin următoarele caracteristici:

- Definirea riscului. Modelele pot defini riscul de credit fie ca intrarea în incapacitate de plată (*default*), sau, mai general prin orice modificare a valorii de piață a unui activ datorată modificării percepției față de posibilitatea de intrare în incapacitate de plată a emitentului acestuia.
- Determinanții riscului. Riscul de credit poate fi modelat ca fiind determinat de modificarea valorii activelor, de factori fundamentali macroeconomici sau pe baza unui model statistic.
- Corelații. Corelațiile dintre riscul de intrare în faliment pentru diferite contrapartide poate proveni din evoluții comune ale activelor financiare care au expuneri similare sau din evoluții macroeconomice.
- Ratele de recuperare (*recovery rates*). Acestea pot fi considerate aleatoare sau constante.
- Soluția. Aceasta poate fi analitică sau bazată pe simulări.

## ***II.1. Modelul CreditMetrics***

### **II.1.1. Ipoteze și date de intrare**

*CreditMetrics* este un model utilizat pentru evaluarea riscului portofoliului cauzat de modificări ale valorii (de piață a) creditelor datorate modificărilor intervenite la nivelul situației financiare a debitorilor (faliment, îmbunătățire sau înrăutățire a rating-ului).

Abordând riscul de credit la nivel de portofoliu, avantajele oferite de acest model sunt:

- permite evaluarea în mod sistematic a riscului de concentrare (riscul adițional al portofoliului ce rezultă prin creșterea expunerii către un anumit debitor sau către un grup de debitori ale căror activități sunt corelate – de exemplu activează în aceeași zonă geografică sau aceeași industrie)
- permite evaluarea efectelor datorate diversificării portofoliului.

*CreditMetrics* estimează riscul de credit al portofoliului datorat evenimentelor de credit – măsoară gradul de volatilitate a valorii viitoare (la finalul orizontului avut în vedere) a portofoliului cauzat de modificarea bonității debitorului (faliment, modificări de rating). În plus, modelul permite și captarea anumitor componente de risc de piață pentru instrumente cum ar fi contractele swap și forward, instrumente pentru care volatilitatea indusă de modificarea bonității clientului este accentuată de volatilitatea expunerii instituției financiare față de debitor.

Datele pe baza cărora modelul estimează riscul de credit sunt:

- Probabilitățile de migrare și de faliment în cadrul orizontului de risc – care sunt obținute pe baza matricei de tranziție. Acestea pot fi calculate utilizând date istorice de modificări de rating și falimente. Sunt publicate de S&P și Moody's, dar pot fi calculate și pe baza modelului *KMV* sau pot fi generate intern pe baza oricărui tip de model.
- Probabilitățile de migrare comună (coeficienții de corelație) a debitorilor. Acestea pot fi calculate fie pe baza datelor istorice fie prin construirea unor modele care să estimeze aceste probabilități.
- Date pe baza cărora să fie calculate valorile finale ale instrumentelor cu risc de credit. Astfel, pentru credite, obligațiuni, scrisori de garanție bancară datele necesare sunt ratele nominale de dobândă, cuponul, structura la termen a ratelor dobânzii pentru fiecare

categorie de rating; în cazul liniilor de credit fiind necesare și valoarea sumelor trase și disponibile și spread-ul/comisioanele pentru cele două porțiuni ale acestora. Pentru instrumentele a căror expunere variază funcție de evoluția pieței, date pentru estimarea acestei expuneri (cursuri de piață, volatilități).

Factorii generatori de risc de credit luați în considerare de modelul *CreditMetrics* sunt:

- Rating-ul de credit;
- Gradul de preferință al creditorului față de ceilalți creditori în cazul intrării în incapacitate de plată a debitorului (gradul de prioritate). Acesta determină rata de recuperare aplicabilă instrumentului de credit.
- Spread-ul de credit (și implicit o rată de dobândă fără risc de credit), pe baza căruia se reevaluează valoarea prezentă a instrumentului de credit.
- Corelațiile dintre migrări/falimente (în cazul portofoliilor de instrumente de credit) – determinate din date istorice (rating-uri, cursuri bursiere) sau estimate pe bază de modele.

Matricele de tranziție ale S&P și Moody's sunt prezentate în tabelele următoare.

**Matrice de tranziție istorică S&P pentru orizont de un an  
(bazată pe date istorice din perioada 1980 – 2002)**

| Rating inițial | Rating la sfârșitul anului |       |       |       |       |       |       |          | Rating retras |
|----------------|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|---------------|
|                | AAA                        | AA    | A     | BBB   | BB    | B     | CCC   | Faliment |               |
| AAA            | 89.37                      | 6.04  | 0.44  | 0.14  | 0.05  | 0.00  | 0.00  | 0.00     | 3.97          |
| AA             | 0.57                       | 87.76 | 7.30  | 0.59  | 0.06  | 0.11  | 0.02  | 0.01     | 3.58          |
| A              | 0.05                       | 2.01  | 87.62 | 5.37  | 0.45  | 0.18  | 0.04  | 0.05     | 4.22          |
| BBB            | 0.03                       | 0.21  | 4.15  | 84.44 | 4.39  | 0.89  | 0.26  | 0.37     | 5.26          |
| BB             | 0.03                       | 0.08  | 0.40  | 5.50  | 76.44 | 7.14  | 1.11  | 1.38     | 7.92          |
| B              | 0.00                       | 0.07  | 0.26  | 0.36  | 4.74  | 74.12 | 4.37  | 6.20     | 9.87          |
| CCC            | 0.09                       | 0.00  | 0.28  | 0.56  | 1.39  | 8.80  | 49.72 | 27.87    | 11.30         |

Sursa: Standard & Poor's (Special Report: Ratings Performance 2002, 2003)

**Matrice de tranziție istorică Moody's pentru orizont de un an  
(bazată pe date istorice din perioada 1985 – 2001)**

procente\*

| Rating inițial | Rating la sfârșitul anului |       |       |       |       |       |       |          | Rating retras |
|----------------|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|---------------|
|                | Aaa                        | Aa    | A     | Baa   | Ba    | B     | Caa-C | Faliment |               |
| Aaa            | 86.34                      | 8.21  | 0.19  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00     | 5.26          |
|                | 87.69                      | 6.13  | 0.42  | 0.00  | 0.08  | 0.00  | 0.00  | 0.00     | 5.68          |
| Aa             | 0.76                       | 86.71 | 9.13  | 0.10  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00     | 3.30          |
|                | 0.72                       | 85.21 | 8.75  | 0.45  | 0.12  | 0.02  | 0.00  | 0.00     | 4.74          |
| A              | 0.00                       | 5.05  | 84.80 | 3.63  | 0.10  | 0.02  | 0.00  | 0.02     | 6.39          |
|                | 0.08                       | 2.32  | 87.15 | 5.34  | 0.64  | 0.24  | 0.03  | 0.02     | 4.18          |
| Baa            | 0.74                       | 0.25  | 4.82  | 78.83 | 2.86  | 1.16  | 0.04  | 0.00     | 11.31         |
|                | 0.07                       | 0.30  | 5.55  | 83.01 | 4.54  | 0.99  | 0.08  | 0.18     | 5.28          |
| Ba             | 0.00                       | 0.00  | 0.64  | 10.52 | 71.40 | 9.29  | 0.68  | 0.25     | 7.22          |
|                | 0.03                       | 0.04  | 0.65  | 5.18  | 73.90 | 8.57  | 0.47  | 1.45     | 9.71          |
| B              | 0.00                       | 0.00  | 0.33  | 1.03  | 9.40  | 65.52 | 8.28  | 3.29     | 12.17         |
|                | 0.01                       | 0.06  | 0.23  | 0.64  | 5.06  | 73.94 | 3.84  | 7.18     | 9.04          |
| Caa-C          | 0.00                       | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 22.41 | 48.58 | 14.53    | 14.47         |
|                | 0.00                       | 0.00  | 0.00  | 1.18  | 1.66  | 5.18  | 59.51 | 21.75    | 10.72         |

\*probabilitățile aferente primei linii corespunzătoare unei categorii de rating sunt calculate pentru companiile europene iar cele aferente celei de a doua linii sunt calculate pentru companiile din SUA

Sursa: Moody's 2002 (Default and Recovery Rates of European Corporate bond Issuers, 1985-2001)

Ratele de recuperare pentru companiile europene și americane sunt prezentate în tabelul de mai jos.

**Rate medii de recuperare a creditului în caz de faliment al debitorului  
(bazată pe date istorice din perioada 1985 – 2001)**

| Grad de preferință             | procente |      |
|--------------------------------|----------|------|
|                                | Europa   | SUA  |
| Credit bancar – senior secured | 71.8     | 66.8 |
| Senior secured                 | 55.0     | 56.9 |
| Senior unsecured               | 20.8     | 50.1 |
| Senior subordonat              | 24.0     | 32.9 |
| Subordonat                     | 13.0     | 31.3 |
| Medie                          | 22.0     | 42.8 |

Măsurile de risc utilizate în acest model sunt:

- Media și deviația standard – a căror interpretare este dificilă datorită asimetriei distribuției;



- Un anumit nivel de percentile a distribuției (de exemplu percentila 1 este valoarea minimă a portofoliului care poate fi atinsă în 1 la sută din cazuri), măsură mai adecvată pentru estimarea riscului pentru portofoliile mari.

Pe baza acestor măsuri de risc se determină cerința de capital pentru riscul de credit.

Notând cu:

$P(c)$  – valoarea portofoliului în cel mai nefavorabil caz, cu nivelul de relevanță  $100 - c$  (percentila  $100 - c$ ),

$PR$  – valoarea promisă a portofoliului (dedusă pe baza curbelor de randament),

$ER$  – randamentul așteptat al portofoliului (care ia în considerare și modificările ulterioare de rating),

$V_0$  – valoare curentă, marcată la piață, a portofoliului,

$FV$  – valoarea forward a portofoliului  $= V_0(1 + PR)$ ,

$EV$  – valoarea așteptată a portofoliului  $= V_0(1 + ER)$ ,

$EL$  – pierderea așteptată a portofoliului  $= FV - EV$ ,

cerința de capital a instituției financiare este  $EV - P(c)$ .

Această abordare de calcul a riscului de credit este aplicată atât portofoliilor de credite și obligațiuni cât și scrisorilor de garanție bancară<sup>5</sup> și liniilor de credit.

În cazul instrumentelor cu risc de credit a căror expunere este legată de evoluția pieței (cum este cazul contractelor forward și swap), expunerea este considerată ca fiind maximul dintre valoarea prezentă netă a tranzacției și zero. Această metodologie este aplicată atât instrumentelor individuale cât și portofoliilor de asemenea instrumente.

În cazul incapacității de plată a debitorului, valoarea instrumentului la finalul orizontului de risc este estimată pe baza expunerii așteptate către acel instrument la finalul acestui orizont. Această expunere așteptată depinde atât de prețurile curente din piață cât și de volatilitatea acestora. În cazurile în care debitorul nu este în incapacitate de plată, reevaluarea instrumentului cuprinde două părți: valoare prezentă a fluxurilor de numerar viitoare și pierderea potențială în cazul în

---

<sup>5</sup> Pentru care, dezvoltatorul modelului recomandă utilizarea integrală a valorii nominale pentru calculul riscului de credit.

care debitorul intră în incapacitate de plată (pierderea așteptată). Cea de a doua parte depinde de expunerea medie a instrumentului pentru perioada rămasă până la maturitatea acestuia, probabilitatea ca debitorul să intre în faliment (în același orizont) și rata de recuperare în cazul intrării acestuia în incapacitatea de plată.

### II.1.2. Modelarea distribuției valorii unei singure obligațiuni

Presupunând o obligațiune BBB, și un orizont de un an, pe baza matricei de tranziție istorică a S&P este determinată probabilitatea de migrație în orizontul menționat.

#### Probabilități de tranziție pentru o obligațiune BBB

| Rating-ul la sfârșitul orizontului | Probabilitate (%) |
|------------------------------------|-------------------|
| AAA                                | 0.03              |
| AA                                 | 0.22              |
| A                                  | 4.38              |
| BBB                                | 89.13             |
| BB                                 | 4.63              |
| B                                  | 0.94              |
| CCC                                | 0.27              |
| faliment                           | 0.39              |

Presupunând o valoare nominală a obligațiunii de 100 USD, un cupon de 6%, o rată de recuperare a creditului în caz de faliment al debitorului de 51,13 la sută și scadența de 5 ani, pe baza curbelor de randament forward pentru un an pentru fiecare categorie de rating se determină valorile posibile ale obligațiunii la finalul orizontului de risc.

Structura la termen a ratelor dobânzii la finalul orizontului de risc pe baza căreia au fost calculate valorile la finalul orizontului este prezentată în tabelul următor:

#### Curbele forward de randament pe categorii de rating

| Rating | An 1 | An 2 | An 3 | An 4 |
|--------|------|------|------|------|
| AAA    | 3.60 | 4.17 | 4.73 | 5.12 |
| AA     | 3.65 | 4.22 | 4.78 | 5.17 |
| A      | 3.72 | 4.32 | 4.93 | 5.32 |
| BBB    | 4.10 | 4.67 | 5.25 | 5.63 |

|     |       |       |       |       |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| BB  | 5.55  | 6.02  | 6.78  | 7.27  |
| B   | 6.05  | 7.02  | 8.03  | 8.52  |
| CCC | 15.05 | 15.02 | 14.03 | 13.52 |

Sursa: JP Morgan (1997) CreditMetrics Technical Documet

Valoarea la finalul orizontului de risc pentru fiecare categorie de rating a fost calculată pe baza următoarei relații:

$$V_f = C + \frac{C}{1+r_{y1}} + \frac{C}{(1+r_{y2})^2} + \frac{C}{(1+r_{y3})^3} + \frac{C+100}{(1+r_{y4})^4}$$

unde:

$V_f$  reprezintă valoarea obligațiunii la finalul orizontului de risc;

$C$  – cuponul obligațiunii;

$r_{yi}$  – rata forward a dobânzii aferentă fiecărui an/orizont de risc.

#### Valoarea viitoare a obligațiunii funcție de rating

| Rating   | Cupon | Valoare viitoare | Valoare totală |
|----------|-------|------------------|----------------|
| AAA      | 6.00  | 103.37           | 109.37         |
| AA       | 6.00  | 103.10           | 109.10         |
| A        | 6.00  | 102.66           | 108.66         |
| BBB      | 6.00  | 101.55           | 107.55         |
| BB       | 6.00  | 96.02            | 102.02         |
| B        | 6.00  | 92.10            | 98.10          |
| CCC      | 6.00  | 77.64            | 83.64          |
| faliment | -     | 51.13            | 51.13          |

Sursa: JP Morgan (1997) CreditMetrics Technical Documet

Combinând aceste valori cu probabilitățile de tranziție rezultă distribuția valorii obligațiunii la finalul orizontului de un an.

#### Distribuția valorii viitoare a obligațiunii

| Rating | Valoare (USD) | Probabilitate (%) |
|--------|---------------|-------------------|
| AAA    | 109.37        | 0.03              |
| AA     | 109.10        | 0.22              |
| A      | 108.66        | 4.38              |
| BBB    | 107.55        | 89.13             |

|          |        |      |
|----------|--------|------|
| BB       | 102.02 | 4.63 |
| B        | 98.10  | 0.94 |
| CCC      | 83.64  | 0.27 |
| faliment | 51.13  | 0.39 |

Pe baza acestor informații pot fi calculate cele două măsuri de risc de credit al obligațiunii.

$$\text{Medie: } \mu = \sum_i V_i \cdot p_i = 106,96$$

$$\text{Varianță: } \sigma^2 = \sum_i (V_i - \mu)^2 \cdot p_i = 15,94$$

$$\text{Abatere medie pătratică: } \sigma = \sqrt{\sigma^2} = 3,99$$

Percentila de 1% este 98,1, care este cu 8,86 mai mică decât valoarea medie așteptată.

### II.1.3. Estimarea distribuției valorii unui portofoliu de două obligațiuni

Introducând în portofoliu și o obligațiune cu rating A, scadentă în trei ani și care plătește un cupon anual de 5 la sută, similar ca în cazul obligațiunii BBB prezentat anterior, pe baza curbei de randament și a matricei de tranziție S&P se determină valoarea finală, la sfârșitul orizontului de risc, și probabilitățile de tranziție asociate.

#### Distribuția valorii viitoare a obligațiunii

| Rating   | Cupon | Valoare viitoare | Valoare viitoare totală | Probabilitate (%) |
|----------|-------|------------------|-------------------------|-------------------|
| AAA      | 5.00  | 101.59           | 106.59                  | 0.05              |
| AA       | 5.00  | 101.49           | 106.49                  | 2.10              |
| A        | 5.00  | 101.30           | 106.3                   | 91.49             |
| BBB      | 5.00  | 100.64           | 105.64                  | 5.61              |
| BB       | 5.00  | 98.15            | 103.15                  | 0.47              |
| B        | 5.00  | 96.39            | 101.39                  | 0.19              |
| CCC      | 5.00  | 73.71            | 78.71                   | 0.04              |
| faliment | -     | 51.13            | 51.13                   | 0.05              |

Pe baza acestor date se obține o medie de 106,2 și o abatere medie pătratică de 1,42.

Utilizând informațiile referitoare la cele două obligațiuni, presupunând o corelație zero între evoluția riscului de credit al celor două obligațiuni, pot fi calculate toate cele 64 de valori posibile ale portofoliului la sfârșitul orizontului de risc și probabilitățile asociate acestor valori.

#### Valoarea portofoliului la sfârșitul orizontului de risc

| Obligațiune BBB |        | Obligațiune A |        |        |        |        |        |        |          |
|-----------------|--------|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
|                 |        | AAA           | AA     | A      | BBB    | BB     | B      | CCC    | faliment |
|                 |        | 106.59        | 106.49 | 106.30 | 105.64 | 103.15 | 101.39 | 78.71  | 51.13    |
| <b>AAA</b>      | 109.37 | 215.96        | 215.86 | 215.67 | 215.01 | 212.52 | 210.76 | 188.08 | 160.50   |
| <b>AA</b>       | 109.10 | 215.69        | 215.59 | 215.40 | 214.74 | 212.25 | 210.49 | 187.81 | 160.23   |
| <b>A</b>        | 108.66 | 215.25        | 215.15 | 214.96 | 214.30 | 211.81 | 210.05 | 187.37 | 159.79   |
| <b>BBB</b>      | 107.55 | 214.14        | 214.04 | 213.85 | 213.19 | 210.70 | 208.94 | 186.26 | 158.68   |
| <b>BB</b>       | 102.02 | 208.61        | 208.51 | 208.32 | 207.66 | 205.17 | 203.41 | 180.73 | 153.15   |
| <b>B</b>        | 98.10  | 204.69        | 204.59 | 204.40 | 203.74 | 201.25 | 199.49 | 176.81 | 149.23   |
| <b>CCC</b>      | 83.64  | 190.23        | 190.13 | 189.94 | 189.28 | 186.79 | 185.03 | 162.35 | 134.77   |
| <b>faliment</b> | 51.13  | 157.72        | 157.62 | 157.43 | 156.77 | 154.28 | 152.52 | 129.84 | 102.26   |

#### Probabilitățile asociate valorilor portofoliului

| Obligațiune BBB |       | Obligațiune A |      |       |      |      |      |      |          |
|-----------------|-------|---------------|------|-------|------|------|------|------|----------|
|                 |       | AAA           | AA   | A     | BBB  | BB   | B    | CCC  | faliment |
|                 |       | 0.05          | 2.10 | 91.49 | 5.61 | 0.47 | 0.19 | 0.04 | 0.05     |
| <b>AAA</b>      | 0.03  | 0.00          | 0.00 | 0.03  | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00     |
| <b>AA</b>       | 0.22  | 0.00          | 0.00 | 0.20  | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00     |
| <b>A</b>        | 4.38  | 0.00          | 0.09 | 4.01  | 0.25 | 0.02 | 0.01 | 0.00 | 0.00     |
| <b>BBB</b>      | 89.13 | 0.05          | 1.87 | 81.55 | 5.00 | 0.42 | 0.17 | 0.04 | 0.05     |
| <b>BB</b>       | 4.63  | 0.00          | 0.10 | 4.24  | 0.26 | 0.02 | 0.01 | 0.00 | 0.00     |
| <b>B</b>        | 0.94  | 0.00          | 0.02 | 0.86  | 0.05 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00     |
| <b>CCC</b>      | 0.27  | 0.00          | 0.01 | 0.25  | 0.02 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00     |
| <b>faliment</b> | 0.39  | 0.00          | 0.01 | 0.36  | 0.02 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00     |

Pentru acest portofoliu, riscul poate fi evaluat pe baza celor două măsuri:

- Media și deviația standard (care pentru acest portofoliu sunt 213,15 și respectiv 4,24), a căror interpretare este dificilă datorită asimetriei distribuției.
- Un anumit nivel de percentile a distribuției (de exemplu percentila 1 este valoarea minimă a portofoliului care poate fi atinsă în 1 la sută din cazuri). În cazul acestui portofoliu percentila 1 este de 204,4.

Utilizând prima măsură de risc, datorită asimetriei distribuției valorii portofoliului, riscul este subevaluat (o abatere standard față de medie de 4,24) comparativ cu utilizarea celei de a doua măsuri de risc (prima percentilă are o abatere față de medie de 8,75).

Dar asumarea unei corelații zero între riscul de credit pentru cele două active este o abordare simplistă.

În cazul luării în considerare a corelației între migrări pentru cele două obligațiuni, este determinată matricea probabilităților de tranziție comune ale celor două obligațiuni care ia în considerare această corelație și această matrice este utilizată pentru determinarea măsurilor de risc.

#### II.1.4. Calculul coeficienților de corelație ai migrărilor

În vederea estimării corelațiilor migrărilor metodologia *CreditMetrics* propune mai multe abordări.

A. O primă abordare constă în calculul coeficientului de corelație a falimentelor pe baza volatilității apariției acestor falimente.

Astfel, considerând  $N$  firme care au aceeași probabilitate de intrare în faliment (sunt incluse în aceeași categorie de rating), fie  $X_i$  o variabilă aleatoare care poate lua fie valoarea 1 (în caz de faliment al firmei  $i$ ) sau 0 (în toate celelalte cazuri), care are media  $\mu(X_i)$  și deviația standard binomială  $\sigma(X_i)$ :

$$\mu_{CrRt} = \mu(X_i) = \frac{1}{N} \sum_i^N X_i$$

$$\sigma(X_i) = \sqrt{\mu_{CrRt}(1 - \mu_{CrRt})}.$$

Fie  $D$  numărul de falimente,  $D = \sum_i^N X_i$ , varianța lui  $D$  este:

$$VAR(D) = \sum_i^N \sum_j^N \rho_{ij} \sigma(X_i) \sigma(X_j)$$

și având în vedere că  $i$  și  $j$  au aceeași probabilitate de intrare în faliment,

$$VAR(D) = \sum_i^N \sum_j^N \rho_{ij} \sigma(X_i)^2 = \sum_i^N \sum_j^N \rho_{ij} (\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2) = (\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2) \left[ N + \sum_i^N \sum_{j \leq i}^N \rho_{ij} \right].$$

Notând corelația medie a falimentelor,  $\bar{\rho}_{CrRt}$ ,

$$\bar{\rho}_{CrRt} = \frac{\left[ \sum_i^N \sum_{j \leq i}^N \rho_{ij} \right]}{N^2 - N},$$

$$VAR(D) = (\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2) \left[ N + (N^2 - N) \bar{\rho}_{CrRt} \right].$$

Volatilitatea falimentelor este calculată:

$$\sigma_{CrRt}^2 = VAR\left(\frac{D}{N}\right) = \frac{VAR(D)}{N^2} = (\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2) \cdot \frac{1 + (N-1) \bar{\rho}_{CrRt}}{N}$$

de unde,

$$\bar{\rho}_{CrRt} = \frac{N \left( \frac{\sigma_{CrRt}^2}{\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2} \right) - 1}{N - 1},$$

iar pentru  $N$  suficient de mare, formula se simplifică

$$\bar{\rho}_{CrRt} = \frac{\sigma_{CrRt}^2}{\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2}.$$

Atât Moody's cât și Standard&Poors publică coeficienții de corelație a falimentelor pe fiecare categorie de rating. De exemplu, coeficienții Moody's de corelație ai falimentelor pentru perioada 1970 – 1995 sunt prezentați în tabelul de mai jos.

### Coeficienții de corelație ai falimentelor

| Rating | Probabilitatea de faliment | Deviația standard a falimentelor | Coeficienții de corelație impliți |
|--------|----------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| Aa     | 0.03                       | 0.1                              | 0.33                              |
| A      | 0.01                       | 0.1                              | 1.00                              |
| Baa    | 0.13                       | 0.3                              | 0.69                              |
| Ba     | 1.42                       | 1.4                              | 1.40                              |
| B      | 7.62                       | 4.8                              | 3.27                              |

Sursa: Moody's 1996, 1-year default rates and volatilities

Principalele deficiențe ale acestei metodologii sunt:

- Deviația standard a probabilităților de faliment este calculată pe baza unui număr limitat de observații ceea ce are ca efect un interval de încredere larg;
- Probabilitățile de faliment pentru categoriile de rating *investmen grade* nu au o distribuție normală ceea ce implică existența unor intervale de încredere efective mai mari decât cele calculate;
- Probabilitatea medie de intrare în faliment este considerată constantă atât pentru firmele aflate în aceeași categorie de rating, cât și în timp;
- Măsurile statistice calculate sunt senzitive la proporția perioadelor de recesiune și de boom economic din eșantionul utilizat.

B. O altă abordare de calcul a coeficienților de corelație ai migrărilor comune este estimarea directă, pe baza eșantionului istoric de date, această abordare având avantajul că nu trebuie presupuse ipoteze în privința procesului de intrare în faliment al firmei și asupra distribuției comune.

C. A treia metodă de estimare a probabilităților de migrare comună este pe baza datelor istorice de spread-uri de credit ale obligațiunilor

O asemenea abordare presupune două cerințe: existența de date adecvate și construirea unui model care să facă legătura dintre prețul obligațiunilor și evenimentele de credit.

În general, modelele de evaluare a prețului obligațiunilor au trei variabile de stare: rata fără risc, spread-ul de credit și o a treia care indică dacă debitorul a intrat sau nu în incapacitate de plată. Duffee (1995) și Nielsen și Ronn (1994) presupun că rata dobânzii fără risc și spread-ul de credit evoluează independent iar falimentul debitorului este pus în relație cu spread-ul de credit pe baza unui model de evaluare a prețului obligațiunii. Acest model de evaluare permite estimarea probabilității de intrare în faliment al debitorului pe baza spread-ului de credit. O extensie a acestui model la două sau mai multe obligațiuni permite estimarea corelației de intrare în faliment a debitorilor din corelația evoluțiilor spread-urilor de credit ale celor două obligațiuni.

În timp ce această abordare este atractivă datorită consistenței cu alte modele de evaluare a activelor financiare, principalul inconvenient este de natură practică. Datele referitoare la spread-



urile obligațiunilor sunt greu disponibile, în special pentru emisiunile cu rating-uri mici, ceea ce face practic imposibilă estimarea în practică a corelațiilor dintre spread-uri.

#### D. Utilizarea unui model pentru estimarea probabilităților de migrare comună

Această abordare presupune estimarea indirectă a modificărilor rating-ului de credit (a probabilităților comune de îmbunătățire, înrăutățire și faliment) și constă în doi pași:

- Construirea unui proces care determină modificările rating-ului de credit. Această etapă presupune stabilirea unei legături între modificările de rating (care nu sunt observabile imediat) și un proces observabil.
- Estimarea parametrilor pentru procesul de mai sus.

Utilizând abordarea lui Merton (1974), procesul care determină modificarea rating-urilor și falimentele este considerat a fi valoarea activelor firmei.

Pornind de la ipoteza că valoarea activelor companiei îi determină abilitatea de a-și plăti datoriile, se poate presupune atunci că există un anumit nivel (prag) al activelor pentru care dacă valoarea activelor companiei este mai mică decât acest nivel prag într-un anumit an, în anul viitor aceasta nu își va mai putea onora obligațiile și va intra în faliment.

Extinzând acest raționament, se presupune că există o serie de nivele prag pentru valoarea activelor care vor determina rating-ul de credit al companiei la finalul perioadei analizate.

Presupunând cunoscută valoarea prag a activelor pentru o companie, pentru descrierea evoluției rating-ului acelei companii este necesară modelarea modificărilor valorii activelor acelei companii. Astfel, modificarea procentuală a valorii activelor companiei ( $R$ ) este considerată a avea o distribuție normală, parametrizată prin medie,  $\mu$ , și abaterea medie pătratică (sau volatilitatea),  $\sigma$ .

Pe baza parametrizării procesului de evoluție al valorii activelor, poate fi stabilită o legătură între pragurile activelor și probabilitățile de tranziție pentru compania respectivă, iar din pragurile valorii activelor rezultă pragurile randamentelor (modificărilor) acestei valori. Astfel, există  $Z_{Def}$ ,  $Z_{CCC}$ ,  $Z_{BBB}$  etc., astfel încât dacă  $R < Z_{Def}$  atunci compania emitentă de obligațiuni intră în

faliment; dacă  $Z_{Def} < R < Z_{CCC}$ , atunci companiei i se înrăutățește rating-ul la CCC, și așa mai departe.

Deoarece a fost presupusă distribuția normală a lui  $R$ , se pot calcula probabilitățile de apariție a fiecărui eveniment:

$$\Pr\{Default\} = \Pr\{R < Z_{Def}\} = \Phi(Z_{Def} / \sigma)$$

$$\Pr\{CCC\} = \Pr\{Z_{Def} < R < Z_{CCC}\} = \Phi(Z_{CCC} / \sigma) - \Phi(Z_{Def} / \sigma),$$

și așa mai departe.  $\Phi$  reprezintă distribuția cumulată a distribuției normale standard.

Legătura dintre randamentele activelor și rating-ul de credit poate fi reprezentată după cum urmează:

### Probabilități de tranziție pentru o obligațiune BB

| Rating   | Probabilitate din matricea de tranziție (%) | Probabilitatea conform modelului valorii activelor |
|----------|---|--|
| AAA      | 0.03  | $1 - \Phi(Z_{AA} / \sigma)$                        |
| AA       | 0.14  | $\Phi(Z_{AA} / \sigma) - \Phi(Z_A / \sigma)$       |
| A        | 0.67  | $\Phi(Z_A / \sigma) - \Phi(Z_{BBB} / \sigma)$      |
| BBB      | 7.73  | $\Phi(Z_{BBB} / \sigma) - \Phi(Z_{BB} / \sigma)$   |
| BB       | 80.53                                       | $\Phi(Z_{BB} / \sigma) - \Phi(Z_B / \sigma)$       |
| B        | 8.84  | $\Phi(Z_B / \sigma) - \Phi(Z_{CCC} / \sigma)$      |
| CCC      | 1.00  | $\Phi(Z_{CCC} / \sigma) - \Phi(Z_{Def} / \sigma)$  |
| faliment | 1.06  | $\Phi(Z_{Def} / \sigma)$                           |

Legătura dintre randamentele activelor și rating-ul de credit se stabilește egalând probabilitățile din matricea de tranziție cu probabilitățile conform modelului valorii activelor și rezolvând funcție de  $\sigma$  pentru fiecare categorie de rating.

Astfel, în cazul falimentului,

$$\Phi(Z_{Def} / \sigma) = 1.06\% \Rightarrow Z_{Def} = \Phi^{-1}(1.06\%) \cdot \sigma = -2.30\sigma$$

unde  $\Phi^{-1}(p)$  reprezintă nivelul sub care ia valori o variabilă aleatoare cu o distribuție normală standard cu o probabilitate  $p$ . Utilizând această valoare, valoarea  $Z_{CCC}$  este calculată pe baza probabilității CCC,  $Z_B$  pe baza probabilității B și așa mai departe. Nu există un prag pentru  $Z_{AAA}$ , deoarece orice randament peste  $3.43\sigma$  implică un *upgrade* la AAA. Valorile prag sunt prezentate în tabelul de mai jos.

**Valorile prag pentru randamentul activelor  
pentru un emitent cu rating BBB**

| Prag      | Valoare       |
|-----------|---------------|
| $Z_{AA}$  | $3.43\sigma$  |
| $Z_A$     | $2.93\sigma$  |
| $Z_{BBB}$ | $2.39\sigma$  |
| $Z_{BB}$  | $1.37\sigma$  |
| $Z_B$     | $-1.23\sigma$ |
| $Z_{CCC}$ | $-2.04\sigma$ |
| $Z_{Def}$ | $-2.30\sigma$ |

Considerând un alt emitent care are un rating A și notând randamentul activelor acestuia cu  $R'$ , deviația standard a activelor cu  $\sigma'$  și pragurile randamentului activului cu  $Z'_{Def}$ ,  $Z'_{CCC}$  și așa mai departe, probabilitățile de tranziție și pragurile randamentului activelor companiei sunt prezentate în tabelul de mai jos.

**Probabilitățile de tranziție și pragurile de randament  
pentru un emitent cu rating A**

| Rating | Probabilitate (%) | Prag       | Valoare        |
|--------|-------------------|------------|----------------|
| AAA    | 0.09              |            |                |
| AA     | 2.27              | $Z'_{AA}$  | $3.12\sigma'$  |
| A      | 91.05             | $Z'_A$     | $1.98\sigma'$  |
| BBB    | 5.52              | $Z'_{BBB}$ | $-1.51\sigma'$ |
| BB     | 0.74              | $Z'_{BB}$  | $-2.30\sigma'$ |
| B      | 0.26              | $Z'_B$     | $-2.72\sigma'$ |

|          |      |            |                |
|----------|------|------------|----------------|
| C        | 0.01 | $Z'_{CCC}$ | $-3.19\sigma'$ |
| Faliment | 0.06 | $Z'_{Def}$ | $-3.24\sigma'$ |

Pentru a descrie evoluția comună a celor două rating-uri se presupune că randamentele activelor celor două companii sunt corelate și au o distribuție normală, rămânând de specificat doar coeficientul de corelație dintre cele două randamente,  $\rho$ . În aceste condiții, matricea de covarianță pentru distribuția normală bivariată este:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma^2 & \rho\sigma\sigma' \\ \rho\sigma\sigma' & \sigma'^2 \end{pmatrix}.$$

Astfel, dacă de exemplu se dorește calcularea probabilității ca randamentul activelor companiei cu rating BB să se situeze între  $Z_B$  și  $Z_{BB}$  și în același timp randamentul activelor cu emitentului cu rating A să se situeze între  $Z'_{BBB}$  și  $Z'_A$ , în cazul în care  $\rho$  este zero (randamentele celor două active sunt independente), această probabilitate este produsul dintre probabilitățile atașate celor două evenimente. În cazul în care  $\rho$  este diferit de zero, probabilitatea este:

$$\Pr\{Z_B < R < Z_{BB}, Z'_{BBB} < R' < Z'_A\} = \int_{Z_B}^{Z_{BB}} \int_{Z'_{BBB}}^{Z'_A} f(r, r'; \Sigma) (dr') dr,$$

unde  $f(r, r'; \Sigma)$  este funcția de densitate pentru distribuția normală bivariată cu matricea de covarianță  $\Sigma$ . Utilizând această procedură se calculează cele 64 de probabilități de migrare comună (prezentate în tabelul următor).

### Probabilitățile de migrare comună

| Obligațiune BB | Obligațiune A |      |       |      |      |      |      |          | Total |
|----------------|---------------|------|-------|------|------|------|------|----------|-------|
|                | AAA           | AA   | A     | BBB  | BB   | B    | CCC  | faliment |       |
| AAA            | 0.00          | 0.00 | 0.03  | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00     | 0.03  |
| AA             | 0.00          | 0.01 | 0.13  | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00     | 0.14  |
| A              | 0.00          | 0.04 | 0.61  | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00     | 0.67  |
| BBB            | 0.02          | 0.35 | 7.10  | 0.20 | 0.02 | 0.01 | 0.00 | 0.00     | 7.69  |
| BB             | 0.07          | 1.79 | 73.65 | 4.24 | 0.56 | 0.18 | 0.01 | 0.04     | 80.53 |
| B              | 0.00          | 0.08 | 7.80  | 0.79 | 0.13 | 0.05 | 0.00 | 0.01     | 8.87  |
| CCC            | 0.00          | 0.01 | 0.85  | 0.11 | 0.02 | 0.01 | 0.00 | 0.00     | 1.00  |
| faliment       | 0.00          | 0.01 | 0.90  | 0.13 | 0.02 | 0.01 | 0.00 | 0.00     | 1.07  |
| <b>Total</b>   | 0.09          | 2.29 | 91.06 | 5.48 | 0.75 | 0.26 | 0.01 | 0.06     | 100   |

Motivul pentru care această ecuație nu depinde de volatilitățile celor două active este că aceste volatilități sunt deja încorporate în probabilitățile de tranziție ale celor două active. Ca o consecință, în calculul probabilităților de migrare comună pot fi utilizate randamentele standardizate (ajustate astfel încât media să fie zero și deviația standard 1), iar singurul parametru ce va trebui estimat este corelația dintre randamentele activelor.

Acest tabel este suficient pentru calculul deviației standard a modificării valorii unui portofoliu care este format numai din obligațiuni emise de cele două societăți. Pentru calculul deviației standard a unui portofoliu care conține obligațiuni ale mai multor emitenți este necesară repetarea acestei analize pentru fiecare pereche de societăți din portofoliu.

Pe baza corelației activelor,  $\rho_A$ , este posibil calculul probabilității ca ambii debitori să intre în faliment,  $p_{12}$ . Corelația de intrare în faliment a acestor doi debitori poate fi scrisă ca:

$$\rho_D = \frac{p_{12} - p_1 p_2}{\sqrt{p_1(1-p_1)p_2(1-p_2)}},$$

unde  $p_1$  și  $p_2$  sunt probabilitățile ca debitorul 1 și respectiv debitorul 2 să intre în faliment.

Tranziția de la corelația activelor la corelația probabilităților de intrare în faliment o micșorează pe cea de a doua în mod semnificativ: corelații ale activelor de 40 – 60 la sută se traduc în corelații ale probabilităților de intrare în faliment de 2 – 4 la sută.

Calculul coeficienților de corelație dintre debitori se realizează în următorii pași:

1. Sunt construite matrice de corelații între indici bursieri pentru ramurile industriale și pentru țări.
2. Fiecare companie este analizată prin prisma sectoarelor economice și a țărilor în care își desfășoară activitatea.
3. Randamentul și volatilitatea activelor celor două companii sunt obținute pe baza randamentelor și volatilităților indicilor bursieri aferenți sectoarelor economice și țărilor în care compania activează.
4. Corelația dintre două companii se obține ca o medie ponderată funcție de corelațiile dintre indicii bursieri aferenți sectoarelor economice și țărilor în care cele două companii își desfășoară activitatea.



Astfel, matricea din stânga sus,  $C (m \times m)$ , reprezintă corelațiile dintre indici, matricea identitate din dreapta jos reflectă componenta specifică fiecărei firme (care e corelată cu ea însăși și necorelată cu componenta aferentă altei firme), iar restul matricei  $\bar{C}$  constă în 0 reflectând lipsa de corelație dintre componenta specifică și indici.

Matricea ponderilor,  $W ((m+n) \times n)$ , este construită astfel încât fiecare coloană reprezintă o firmă distinctă, iar fiecare linie reprezintă ponderea (scalată) în indice și în componenta specifică. Astfel, în coloana  $k$  a matricei  $W$ , primele  $m$  elemente reprezintă ponderile (scalate) ale indicilor, elementul  $m+n+k$  reprezintă ponderea componentei specifice a firmei iar celelalte elemente sunt 0.

Matricea  $(n \times n)$  cu corelațiile dintre firme este  $W' \cdot \bar{C} \cdot W$ .

### II.1.5. Estimarea analitică a distribuției valorii unui portofoliu de mai multe obligațiuni

Considerând un portofoliu de  $n$  active, notând valoarea acestor active la finalul orizontului avut în vedere cu  $V_1, V_2, \dots, V_n$  și mediile acestor valori cu  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ , varianțele acestor valori sunt  $\sigma^2(V_1), \sigma^2(V_2), \dots, \sigma^2(V_n)$ . Calculul mediilor și a varianțelor individuale este prezentat în subcapitolul V.1.2.

La finalul orizontului de prognoză, valoarea portofoliului este  $V_1 + V_2 + \dots + V_n$  iar valoarea medie a acestuia este  $\mu_p = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n$ . Deviația standard a portofoliului,  $\sigma_p$  este calculată pe baza relației:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sigma^2(V_i) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n COV(V_i, V_j).$$

Dar, având în vedere că  $\sigma^2(V_i + V_j) = \sigma^2(V_i) + 2 \cdot COV(V_i, V_j) + \sigma^2(V_j)$ , deviația standard a portofoliului poate fi scrisă ca:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \sigma^2(V_i + V_j) - (n-2) \cdot \sum_{i=1}^n \sigma^2(V_i).$$

Covarianța sau  $\sigma^2(V_i + V_j)$  se calculează pe baza metodologiei descrise în subcapitolele V.1.3. și V.1.4.

### **II.1.6. Simularea**

Această metodă este aplicată în cazul portofoliilor care sunt formate dintr-un număr mare de debitori, pentru care metoda analitică ar fi mare consumatoare de resurse de calcul și de timp, și constă în trei pași:

- A. Generarea de scenarii. Fiecare scenariu corespunde unui anumit rating de credit al companiilor din portofoliu la finalul orizontului de prognoză.
- B. Evaluarea portofoliului. Pentru fiecare scenariu, portofoliul este reevaluat astfel încât să reflecte noile rating-uri de credit.
- C. Sumarizarea rezultatelor. Pe baza valorilor finale ale portofoliilor generate de scenarii se estimează distribuția valorilor portofoliului (media, abaterea medie pătratică, percentile).

Pașii în generarea scenariilor sunt:

1. Stabilirea pragurilor de randament ale activelor pentru emitenții din portofoliu,
2. Generarea de scenarii ale randamentelor activelor presupunându-se că acestea sunt normal distribuite,
3. Transformarea scenariilor privind randamentele activelor în scenarii ale rating-ului de credit al portofoliului.

## ***II.2. Modelul PortfolioManager***

### **II.2.1. Modelul dezvoltat de Merton**

Ideea aplicării teoriei opțiunilor pentru evaluarea creditelor și obligațiunilor este întâlnită în literatură începând cu anul 1974, începând cu articolul publicat de Robert Merton și dezvoltat ulterior de Galai și Masulis (1976).

Considerăm o firmă care finanțează achiziția de active (riscante),  $V$ , utilizând capitalul constituit de acționari,  $E$ , și emițând o obligațiune zero-cupon, cu valoare nominală (inclusiv dobânda acumulată)  $F$  și scadența  $T$ , a cărei valoare de piață este  $B$ . Împrumutul luat de firmă este supus



riscului de credit – adică riscul ca la momentul  $T$ , valoarea activelor firmei,  $V_T$ , va fi mai mică decât valoarea (nominală) a creditului,  $F$ .

Riscul de credit există atâta timp cât probabilitatea de intrare în faliment,  $P(V_T < F)$  este mai mare decât 0. Ca urmare, la momentul  $t_0$ ,  $B_0 < F \cdot e^{-rT}$ , adică *yield*-ul obligațiunii,  $y_T$ , este mai mare decât rata dobânzii fără risc,  $r$ , iar *spread*-ul datorat riscului de credit (*default spread*), *spread* care îi compensează pe deținătorii de obligațiuni pentru riscul asumat este  $\pi = y_T - r$ .

Dacă nu există fricțiuni (pe piață), taxe de tranzacționare și costuri implicate de falimentul firmei, atunci valoarea (de piață) prezentă a activelor firmei reprezintă suma dintre valoarea capitalului și a împrumutului:  $V_0 \equiv E_0 + B_0$ .

În consecință riscul de credit este o funcție de structura financiară a firmei:

- gradul său de îndatorare (*leverage*),  $LR = \frac{F \cdot e^{-rT}}{V_0}$ ;
- volatilitatea randamentului activelor firmei,  $\sigma_V$ ;
- scadența datoriilor firmei,  $T$ .

Ideea de la care a pornit Merton (1974), este că dacă, la momentul  $T$ ,  $V_T < F$  atunci compania se află, cel puțin în teorie, în faliment, iar valoarea, de piață, a capitalului este 0. Dacă, la același moment  $V_T > F$ , atunci compania își va plăti datoriile iar valoarea capitalului său va fi  $V_T - F$ . Ca urmare, valoarea capitalului firmei la momentul  $T$  este:

$$E_T = \max(V_T - F, 0).$$

Deci, valoarea capitalului unei firme,  $E_t$ , poate fi considerată o opțiune call având ca activ suport valoarea de piață a activelor firmei,  $V_t$  și preț de exercițiu valoarea nominală a datoriilor firmei,  $F$ .

Adică,  $E_t = f(V_t, F, \sigma_V, r, T - t)$ , unde  $V_t$  și  $\sigma_V$  sunt variabile neobservabile.

Aplicând formula de evaluare a opțiunilor Black-Scholes (1973), rezultă:

$$E_0 = V_0 \cdot N(d_1) - F \cdot e^{-rT} \cdot N(d_2),$$

unde:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{V_0}{F} + \left( r + \frac{\sigma_V^2}{2} \right) \cdot T}{\sigma_V \sqrt{T}}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma_V \cdot T.$$

Valoarea (de piață) a creditului este  $V_0 - E_0$ .

Probabilitatea neutră la risc ca firma să intre în faliment este  $N(-d_2)$ , dar pentru calcularea acesteia este nevoie de  $V_0$  și  $\sigma_V$ , care sunt variabile neobservabile. Dar, dacă compania este tranzacționată la bursă, poate fi observată valoarea capitalului,  $E_0$  și, aplicând leme lui Ito, poate fi estimată volatilitatea capitalului,  $\sigma_E$ :

$$\sigma_E \cdot E_0 = \frac{\partial E}{\partial V} \cdot \sigma_V \cdot V_0$$

sau

$$\sigma_E \cdot E_0 = N(d_1) \cdot \sigma_V \cdot V_0.$$

Construind un sistem de două ecuații simultane pe baza acestei relații și a ecuației prețului opțiunii, acesta poate fi rezolvat pentru obținerea valorilor  $V_0$  și  $\sigma_V$ .

Galai și Masulis (1976) extind modelul lui Merton, și consideră că riscul de credit poate fi eliminat cumpărând o opțiune put,  $P$ , care are ca activ suport valoarea firmei,  $V$ , ca preț de exercițiu valoarea nominală a datoriilor firmei,  $F$ , și scadența  $T$ .

Dacă creditorul companiei achiziționează o asemenea opțiune, el elimină complet riscul de credit și transformându-și creditul inițial (riscant) într-un credit fără risc, cu valoarea nominală  $F$ .

Dacă rata fără risc este  $r$ , atunci, la echilibru,  $B_0 + P_0 = F \cdot e^{-rT}$ . Deci, costul opțiunii put este prețul plătit pentru eliminarea riscului de credit asociat creditului acordat firmei.

Conform modelului Black-Scholes (1973), prețul opțiunii  $P$  este dat de relația:

$$P_0 = -N(-d_1) \cdot V_0 + F \cdot e^{-rT} \cdot N(-d_2)$$

unde:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{V_0}{F} + \left( r + \frac{\sigma_v^2}{2} \right) \cdot T}{\sigma_v \sqrt{T}} = \frac{\ln \frac{V_0}{F \cdot e^{-rT}} + \frac{1}{2} \cdot \sigma_v^2 \cdot T}{\sigma_v \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_v \cdot T.$$

Ca urmare, costul acoperirii riscului de credit depinde de gradul de risc al activelor firmei,  $\sigma_v$ , scadența datoriilor firmei, rata dobânzii fără risc, gradul de îndatorare al firmei.

Yield-ul datoriei firmei poate fi determinat după cum urmează:

$$y_T = -\frac{\ln \frac{B_0}{F}}{T} = -\frac{\ln \frac{F \cdot e^{-rT} - P_0}{F}}{T},$$

Iar *spread*-ul de credit,  $\pi_T$ , definit ca  $\pi_T = y_T - r$ , ținând cont de ecuația prețului opțiunii put  $P$ , este:

$$\pi_T = y_T - r = -\frac{1}{T} \ln \left( N(d_2) + \frac{V_0}{F \cdot e^{-rT}} \cdot N(-d_1) \right).$$

Deci, acesta este o funcție de gradul de îndatorare, volatilitatea activelor firmei și scadența datoriei.

Spread-ul de credit poate fi calculat ca o funcție a gradului de îndatorare, a volatilității activelor și a scadenței datoriilor.

## II.2.2. Abordarea KMV

Pe baza modelului dezvoltat de Merton, compania *KMV* a dezvoltat o metodologie de estimare a probabilității de intrare în faliment (*estimated default frequency, EDF*). Această probabilitate este o funcție a structurii de capital a firmei, a volatilității randamentului activelor firmei și a valorii curente a acestora. Valoarea *EDF* specifică unei firme poate fi transpusă în orice sistem de rating pentru a rating-ul echivalent al debitorului respectiv.

Acest model (similar cu modelul *CreditRisk+* dezvoltat de Credit Suisse First Boston) se bazează pe paradigma *default mode*, adică evenimentul de credit luat în considerare este numai falimentul

firmei. Ca urmare, spre deosebire de sistemul *Creditmetrics*, modelul *KMV* nu face referiri explicite asupra probabilităților de tranziție, care în metodologia *KMV*, sunt deja încorporate în măsura *EDF*.

Această metodologie este aplicată companiilor a căror valoare a capitalului este determinată de către piață (care sunt tranzacționate pe o bursă de valori), deoarece informația conținută în prețul acțiunilor și în bilanț poate fi translatată în riscul implicit de faliment.

Riscul de credit în această abordare este în mod esențial determinat de dinamica activelor firmei. Având structura de capital a firmei și specificând procesul stohastic pentru valoarea activelor firmei, se poate determina probabilitatea curentă de intrare în faliment pentru orice orizont de timp.

Derivarea probabilităților de faliment efective este realizată în trei pași:

- Estimarea valorii de piață și a volatilității activelor firmei,
- Calcularea distanței față de faliment, care este o măsură a riscului de faliment,
- Scalarea distanței față de faliment pentru obținerea probabilităților efective de faliment, pe baza unei baze de date care cuprinde incidentele de faliment.

Presupunând o firmă care se finanțează pe baza capitalului  $E_t$  și a emisiunii unui instrument de credit zero cupon, cu scadența  $T$ , valoarea nominală  $F$  și valoarea de piață  $B_t$ , bilanțul acestei firme poate fi reprezentat după cum urmează:

$$V_t = B_t(F) + E_t,$$

unde  $V_t$  reprezintă valoarea activelor firmei.

Modelul presupune că falimentul se produce numai la scadența obligației de plată, atunci când valoarea activelor este inferioară datoriei ( $F$ ). De asemenea, modelul presupune că valoarea activelor companiei urmează o mișcare browniană geometrică iar distribuția valorii activelor la maturitatea obligațiunii este:

$$E(V_T) = V_0 e^{\mu T}$$
$$V_T = V_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \sigma \sqrt{T} Z_T}$$

Structura de capital a firmei este considerată a fi compusă din capital social, datoriile pe termen scurt (considerate a fi echivalente cu numerarul), datoriile pe termen lung (perpetuități) și acțiuni preferențiale convertibile.

Pe baza acestor ipoteze se poate găsi o soluție analitică pentru valoarea capitalului  $E$ , și volatilitatea acesteia,  $\sigma_E$ :

$$E = f(V, \sigma_V, LR, c, r)$$

$$\sigma_S = g(V, \sigma_V, LR, c, r)$$

unde:

$LR$  reprezintă gradul de îndatorare în structura de capital,

$c$  – cuponul mediu plătit pentru datoriile pe termen lung,

$r$  – rata dobânzii fără risc,

$V$  – valoarea activelor companiei,

$\sigma_V$  – volatilitatea randamentelor activelor.

Având în vedere că numai valoarea de piață a capitalului este observabilă, valoarea activelor poate fi obținută din relația valorii acțiunilor:

$$V = f(E, \sigma_V, LR, c, r).$$

Pe baza analizei unui eșantion de câteva sute de companii,  $KMV$  a ajuns la concluzia că falimentul firmei apare atunci când valoarea activelor atinge un nivel care se află între valoarea totală a datoriilor și valoarea datoriilor pe termen scurt. Din această cauză,  $KMV$  a implementat o etapă intermediară înaintea calculării probabilităților de faliment.

Astfel, este calculat un indice, numit distanța până la faliment (*distance to default*),  $DD$ , care este numărul de deviații standard dintre media distribuției valorii activelor și un prag critic, momentul falimentului (care reprezintă valoarea nominală a datoriilor curente, incluzând datoriile pe termen scurt și jumătate din datoriile pe termen lung).

Notând cu:

$STD$  – datoriile pe termen scurt,

$LTD$  – datoriile pe termen lung,

$DPT$  – momentul falimentului,  $DPT = STD + \frac{1}{2} LTD$ ,

distanța până la faliment ( $DD$ ), care reprezintă distanța dintre valoarea așteptată a activelor într-un orizont de un an,  $E(V_1)$  și punctul falimentului,  $DPT$ , exprimată în deviații standard ale randamentului activelor, este:

$$DD = \frac{E(V_1) - DPT}{\sigma_v}.$$

Presupunând ca valoarea activelor are o distribuție log-normală, distanța până la faliment la momentul  $T$  este:

$$DD = \frac{\ln \frac{V_0}{DPT_T} + \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma_v^2 \right) T}{\sigma_v \sqrt{T}}$$

unde:

$V_0$  reprezintă valoarea de piață curentă a activelor firmei,

$DPT_T$  – punctul falimentului la finalul orizontului  $T$ ,

$\mu$  – randamentul așteptat al activelor minus ieșirile de numerar,

$\sigma_v$  – volatilitatea anualizată a activelor.

De aici rezultă că suprafața în care firma este în faliment este  $N(-DD)$ .

Ultima fază constă în maparea distanței până la faliment în probabilități efective de faliment pentru un anumit orizont de timp, probabilități numite frecvențe așteptate de faliment (*expected default frequencies, EDF*).

Pe baza unui eșantion de companii, care include și firme care au intrat în faliment, se poate estima, pentru fiecare orizont de timp, proporția de companii care pentru o anumită valoare a indicatorului  $DD$ , au intrat în faliment.

### II.3. Modelul *CreditRisk+*

Modelul *CreditRisk+*, dezvoltat în 1997 de către Credit Suisse First Boston, are o abordare actuarială și tratează procesul falimentului, inclusiv rata de recuperare a obligației, ca exogen, ceea ce înseamnă că probabilitățile de intrare în faliment furnizate de model sunt bazate pe date statistice istorice.

Modelul *CreditRisk+* presupune că distribuția de probabilitate pentru numărul de falimente pentru orice perioadă de timp este o distribuție Poisson. Pe baza acestei ipoteze modelul produce distribuția pierderii pentru un portofoliu de obligațiuni sau de credite utilizând caracteristicile individuale ale fiecărui debitor și corelația dintre instrumentele din portofoliu.

Această abordare modelează doar probabilitatea de faliment a companiei, probabilitatea de tranziție fiind ignorată. Spre deosebire de modelul *KMV*, această metodologie nu încearcă să facă o legătură între faliment și structura capitalului. De asemenea, nu sunt făcute ipoteze cu privire la cauzele falimentului: un debitor  $A$  este fie în faliment, cu probabilitatea  $P_A$ , sau fie nu este în faliment, cu probabilitatea  $1 - P_A$ .

Modelul are ca ipoteze:

- Pentru un credit, probabilitatea de faliment într-o anumită perioadă, de exemplu un an, este la fel ca în orice alt an.
- Pentru un număr mare de debitori, numărul de falimente dintr-o perioadă este independent de numărul de debitori ce intră în faliment din orice altă perioadă.

Având în vedere aceste ipoteze, distribuția de probabilitate a numărului de falimente într-o anumită perioadă urmează o distribuție Poisson. Distribuția Poisson are avantajul că poate fi specificată pe baza unui singur parametru – media.

În aceste condiții,

$$Prob(n \text{ falimente}) = \frac{n^{-2} e^{-n}}{n!}, \text{ pentru } n = 0, 1, 2, \dots$$

unde:

$\bar{n}$  reprezintă numărul mediu de falimente pe an  $\left(\bar{n} = \sum_A P_A\right)$ .

Numărul anual de falimente,  $n$ , este o variabilă stohastică cu media  $\bar{n}$  și deviația standard  $\sqrt{\bar{n}}$ .

În vederea determinării frecvenței evenimentelor de faliment, este introdusă o nouă ipoteză: numărul mediu de falimente este la rândul său o variabilă stohastică, cu media  $\bar{n}$  și deviația standard  $\sigma_n$ . Prin încorporarea acestei ipoteze distribuția devine leptokurtotică și asimetrică către dreapta.

Pentru a încorpora și severitatea pierderii în cazul intrării în faliment a debitorului, expunerea fiecărui debitor este ajustată cu rata așteptată de recuperare în vederea calculării pierderii în cazul falimentului debitorului ( $LGD$ ).

Astfel, pierderea așteptată ( $EL$ ) pentru debitorul A este:  $EL_A = LGD_A \cdot P_A$ .

În vederea derivării distribuției pierderii pentru un portofoliu diversificat, pierderile (expunerile ajustate funcție de ratele de recuperare) sunt divizate în benzi iar nivelul expunerii în fiecare bandă este aproximat de un singur număr. Fiecare bandă este considerată un portofoliu de credite/obligațiuni independent.

Notând cu:

$L_j$  – expunerea în banda  $j$ , în unități  $L$  (de exemplu,  $L = 100\,000\ USD$ ),

$EL_j$  – pierderea așteptată în banda  $j$ , în unități  $L$ ,

$\bar{n}_j$  – numărul de falimente așteptat în banda  $j$ ,

Atunci,

$$EL_j = L_j \cdot \bar{n}_j \Rightarrow \bar{n}_j = \frac{EL_j}{L_j}$$

Notând cu  $E_A$  pierderea așteptată pentru debitorul A, în unități  $L$ ,

$$E_A = \frac{EL_A}{L},$$



atunci pierderea așteptată pentru un orizont de un an în banda  $j$ ,  $EL_j$ , exprimată în unități  $L$ , este suma pierderilor așteptate  $E_A$  pentru toți debitorii care aparțin benzii  $j$ :

$$EL_j = \sum_{A:L_A=L_j} E_A.$$

În aceste condiții, numărul așteptat de falimente, pentru un orizont de un an, în banda  $j$  este:

$$\bar{n}_j = \frac{EL_j}{L_j} = \sum_{A:L_A=L_j} \frac{E_A}{L_j} = \sum_{A:L_A=L_j} \frac{E_A}{L_A}.$$

Pentru calcularea distribuției pierderilor pentru tot portofoliu de credite sunt parcurși trei pași.

1. Funcția generatoare de probabilitate pentru fiecare bandă.

Fiecare bandă este considerată un portofoliu de expuneri separat. Funcția generatoare de probabilitate pentru orice bandă,  $j$ , este:

$$G_j(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(\text{pierdere} = nL) z^n = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(n \text{ falimente}) z^{nL_j}$$

unde pierderea este exprimată în unități  $L$  de expunere.

Pentru calcularea distribuției pierderilor pentru întreg portofoliul, având în vedere ipoteza distribuției Poisson a numărului de falimente, atunci:

$$G_j(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\bar{n}_j} \bar{n}_j^n}{n!} z^{nL_j} = e^{-\bar{n}_j + \bar{n}_j z^{L_j}}$$

2. Funcție generatoare de probabilitate pentru întreg portofoliul

Deoarece s-a presupus că fiecare bandă a portofoliului total este independentă de celelalte benzi, funcția generatoare de probabilitate pentru întreg portofoliul este produsul funcțiilor generatoare de probabilitate pentru fiecare bandă:

$$G(z) = \prod_{j=1}^m e^{-\bar{n}_j + \bar{n}_j z^{L_j}} = e^{-\sum_{j=1}^m \bar{n}_j + \sum_{j=1}^m \bar{n}_j z^{L_j}}$$

unde  $\bar{n} = \sum_{j=1}^m \bar{n}_j$  reprezintă numărul așteptat de falimente pentru întreg portofoliul.

### 3. Distribuția pierderilor pentru întreg portofoliul

Pe baza funcției generatoare de probabilitate pentru întreg portofoliul,  $G(z)$ , distribuția pierderilor rezultă din:

$$\Pr(\text{pierdere} \leq nL) = \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n G(z)}{dz^n} \right|_{z=0} = A_n \text{ pentru } n = 1, 2, \dots$$

Aceste probabilități pot fi exprimate printr-o soluție analitică și depind de două seturi de parametri:  $EL_j$  și  $L_j$ :

$$A_n = \sum_{j: L_j \leq n} \frac{EL_j}{n} A_{n-L_j}$$

$$\text{și } A_0 = G(0) = e^{-\sum_{j=1}^m \frac{EL_j}{L_j}}.$$

Credit Suisse propune câteva extensii ale acestui model:

- Extinderea modelului cu o singură perioadă la un model multi-perioadă,
- Introducerea de factori care să influențeze variabilitatea ratelor de producere a falimentelor, factori ce țin de sectorul de activitate al companiei debitoare. Astfel, fiecare factor,  $k$ , este reprezentat printr-o variabilă aleatoare,  $X_k$ , care reprezintă numărul de falimente în sectorul  $k$  și este considerată a avea o distribuție gamma. Apoi, rata medie a falimentelor pentru fiecare debitor este considerată a fi o funcție liniară a factorilor  $X_k$ .  
În plus, acești factori sunt considerați independenți.

În ambele cazuri, modelul *CreditRisk+* propune o soluție analitică pentru distribuția pierderilor portofoliului de credite/obligațiuni.

Acest model are avantajul că este ușor de implementat, necesitățile de calcul sunt limitate și impactul marginal asupra riscului de credit (introdus de o obligațiune) este ușor de încorporat. De asemenea necesitățile de date sunt limitate, pentru fiecare instrument fiind necesare doar probabilitatea de intrare în faliment și expunerea.

Principalele limitări ale modelului sunt faptul că metodologia presupune că nu există o relație între riscul de credit și riscul de piață (ratele de dobândă sunt presupuse a fi deterministe). În

plus, modelul ignoră riscul de migrare, expunerea pe fiecare emitent este considerată constantă și nu este sensibilă la modificările posibile viitoare ale riscului de credit al debitorului sau la modificările ratei dobânzii.

De asemenea, similar cu modelele *CreditMetrics* și *KMV*, *CreditRisk+* nu poate evalua satisfăcător riscul de credit al produselor neliniare cum ar fi opțiunile și contractele swap valutare.

#### ***II.4. Modelul CreditPortfolioView***

Compania de consultanță McKinsey a propus un model econometric care măsoară riscul de faliment (*default*), probabilitățile de faliment (*default*) depinzând de variabile macroeconomice, unele dintre ele corespunzând unor variabile financiare utilizate ca *proxy* pentru starea economiei: nivelul cursului de schimb și ratei dobânzii, rata de creștere a economiei, rata șomajului, cheltuielile guvernamentale, rata de economisire. Acest model corespunde evidenței empirice conform căreia ciclurile de credit și ciclurile economice sunt cointegrate. În plus, acest model prezintă și avantajul disponibilității datelor.

Premisele acestui model sunt:

- diversificarea ajută la reducerea incertitudinii pierderilor;
- există incertitudine – risc sistematic – în privința pierderilor, chiar și pentru cele mai diversificate portofolii;
- riscul sistematic al portofoliului este determinat în special de situația macroeconomică – în perioadele de recesiune înrăutățirea ratingurilor și intrările în incapacitate de plată cresc.

În dezvoltarea acestui model s-au avut în vedere contrapartidele cu rating speculativ (sub BBB) care sunt mai sensibile la ciclurile de credit și datele macroeconomice.

În cadrul acestui model (Cossin, Pirotte, 2001), probabilitățile sunt considerate a fi generate de o funcție logistică și depinzând de un indice al țării cu nivel de rating speculativ, care la rândul său este determinat, utilizând analiza multifactorială de variabile macroeconomice contemporane sau cu lag.

Probabilitatea de intrare în faliment pentru un debitor cu rating speculativ în sectorul/țara  $j$ , pentru perioada  $t$  este dată de:

$$P_{j,t} = \frac{1}{1 + e^{-Y_{j,t}}}, \quad (1)$$

unde  $Y_{j,t}$  este un indice

$$Y_{j,t} = \beta_j^0 + [\beta_j^1 \quad \beta_j^2 \quad \dots \quad \beta_j^m] \begin{bmatrix} X_{j,t}^1 \\ X_{j,t}^2 \\ \dots \\ X_{j,t}^m \end{bmatrix} + v_{j,t}, \quad (2)$$

unde:

$\beta_j$  este vectorul coeficienților (senzitivităților) pentru sectorul/țara  $j$  care se aplică vectorului de valori pentru  $j$  de  $m$  variabile macroeconomice,  $X_{j,t}$ ;

$v_{j,t}$  reprezintă termenul de eroare, care este independent de  $X_{j,t}$  și identic și normal distribuit:  $v_{j,t}$  este i.i.d. cu  $v_{j,t} \sim N(0, \sigma_j)$  și  $v_t \sim N(0, \Sigma_v)$ , unde  $v_t$  reprezintă vectorul inovațiilor  $v_{j,t}$ , și  $\Sigma_v$  este matricea lui de varianță-covarianță.

Variabilele macroeconomice sunt specificate pentru fiecare țară, iar atunci când sunt suficient de multe date disponibile, vectorul  $\beta_j$  poate fi calibrat. În plus, în implementarea propusă de McKinsey, se pornește de la ipoteza că fiecare dintre aceste variabile independente urmează un proces autoregresiv de ordinul 2 ( $AR(2)$ ), astfel încât procesul  $X_{j,t}$  are memorie:

$$X_{j,t}^i = \gamma_{j,0}^i + [\gamma_{j,t-1}^i \quad \gamma_{j,t-2}^i] \begin{bmatrix} X_{j,t-1}^i \\ X_{j,t-2}^i \end{bmatrix} + \varepsilon_{j,t}^i, \quad (3)$$

unde:

$X_{j,t}^i$  reprezintă valoarea variabilei macroeconomice  $i$ , pentru segmentul  $j$ , la momentul  $t$ ,  
vectorul de coeficienți  $\gamma_j^i$  reprezintă senzitivitățile față de informația anterioară,  
 $\varepsilon_{j,t}^i$  este presupus a fi i.i.d. cu  $\varepsilon_{j,t}^i \sim N(0, \sigma_i)$  și  $\varepsilon \sim N(0, \Sigma_\varepsilon)$ , unde  $\varepsilon$  reprezintă vectorul termenilor de eroare pentru fiecare din cele  $i$   $AR(2)$  ecuații în segmentul  $j$ , iar  $\Sigma_\varepsilon$  este matricea lor de varianță-covarianță.

Ecuțiile (1), (2) și (3) definesc sistemul ce determină evoluția împreună a ratelor de intrare în faliment pentru țările/sectoarele cu rating speculativ și a variabilelor macroeconomice asociate, sistem ce trebuie calibrat.

În particular, pentru vectorul total al inovațiilor,

$$E_t = \begin{bmatrix} v_t \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} \sim N(0, \Sigma),$$

cu

$$\Sigma \equiv \begin{bmatrix} \Sigma_v & \Sigma_{v,\varepsilon} \\ \Sigma_{v,\varepsilon} & \Sigma_\varepsilon \end{bmatrix},$$

unde:

$E$  este un vector  $(j+i) \times 1$  al inovațiilor întregului sistem de ecuații;

$\Sigma$  este matricea  $(j+i) \times (j+i)$  de covarianță pentru erorile de prognoză a variabilelor macroeconomice ( $v$ ) și șocurile de intrare în incapacitate de plată specifice fiecărui sector ( $\varepsilon$ );

$\Sigma_{v,\varepsilon}$  reprezintă matricea de corelație între erorile de prognoză a variabilelor macroeconomice ( $v$ ) și șocurile de intrare în incapacitate de plată specifice fiecărui sector ( $\varepsilon$ ).

Ulterior procesului de calibrare, utilizarea decompoziției Choleski a matricei  $\Sigma$ ,

$$\Sigma = AA',$$

permite simularea distribuției comune a probabilităților de intrare în faliment pentru toate segmentele. Această operație presupune trei pași:

1. Generarea unui vector de  $(i+j)$  secvențe de realizări aleatoare  $Z_t$ ,  $t = \overline{1, n}$ , pentru  $(i+j)$   $N(0, I)$  variabile aleatoare, unde  $I$  reprezintă matricea identitate cu dimensiunea  $(i+j) \times (j+i)$ .
2. Calculul lui  $E_t = Az_t$ , care încorporează corelațiile dintre variabilele macro și șocurile asupra ratelor de intrare în faliment ale sectoarelor.
3. Calcularea lui  $Y_{j,t}$  și ulterior a lui  $P_{j,t}$  utilizând sistemul de ecuații.

Calcularea matricei de tranziție condiționate. Odată ce ratele de intrare în incapacitate de plată sunt calculate pentru fiecare țară/sector economic, se poate determina matricea de tranziție unică

Marcov pentru fiecare din țările/sectoarele economice. Pentru determinarea acestor matrice se parcurg următorii pași:

1. Calcularea matricei Marcov de tranziție pentru fiecare din sectoarele economice utilizând datele istorice ale agențiilor de rating (notată cu  $\phi M$ ). Această matrice reprezintă probabilitatea de a trece dintr-un rating în altul într-o anumită perioadă de timp (de regulă un an). Ca urmare, această matrice este necondiționată și reprezintă probabilitatea pe termen lung de migrare, ignoră situația macroeconomică actuală.
2. Pe baza probabilităților de intrare în faliment simulate  $SDP_t$  ( $P_{j,t}$  simulate) pentru fiecare sector, se poate calcula raportul lor față de media istorică  $\phi SDP$  (probabilitatea necondiționată de intrare în faliment),  $\frac{SDP_t}{\phi SDP}$ , ținând cont de faptul că o probabilitate mai mare decât 1 corespunde unei perioade de recesiune economică, cu creșterea migrărilor către ratinguri mai nefavorabile.
3. Aceste rapoarte vor fi utilizate ulterior pentru adaptarea probabilităților de migrare ale matricei  $\phi M$  pentru obținerea unei matrice de tranziție  $M$ , care este condiționată de starea economiei. Atunci,

$$M_t = M \left( \frac{P_{j,t}}{\phi SDP} \right),$$

adică, o parte din probabilitate este mutată către stările de înrăutățire a ratingului și intrare în incapacitate de plată atunci când  $\frac{P_{j,t}}{\phi SDP}$  este mai mare ca 1, și vice versa atunci când este mai mic decât 1.

4. Simularea poate fi realizată pentru orice orizont de timp ceea ce permite generarea unei matrice de tranziție multiperioadă pentru un orizont de timp  $T$ ,

$$M_T = \prod_{t=1, \dots, T} M \left( \frac{P_{j,t}}{\phi SDP} \right).$$

Utilizând aceeași metodologie de simulare, matricea de tranziție condiționată este reprodusă de mai multe ori pentru generarea distribuției de probabilitate multivariate de migrare și de intrare în incapacitate de plată pentru orice rating și orice orizont de timp. Din această distribuție poate fi calculată orice măsură de *CreditVAR*.

## ***II.5. Modele bazate pe evaluarea risc-neutrală - Sistemul de Analiză al Creditelor***

Aplicarea probabilităților risc-neutrale pentru evaluarea activelor a fost introdusă de Arrow (1953) și ulterior îmbunătățită de Harrison și Kreps (1979), Harrison și Pliska (1981) și Kreps (1982).

O piață este risc-neutrală dacă toate activele sunt tranzacționate pe o piață pe care toți investitorii sunt dispuși să accepte, de la orice activ cu risc, același randament așteptat ca și rata fără risc. Astfel, pe o piață financiară pe care investitorii au un comportament risc-neutral, prețurile tuturor activelor pot fi determinate prin actualizarea cash-flow-urilor așteptate în viitor cu rata fără risc.

Relația de echilibru, în care randamentul așteptat al unui activ este egal cu rata fără risc, poate fi aplicată pentru a determina probabilitățile de faliment risc-neutrale implicite, probabilități numite și măsuri martingale echivalente. Aceste estimări forward-looking ale riscului de faliment al unui activ pot fi comparate cu probabilitățile istorice estimate (probabilitățile de tranziție).

Probabilitățile risc-neutrale de faliment pot fi determinate în două moduri:

- pe baza spread-urilor obligațiunilor zero-cupon,
- din cursurile bursiere ale acțiunilor debitorilor (modelul lui Merton).

Metodologia utilizată pentru determinarea probabilităților de faliment pe baza spread-ului obligațiunilor zero-cupon a fost introdusă de Litterman și Iben (1991). Considerând două curbe de randament zero-cupon pentru titluri de stat și obligațiuni cu risc de credit, la echilibru, pe baza evaluării neutre la risc, randamentul așteptat al obligațiunii corporatiste, trebuie să fie egal cu rata fără risc (randamentul titlului de stat)<sup>6</sup>:

$$p_1 \cdot (1 + k_1) = 1 + i_1$$

unde:

$p_1$  reprezintă probabilitatea implicită neutră la risc a îndeplinirii obligațiilor de plată ale debitorului pentru un orizont de un an,

$1 + k_1$  reprezintă randamentul așteptat pentru un orizont de un an al obligațiunii corporatiste,

---

<sup>6</sup> Presupunând că rata de recuperare în cazul neîndeplinirii obligațiilor de plată ale debitorului este zero

$1 + i_1$  reprezintă rata fără risc pentru orizontul de un an.

De aici, probabilitatea neutră la risc a intrării în faliment a debitorului, într-un orizont de un an,  $p_1^*$ , este:

$$p_1^* = 1 - p_1 = 1 - \frac{1 + k_1}{1 + i_1}$$

Probabilitățile de faliment pentru anul 2, 3, ...,  $n$  sunt obținute pe baza ratelor forward derivate din cele două curbe de randament.

Conform lui Ginzberg (1994) și Belkin (1998), relația dintre probabilitățile risc-neutrale și probabilitățile istorice de faliment este reflectată de prima de risc. Astfel, spread-ul,  $\phi$ , dintre randamentul (cu un orizont de un an) al unei obligațiuni corporatiste și randamentul unui titlu de stat va reflecta probabilitatea de faliment neutră la risc,  $p_1^*$ , și pierderea cumpărătorului obligațiunii corporatiste în cazul falimentului debitorului (*LGD*):

$$\phi = p_1^* \cdot LGD.$$

Alternativ, spread-ul poate fi caracterizat ca fiind o compensație pentru investitori atât pentru pierderea așteptată,  $\varepsilon_1$ , cât și pentru pierderea neașteptată,  $u_1$ :

$$\phi = \varepsilon_1 + u_1.$$

Pierderea așteptată,  $\varepsilon_1$ , poate fi considerată ca fiind egală cu media istorică a probabilității de faliment pentru acest tip de debitor, care se obține din produsul probabilității istorice de tranziție,  $t_1$ , cu *LGD*:

$$\varepsilon_1 = t_1 \cdot LGD.$$

Componenta neașteptată a pierderii,  $u_1$ , poate fi considerată a fi egală cu produsul dintre probabilitatea neașteptată de faliment și *LGD*.

Astfel, din relațiile de mai sus rezultă:

$$\phi = p_1^* \cdot LGD = t_1 \cdot LGD + u_1,$$

relație pe baza căreia se pot calcula  $p_1^*$  și  $u_1$ .



Ca urmare, pe baza *LGD*, diferența dintre probabilitatea de faliment neutră la risc,  $p^*$ , și probabilitatea istorică de faliment,  $t_1$ , reprezintă o primă de risc care reflectă probabilitatea de faliment neașteptată.

Probabilitățile neutre la risc oferă posibilitatea evaluării și marcării la piață a creditelor. Conform lui Ginzberg (1994), presupunând cunoscute rata fără risc pentru un orizont de un an,  $r$ , probabilitatea de faliment neutră la risc,  $p_1^*$ , și *LGD* și se dorește determinarea spread-ului,  $s$ , astfel încât valoarea prezentă a unui credit de o unitate (*NPV*) pentru un orizont de un an, să fie o unitate, atunci  $s$  rezultă din relația:

$$E(NPV) = \frac{(1 - p_1^*) \cdot (1 + r + s) + p_1^* (1 - LGD)}{1 + r}.$$

Ginzberg și KPMG prin Sistemul de Analiză a Creditelor au încercat să extindă metodologia de evaluare pentru credite cu scadență mai mare de un an. Astfel, KPMG a sugerat o metodologie de evaluare a similară cu modelele binomiale/multinomiale de evaluarea a obligațiunilor, cu diferența că probabilitățile de tranziție înlocuiesc probabilitățile de evoluție a ratelor dobânzii. Acest model oferă flexibilitate în sensul că poate capta modificările de spread de credit și impactul opțiunilor atașate creditului.

## Bibliografie

- [1] Alexander, Carol și Elizabeth Sheedy, editori, (2004) „The Professional Risk Manager’s Handbook. Volume I: Finance Theory, Financial Instruments and Markets”, PRMIA Publications.
- [2] Alexander, Carol și Elizabeth Sheedy, editori, (2004) „The Professional Risk Manager’s Handbook. Volume II: Mathematical Foundations of Risk Measurement”, PRMIA Publications.
- [3] Alexander, Carol și Elizabeth Sheedy, editori, (2004) „The Professional Risk Manager’s Handbook. Volume III: Risk Management Practices”, PRMIA Publications.
- [4] Basle Committee on Banking Supervision (2004) „International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, A Revised Framework”.
- [5] Basle Committee on Banking Supervision (1988) „International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards”.
- [6] Basle Committee of Banking Supervision (1999) „Principles for the Management of Credit Risk – Consultative Paper”, [www.bis.org/publ/bcbs54.pdf](http://www.bis.org/publ/bcbs54.pdf).
- [7] Basle Committee of Banking Supervision (1999) „Credit Risk Modelling: Current Practices and Applications”, [www.bis.org/publ/bcbs49.pdf](http://www.bis.org/publ/bcbs49.pdf).
- [8] Chorafas, Dimitris N. (2000) „Managing Credit Risk, Volume I – Analysing, rating and pricing the probability of default”, Euromoney Books.
- [9] Chorafas, Dimitris N. (2000) „Managing Credit Risk, Volume II – The lessons of VaR failures and imprudent exposure”, Euromoney Books.
- [10] Council of European Communities, Council Directive 93/6/EEC of 15 March 1993 on the capital adequacy of investments firms and credit institutions.
- [11] Cossin, Didier și Hugues Pirotte (2001) „Advanced Credit Risk Analysis”, John Wiley & Sons.
- [12] Credit Suisse First Boston (1997) „CreditRisk+, A Credit Risk Management Framework”.
- [13] Crouhy, Michel, Dan Galai și Robert Mark (2001) „Risk Management”, McGraw-Hill.

- [14] Gallati, Reto (2003) „Risk Management and Capital Adequacy”, McGraw-Hill.
- [15] Gordy, Michael B., editor, (2003) „Credit Risk Modelling. The Cutting-edge Collection”, Risk Books.
- [16] Hull, John C. (2007) „Risk Management and Financial Institutions”, Prentice Hall.
- [17] Jorion, Philippe (2003) „Financial Risk Manager Handbook, Second Edition”, John Wiley & Sons.
- [18] Lore, Mark și Lev Borodovsky editori (2000) „The Professional Handbook of Financial Risk Management”, Butterworth Heinemann.
- [19] Moody’s Investor Service (2002) Special Comment „Default & Recovery Rates of European Corporate Bond Issuers, 1985-2001”.
- [20] Moody’s Investor Service (2000) „RiskCalc for Private Companies: Moody’s Default Model”.
- [21] Ong, Michael K. editor (2004) „The Basel Handbook. A Guide for Financial Practitioners”, Incisive Media.
- [22] Ong, Michael K. editor (2002) „Credit Ratings. Methodologies, Rationale and Default Risk”, Risk Books.
- [23] Rosen, Dan (2004) „Credit Risk Capital Calculation”, în Alexander, Carol și Elizabeth Sheedy editori, (2004), „The Professional Risk Managers’ Handbook” Volumul III, PRMIA Publications.
- [24] Schmid, Bernd (2004) „Credit Risk Pricing Models, Theory and Practice, Second Edition”, Springer Finance.
- [25] Shimko, David editor (2004) „Credit Risk, Models and Management, Second Edition”, Incisive Financial Publishing.
- [26] Standard and Poor’s (2003) „Special Report: Ratings Performance 2002”.
- [27] Van Deventer, Donald R. și Kenji Imai (2003) „Credit Risk Models & the Basel Accords”, John Wiley & Sons.