Modele Value at Risk

Adrian Codirlasu, CFA

Octombrie, 2007

Cuprins

1. Măsura VaR

Valoarea la risc (*VaR*) este o încercare de a reprezenta printr-un singur număr riscul total dintr-un portofoliu de active financiare. Această măsură a fost introdusă de către J. P. Morgan în 1994 şi în prezent este folosită pe scară largă atât de către instituțiile financiare cât şi în trezoreriile corporațiilor şi în fondurile de investiții. De asemenea, şi Comitetul de Supraveghere Bancară al Băncii Reglementelor Internaționale o foloseşte pentru calculul cerințelor de capital pentru bănci.

VaR-ul reprezintă pierderea estimată a unui portofoliu fix de instrumente financiare pe un orizont fix de timp iar utilizarea acestui indicator implică alegerea arbitrară a doi parametri: perioada de deținere a instrumentelor financiare (orizontul de timp) şi nivelul de relevanță. Conform Acordului de la Basel privind Adecvarea Capitalului, orizontul de timp este de două săptămâni (10 zile), iar nivelul de relevanță este de 1 la sută.

În practică sunt utilizate mai multe metode de calcul al *VaR*, cele mai cunoscute fiind metoda analitică, metoda istorică şi simularea Monte Carlo. Alegerea metodei de calcul depinde de:

- instrumentele financiare asupra cărora poate fi aplicată;
- acuratețea măsurilor de risc, inclusiv ipotezele statistice pe care se bazează;
- cerințele de implementare (modelele de evaluare a riscului, descompunerea riscului, cerințele de date);
- sistemele informatice necesare;
- uşurința de comunicare a rezultatelor către utilizatori.

2. VaR analitic

Ipoteza pe care se bazează această metodă este că randamentele activelor din portofoliu (R) pe orizontul de deținere (h) sunt normal distribuite, având media μ şi deviația standard σ: $R \sim N(\mu, \sigma)$.

Dacă valoarea prezentă a portofoliului este S, *VaR*-ul pentru orizontul de h zile, cu nivelul de relevanță $100(1-\alpha)\%$ este:

$VaR_{h,\alpha} = -x_{\alpha} S$,

unde x_{α} este cea mai mică percentilă α a distribuției $N(\mu, \sigma)$.

Folosind transformarea normală, putem scrie $Z_{\alpha} = \frac{(x_{\alpha} - \mu)}{\sigma}$, de unde rezultă:

$x_{\alpha} = Z_{\alpha}\sigma + \mu$,

unde Z_{α} este cea mai mică percentilă α a distribuției normale standard.

Din cele două relații de mai sus rezultă:

$VaR = -(Z_{\alpha}\sigma + \mu)S$.

Metoda analitică una din cele mai simple şi uşor de implementat metodologii de calcul al *VaR*, ea bazându-se pe estimări ale parametrilor pe baza datelor istorice (volatilitate, coeficienți de corelație, randamente medii ale activelor).

Principalul dezavantaj al acestei metode este ipoteza statistică pe care se bazează – evoluția prețului activelor financiare are o distribuție normală, ipoteză care rar este îndeplinită în practică. Alte dezavantaje ale acestei metode rezultă din faptul că multe senzitivități (volatilități, coeficienți de corelație) sunt variabile în timp, iar această variabilitate are un impact semnificativ asupra măsurilor de risc în special în cazul portofoliilor care conțin opțiuni. De asemenea, metoda analitică nu este recomandată în cazul portofoliilor care conțin *payoff*-uri discontinue (de exemplu opțiuni cu bariere).

3. VaR calculat pe baza simulării Monte Carlo

Simularea Monte Carlo presupune specificarea proceselor aleatoare pentru factorii de risc ai portofoliului, a modului în care aceştia afectează portofoliul şi simularea unui număr mare de evoluție a acestor factori şi implicit de valori finale ale portofoliului pe baza acestor ipoteze. Fiecare simulare conduce la un posibil profit/pierdere. Dacă este simulat un număr suficient de mare de valori posibile ale profitului/pierderii, atunci se poate construi densitatea de probabilitate pentru profitul/pierderea posibilă şi se poate genera *VaR*-ul pe baza celei mai mici percentile a distribuției.

Metodologie analizei Monte Carlo pentru prețul unei acțiuni, *S*, este prezentată după cum urmează. Presupunând că *S* urmează o mişcare Browniană geometrică, atunci:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dW ,$$

unde :

μ este randamentul aşteptat pe unitatea de timp,

σ este volatilitatea cursului spot al acțiunii,

dW este un proces Wiener, care poate fi scris $dW = \varphi(dt)^{\frac{1}{2}}$, unde φ este o variabilă aleatoare şi are o distribuție normală standard. Substituind pentru dW se obține:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma\varphi(dt)^{\frac{1}{2}} .$$

Randamentul instantaneu al prețului acțiunii, $\frac{dS}{S}$, evoluează funcție de trend, μdt şi de termenul aleatoriu φ. În practică, în general se foloseşte modelul în timp discret. Astfel, dacă Δt reprezintă frecvența de timp la care se măsoară randamentul prețului acțiunii, atunci,

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu\Delta t + \sigma\varphi\sqrt{\Delta t} ,$$

unde ΔS reprezintă modificarea prețului acțiunii în intervalul de timp Δt, iar $\frac{\Delta S}{S}$ reprezintă randamentul acțiunii în timp discret.

Randamentul acțiunii este considerat a avea o distribuție normală, cu media $\mu\Delta t$ şi deviația standard $\sigma\sqrt{\Delta t}$.

Presupunând că dorim simularea evoluției prețului acțiunii pentru o perioadă de lungime T, atunci divizăm T într-un număr mare, N, de sub-perioade, Δt ($\Delta t = \frac{T}{N}$). Considerăm o valoare inițială a lui S, $S(0)$, se extrage o valoare aleatoare pentru φ şi se determină valoarea acțiunii pentru prima sub-perioadă. Acest proces se repetă pentru toate sub-perioadele Δt . Acest proces se reia pentru a genera un număr suficient de mare de traiectorii ale cursului acțiunii. Cu cât numărul de simulări ale traiectoriei prețului acțiunii este mai mare, cu atât distribuția simulată a cursului acțiunii la momentul T se apropie de distribuția reală a prețului la finalul orizontului avut în vedere.

VaR-ul estimat al cursului acțiunii se determină pe baza distribuției prețului acțiunii la momentul T, $S(T)$.

Principalele avantaje ale simulării Monte Carlo sunt:

- poate fi capturată o varietate mare de comportamente ale pieței,
- poate aborda eficient *payoff*-urile neliniare sau dependente de traiectoria cursului,
- poate captura riscul inclus în scenarii care nu presupun modificări extreme ale pieței,
- poate, de asemenea, furniza informații despre impactul scenariilor extreme.

Principalul dezavantaj al acestei metodologii de calcul al *VaR* constă în necesitatea ridicată de putere de calcul.

4. VaR istoric

Această metodologie se bazează pe ipoteza că informațiile incluse în prețurile din trecutul apropiat sunt suficiente pentru cuantificarea riscului din viitorul apropiat.

Modelul de bază pentru calculul *VaR* prin simulare istorică constă în calculul unei serii ipotetice de profit şi pierdere (*P/L*) sau randamente pentru portofoliul curent, pentru o perioadă istorică specifică. Aceste randamente sunt măsurate pe un interval standard de timp (de exemplu o zi) pe un set suficient de mare de observații istorice. Presupunând că portofoliul este format din *n* active, şi pentru fiecare activ *i*, randamentul este calculat pentru fiecare interval *T*. Dacă $r_{i,t}$ este randamentul activului *i* pentru sub-perioada *t*, şi A_i este suma investită în activul *i*, atunci *P/L*-ul simulat pentru portofoliul curent în sub-perioada *t* este:

$$\left(P/L\right)_t = \sum_{i=1}^{n} A_i r_{i,t} \ .$$

Calculând *P/L* pentru toți *t*, se obține *P/L*-ul ipotetic pentru portofoliul curent pentru tot eşantionul. *VaR*-ul este estimat pe baza distribuției seriei *P/L*.

Alte metodologii pentru calculul *VaR* istoric ponderează valorile *P/L* folosite în construirea distribuției seriei *P/L*.

Astfel, Boudoukh, 1998, consideră că informațiile noi au un conținut informațional, referitor la riscurile viitoare, mai mare decât informațiile vechi, şi, ca urmare, este justificată ponderarea valorilor *P/L* funcție de vârstă astfel încât informațiile mai noi să aibă o pondere mai mare.

În cazul în care volatilitatea activelor este variabilă, datele pot fi ponderate funcție de volatilitatea contemporană estimată (Hull şi White, 1998). Astfel, presupunând că se doreşte estimarea *VaR* pentru ziua *T*, considerând $r_{i,t}$ randamentul istoric al activului *i* în ziua *t*, $\sigma_{i,t}$ volatilitatea prognozată în ziua *t - 1* a randamentului activului *i* pentru ziua *t* şi $\sigma_{i,T}$ cea mai recentă prognoză a volatilității activului *i*, randamentele efective $r_{i,t}$ sunt înlocuite cu randamentele ajustate funcție de volatilitate, $r_{i,t}^*$:

$$r_{i,t}^* = \frac{\sigma_{i,T}}{\sigma_{i,t}} r_{i,t} \ .$$

Principalele avantaje ale simulării istorice sunt:

- Această metodologie este intuitivă şi simplă din punct de vedere conceptual, ca urmare fiind simplu de comunicat către management.
- Permit simularea evenimentelor istorice extreme.

- Sunt uşor de implementat pentru orice tip de poziții, inclusiv contracte derivate.
- Datele necesare sunt uşor de procurat.
- Deoarece nu sunt dependente de ipoteze referitoare la parametrii de evoluție a piețelor, această metodologie se poate acomoda distribuțiilor leptokurtotice, celor cu asimetrie şi altor distribuții non-normale.
- Simularea istorică poate fi modificată în sensul acordării unei influențe mai mari anumitor observații (în funcție de anotimp, vechime, volatilitate).

Principala deficiență a simulării istorice este legată de faptul că rezultatele sunt complet dependente de setul de date folosit:

- Dacă în perioada folosită pentru calcul *VaR* piețele au fost neobişnuit de calme (sau de volatile) şi condițiile s-au schimbat între timp, simularea istorică va produce estimări ale *VaR* care sunt prea mici (mari) pentru riscurile actuale.
- Simularea istorică prezintă dificultăți în luarea în considerare a modificărilor în evoluția piețelor intervenite în perioada luată în considerare.
- Măsurile VaR obținute prin simulare istorică nu captează riscul asociat producerii unor evenimente plauzibile în viitor dar care nu s-au întâmplat în trecut.

5. Maparea pozițiilor la factorii de risc

În metodologiile prezentate anterior, *P/L*-ul portofoliului a fost derivat din *P/L*-ul pozițiilor individuale şi s-a presupus că este posibilă modelarea directă a fiecărei poziții. Dar, nu întotdeauna este posibilă sau dezirabilă modelarea directă a fiecărei poziții. În practică pozițiile sunt proiectate funcție de un număr redus de factori de risc – proces ce este denumit maparea factorilor de risc (*risk factor mapping*).

Principalele motive pentru utilizarea mapării sunt:

- Indisponibilitatea datelor istorice pentru anumite poziții.
- Dimensionalitatea matricei de varianță-covarianță a factorilor de risc poate deveni prea mare. În cazul unui portofoliu format din n instrumente, rezultă n volatilități şi $\frac{n(n-1)}{2}$ coeficienți de corelație, ceea ce corespunde unui număr de $\frac{n(n+1)}{2}$ factori.

- Maparea reduce drastic cerințele de calcul.

Deşi pe piață sunt tranzacționate o varietate mare de instrumente financiare, maparea acestora este simplificată substanțial prin descompunerea instrumentelor într-un număr mic de instrumente de bază. Principalele tipuri de instrumente sunt:

- pozițiile spot pe curs de schimb,
- pozițiile în acțiuni,
- obligațiuni zero-cupon,
- pozițiile *futures/forward*.

5.1. Maparea pozițiilor spot

Cunoscând volatilitățile cursurilor de schimb şi coeficienții de corelație dintre aceştia, dacă valoarea poziției în monedă străină este A unități şi cursul de schimb (calculat în unități de monedă locală pe o unitate de monedă străină este X, valoarea poziției în moneda locală (poziția mapată) este AX. Dacă se presupune că A este o poziție fără risc de credit care are ca randament rata dobânzii overnight în moneda străină, valoarea sa în moneda străină este constantă şi singurul risc pentru posesorul acesteia apare datorită fluctuațiilor lui X.

În această situație, considerând evoluțiile cursului de schimb urmează o distribuție normală cu media zero şi abaterea medie pătratică σ_X, *VaR*-ul poate fi calculat prin metoda analitică:

$VaR = -Z_\alpha \sigma_X AX$.

Aceeaşi abordare se aplică şi altor poziții spot (de exemplu în cazul mărfurilor), cu condiția să fie disponibilă o volatilitate pentru prețul spot al acestora.

5.2. Maparea pozițiilor în acțiuni

Presupunând că o anumită sumă din portofoliu, S_k, este investită în acțiuni comune ale firmei k. În cazul în care fiecare acțiune este tratată ca un factor de risc distinct, atunci, pentru un portofoliu larg diversificat, va trebui estimată o matrice de corelație cu zeci de mii de dimensiuni.

O abordare alternativă presupune utilizarea modelului *CAPM* (sau al unui model multifactorial). Principala ipoteză a modelului *CAPM* este că randamentul acțiunilor unei firme *k*, r_k sunt legate de randamentul pieței prin următoarea ecuație:

$$R_k = \alpha_k + \beta_k R_m + \varepsilon_k ,$$

unde:

α_k reprezintă o constantă specifică firmei,

β_k – componenta specifică pieței a randamentului acțiunilor firmei,

ε_k – element aleatoriu specific firmei, necorelat cu evoluția pieței.

Varianța randamentelor firmei este:

$$\sigma_k^2 = \beta_k^2 \sigma_m^2 + \sigma_{k,S}^2 ,$$

unde:

σ_k^2 reprezintă varianța totală a randamentului acțiunii, R_k,

σ_m^2 – varianța randamentelor pieței, R_m,

$\sigma_{k,S}^2$ – varianța componentei specifice firmei, ε_k, pentru compania *k*.

Varianța randamentului firmei constă aşadar dintr-o componentă specifică pieței, $\beta^2\sigma_m^2$ şi o componentă specifică firmei, $\sigma_{k,S}^2$.

Presupunând că randamentele firmei sunt normal distribuite cu media zero, *VaR*-ul unei poziții pe acțiuni ale firmei *k*, evaluate la x_k este:

$$VaR = -Z_\alpha \sigma_k x_k .$$

Atunci când se agregă riscul pentru un portofoliu bine diversificat, principalul contributor la riscul total este componenta datorată riscului de piață, $\beta^2\sigma_m^2$. Deoarece riscul specific asociat fiecărei poziții este presupus a fi necorelat atât cu randamentul pieței cât şi cu celelalte riscuri specifice, ponderea riscului total datorat de factorii specifici de risc se reduce continuu pe măsură ce portofoliul devine din ce în ce mai diversificat şi se apropie de zero când portofoliul aproximează compoziția pieței.

În caste condiții, estimarea doar a riscului sistematic al unui portofoliu utilizând abordarea *CAPM* se reduce la un calcul de mapare. Astfel, presupunând că portofoliul este format din *N* poziții pe active separate, cu valori de piață x_k, pentru $k = 1,2,...,N$ şi considerând că factorii beta ai pozițiilor sunt β_k, pentru $k = 1,2,...,N$ şi volatilitatea randamentelor pieței este σ_m, *VaR*-ul sistematic agregat al portofoliului este:

$$VaR = -Z_\alpha \sigma_m \sum_{k=1}^{N} \beta_k x_k \ .$$

Astfel, *VaR*-ul sistematic reprezintă produsul dintre valoarea critică, volatilitatea pieței şi suma ponderată funcție de beta a pozițiilor în acțiuni. Dacă se notează cu *X* valoarea totală de piață a portofoliului, ecuația anterioară poate fi scrisă:

$$VaR = -Z_\alpha X \sigma_m \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\beta_k x_k}{X} \right).$$

În această formă, expresia $\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\beta_k x_k}{X} \right)$ reprezintă beta portofoliului.

5.3. Maparea pozițiilor în obligațiuni zero-cupon

Pentru realizarea mapării pozițiilor, în practică, condițiile curente din piață sunt reprezentate prin curbe de randament zero-cupon cu fructificare continuă (cunoscute şi sub numele de curbe de randament spot).

Conform acestei metodologii, fiecare poziție a unui portofoliu de instrumente cu venit fix este exprimată ca unul sau mai multe cash-flow-uri care sunt marcate la piață la ratele spot ale pieței funcție de o grilă standard (de exemplu, 1M, 3M, 6M, 12 M, 1Y, 2Y, 3Y, 5Y, 7Y, 9Y, 10Y, 15Y, 20Y, 30Y).

În cazul în care un cash-flow are o alta scadența decât cele standard, acesta este repartizat către cele două scadențe apropiate astfel încât cele două cash-flow-uri rezultate să aibă aceleaşi caracteristici de risc ca şi cel inițial. O abordare des întâlnită pentru separarea cash-flow-ului inițial este utilizarea valorii prezente a impactului modificării cu un punct de bază a ratei spot (numită şi valoarea prezentă a unui punct de bază, *PVBP*): valoarea pentru cash-flow-urile rezultate trebuie sa fie egală cu valoarea cash-flow-ului inițial.

Pe baza mapării, *VaR*-ul portofoliului de obligațiuni se calculează prin metoda analitică.

De exemplu, considerând un randament al portofoliului, r_p, scris ca: $r_p = 0{,}33 r_{1m} + 0{,}20 r_{3m} + 0{,}37 r_{6m} + 0{,}10 r_{12m}$, pentru a calcula *VaR* cu un nivel de relevanță de 95 lasută, conform ipotezei că r_p este distribuit normal, a 5-a percentilă a distribuției este $1{,}645\sigma_p$.

Astfel,

$VaR = \sqrt{VRV^T}$,

unde $V = [(0{,}33 \times 1{,}645 \times \sigma_{1m}),(0{,}20 \times 1{,}645 \times \sigma_{3m}),(0{,}37 \times 1{,}645 \times \sigma_{6m}),(0{,}10 \times 1{,}645 \times \sigma_{12m})]$

$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{3m,1m} & \rho_{6m,1m} & \rho_{12m,1m} \\ \rho_{1m,3m} & 1 & \rho_{6m,3m} & \rho_{12m,3m} \\ \rho_{1m,6m} & \rho_{3m,6m} & 1 & \rho_{12m,6m} \\ \rho_{1m,12m} & \rho_{3m,12m} & \rho_{6m,12m} & 1 \end{bmatrix}$ este matricea coeficienților de corelație.

5.4. Maparea pozițiilor în contracte **forward/futures**

În cazul unui contract *forward/futures*, acesta are un randament zilnic funcție de evoluția prețului *forward/futures*. În cazul în care poziția este de *x* contracte, şi fiecare valorează *F*, valoarea totală a poziției este *xF*. Dacă randamentul contractului este normal distribuit cu media zero şi abaterea medie pătratică σ_F, măsura *VaR* a poziției este:

$VaR = -Z_\alpha \sigma_F xF$.

În practică, principala problemă pentru calculul VaR pentru contracte *forward/futures* este estimarea deviației standard a contractului, σ_F pentru orizontul avut în vedere.

5.5. Maparea pozițiilor în contracte de opțiuni

Pozițiile în opțiuni se mapează pe baza de aproximări de ordinul unu sau doi ale seriei Taylor. Poziția în opțiune este înlocuită cu o poziție surogat în activul suport al opțiunii şi printr-o aproximare de ordinul unu (delta) sau doi (delta-gamma) se estimează *VaR*-ul poziției surogat.

În cazul pozițiilor deținute pentru un orizont scurt de timp (delta poate fi considerată constantă), în acest caz putând fi utilizată aproximarea de ordinul unu a seriei Taylor:

$\Delta c \approx \delta \Delta S$,

unde:

Δc reprezintă modificarea prețului opțiunii,

ΔS – modificarea cursului activului suport al opțiunii,

δ – delta opțiunii *c*.

Ca urmare, măsura *VaR* a poziției în opțiune este:

$VaR \approx \delta Z_{\alpha} \sigma S$,

unde:

S reprezintă prețul curent al activului suport,

σ – deviația standard a randamentelor activului suport pentru orizontul avut în vedere.

În cazul în care aproximarea de ordinul unu are o acuratețe redusă, neliniaritatea poate luată în considerare printr-o aproximare delta-gamma:

$\Delta c \approx \delta \Delta S + \frac{1}{2} \gamma (\Delta S)^2$,

unde γ reprezintă gamma opțiunii *c*.

Ca urmare, măsura *VaR* a poziției în opțiune este:

$VaR \approx \delta Z_{\alpha} \sigma S - \frac{1}{2} \gamma (Z_{\alpha} \sigma S)^2$.

Măsura *VaR* este redusă dacă gamma este pozitiv şi mărită dacă gamma este negativ. De asemenea, măsura *VaR* este redusă în cazul în care portofoliul este delta hedge-uit.

6. Utilizarea modelelor de volatilitate în calculul VaR

6.1. Calculul VaR *utilizând* EWMA

Modelul *EWMA* (*Exponentially Weighted Moving Average*) pentru estimarea volatilității a fost propus de către RiskMetrics în anul 1996. Conform acestei abordări, volatilitatea curentă, $\hat{\sigma}_t$, depinde (este o media ponderată a) de randamentul anterior şi de volatilitatea anterioară:

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1-\lambda)r_{t-1}^2 + \lambda\hat{\sigma}_{t-1}^2$$

unde

λ reprezintă o constantă de ponderare,

r_{t-1} o – randamentul în perioada anterioară.

Parametrul λ arată persistența volatilității activului financiar, cu cât acesta este mai mare cu atât un şoc apărut la un moment dat în piață este mai persistent. Parametrul $1-\lambda$ arată rapiditatea cu care volatilitatea activului răspunde la un şoc indiferent de direcție, cu cât acest parametru este mai mare, cu atât reacția volatilității la şoc este mai mare. RiskMetrics utilizează o valoare a λ pentru date zilnice de 0,94.

Volatilitatea calculată prin modele *EWMA* poate fi încorporată în modele *VaR* în următoarele moduri:

- Simulare istorică cu ponderarea datelor funcție de volatilitate. Randamentele istorice sunt standardizate pe baza volatilității condiționate.
- Simulare Monte Carlo utilizând *EWMA*. Randamentele pot fi simulate considerând că urmează o distribuție normală, dar matricea de covarianță este creată utilizând *EWMA*.
- *VaR* analitic utilizând *EWMA*.

În generarea matricei de covarianță este folosită o ecuație analogă ecuației varianței:

$$\hat{\sigma}_{12,t} = (1-\lambda)r_{1,t-1}r_{2,t-1} + \lambda\hat{\sigma}_{12,t-1},$$

unde:

$\hat{\sigma}_{12,t}$ reprezintă covarianța dintre activele 1 şi 2,

$r_{1,t-1}$ şi $r_{2,t-1}$ reprezintă randamentele celor două active în perioada anterioară.

Odată ce matricea de covarianță a fost definită, aceasta poate fi folosită pentru calculul *VaR* utilizând fie metoda analitică (indicată pentru portofolii simple), fie simularea Monte Carlo (pentru portofolii ce includ opțiuni).

În simularea analitică, *VaR*-ul pentru *h* zile, cu nivelul de relevanță α este:

$VaR_{\alpha,h} = Z_{\alpha} P \sigma$

unde:

Z_{α} este valoarea critică a distribuției normale standard pentru α nivel de relevanță,

P – valoarea curentă a portofoliului,

σ – deviația standard prognozată pentru un orizont de *h* zile.

Deviația standard este calculată pe baza unei matrice de covarianță a randamentelor pentru *h* zile:

- reprezentată la nivel de active:

  $\sigma = \sqrt{w'Vw}$

  unde:

  $w = (w_1, w_2, ... w_n)$ reprezintă ponderile activelor în portofoliu,

  V reprezintă prognoza, pe un orizont de *h* zile, a matricei de covarianță pentru randamentele activelor incluse în portofoliul.
- reprezentată la nivel de factor de risc:

  $\sigma = \sqrt{\beta' V \beta}$

  unde:

  $\beta = (\beta_1, \beta_2, ... \beta_n)$ reprezintă factorii de senzitivitate ai portofoliului,

  V reprezintă prognoza, pe un orizont de *h* zile, a matricei de covarianță pentru randamentele factorilor de risc.

În cazul portofoliilor simple, prognoza matricei de covarianță pe un orizont de *h* zile se obține aplicând regula $\sqrt{t}$, multiplicând matricea de covarianța pentru un orizont de o zi cu $\sqrt{h}$. Dar această metodologie va conduce la rezultate incorecte în cazul portofoliilor care au incluse şi opțiuni, în acest caz fiind indicată utilizarea unei matrice de covarianță pentru orizontul *h.*

6.2. Calculul **VaR** *utilizând modele* **GARCH**

Modelele *ARCH* au fost introduse de Engle (1982) şi generalizate (*GARCH*) de Bollerslev (1986).

În construirea unui model *ARCH* trebuie luate în considerare doua ecuații distincte: una pentru media condiționată (ecuația de evoluție a randamentelor activului) şi una pentru varianța condiționată (ecuația volatilității).

Modelul *GARCH (p,q)*, propus de Bollerslev (1986), are următoarea specificație:

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{m} \beta_{1,i} L^i r_t + \sum_{j=1}^{n} \beta_{2,j} L^j \varepsilon_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \approx N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_{1,i} L^i h_t + \sum_{j=1}^{q} \alpha_{2,j} L^j \varepsilon_t^2$$

unde:

r_t este un proces *ARMA(m,n)* sau un model *Random Walk* (atunci când $\beta_{1,i} = 0, i = \overline{1,m}$,

si $\beta_{2,j} = 0, j = \overline{1,n}$);

h_t (volatilitatea) este un proces *ARCH(q)* şi *GARCH(p)*;

parametrii α_1 reprezintă persistența volatilității;

parametrii α_2 reprezintă viteza de reacție a volatilității la şocurile din piață.

Pentru a nu fi un proces exploziv (volatilitate explozivă), trebuie îndeplinită condiția

$$\sum_{i=1}^{p} \alpha_{1,i} + \sum_{j=1}^{q} \alpha_{2,i} < 1$$

În plus, coeficienții termenilor *ARCH* şi *GARCH* trebuie sa fie subunitari şi pozitivi.

Interpretat într-un context financiar, acest model descrie modul în care un agent încearcă să prognozeze volatilitatea pentru următoarea perioadă pe baza mediei pe termen lung (α_0) a varianței, a varianței anterioare (termenul *GARCH*) şi a informațiilor privind volatilitatea observată în perioada anterioara (termenul *ARCH*). Dacă randamentul activului din perioada anterioară a fost, în mod neaşteptat, mare în valoare absolută, agentul va mări varianța aşteptată în perioada următoare.

Modelul acceptă şi fenomenul de *volatility clustering*, situația în care modificărilor mari ale cursului activelor financiare este probabil să le urmeze în continuare variații mari ale acestuia.

Testele efectuate pe piețele financiare mature au evidențiat o viteză de reacție a volatilității cursului de schimb, în general, inferioară plafonului de 0,25 şi un grad de persistență a acesteia, superior pragului de 0,7.

Modelul *GARCH* a fost ulterior extins, pentru a relaxa anumite ipoteze sau pentru încorpora asimetria impactului randamentului cursului activelor financiare sau a separa volatilitatea în trend şi volatilitate pe termen scurt.

Cele mai cunoscute extensii sunt:

- *GARCH* integrat (*IGARCH*),
- *GARCH in Mean* (*GARCH-M*),
- *Treshold ARCH* (*TARCH*),
- *GARCH* exponențial (*EGARCH*),
- *Component-ARCH*.

Modelul *IGARCH*

Presupunând că, $\varepsilon_t = \sqrt{h_t}\, v_t$ unde v_t este independent şi identic distribuit cu media zero şi dispersia 1 şi h_t îndeplineşte specificația *GARCH(p,q)*:

$$h_t = k + \delta_1 h_{t-1} + \delta_2 h_{t-2} + ... + \delta_p h_{t-p} + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + ... + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 ,$$

adăugând ε_t la ambii termeni ai ecuației şi scriind $\alpha_i = \alpha_i' - \delta_i$ rezultă

$\varepsilon_t^2 = k + (\delta_1 + \alpha_1)\varepsilon_{t-1}^2 + (\delta_2 + \alpha_2)\varepsilon_{t-2}^2 + ... + (\delta_r + \alpha_r)\varepsilon_{t-r}^2 + w_t - \delta_1 w_{t-1} - \delta_2 w_{t-2} - ... - \delta_q w_{t-q}$ unde $w_t = \varepsilon_t^2 - h_t$ şi $p = \max\{p,q\}$. h_t este valoarea prognozată pentru ε_t iar $w_t = \varepsilon_t^2 - h_t$ este eroarea asociată acestei prognoze.

Rezultă că ε_t urmează un proces *ARMA*. Acest proces *ARMA* va avea un *unit root* dacă

$$\sum_{i=1}^{p}\delta_i + \sum_{j=1}^{q}\alpha_j = 1 .$$

Engle si Bollerslev (1986) numesc modelul care satisface condiția de mai sus *GARCH* integrat sau *IGARCH*.

Dacă ε_t urmeaza un proces *IGARCH*, atunci varianța necondiționataăa lui ε_t este infinită (un şoc într-o anumită perioadă nu se atenuează), deci nici ε_t şi nici ε_t^2 nu satisfac condițiile unui proces staționar în covarianță (*covariance–stationary*).

Modelul *GARCH-in-Mean* (G*ARCH-M*)

Teoria financiară sugerează ca un activ cu un risc perceput ca ridicat, în medie, va avea un randament superior. Presupunând că r_t este descompus într-o componentă anticipată de agenți la momentul *t – 1* (notata μ_t) şi o componenta neanticipată (notata ε_t), atunci:

$$r_t = \mu_t + \alpha_t .$$

În plus, teoria sugerează faptul că randamentul mediu (μ_t) este corelat cu varianța sa (h_t).

Modelul *ARCH-M*, introdus de Engle, Lilien şi Robins (1987) este obținut prin introducerea în ecuația randamentelor a varianței sau a deviației standard condiționate (h_t sau $\sqrt{h_t}$).

Efectul perceperii unui risc ridicat este cuantificat de coeficientul lui h_t din ecuația randamentului (ω):

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{m} \beta_{1,i} L^i r_t + \sum_{j=1}^{n} \beta_{2,j} L^j \varepsilon_t + \omega h_t + \varepsilon_t \,.$$

Modele *ARCH* asimetrice

Pe piețele financiare s-a observat că agenții percep volatilitatea în mod diferit, funcție de semnul variației zilnice a cursului activului financiar respectiv. De exemplu, pentru acțiuni, mişcările în jos ale pieței sunt urmate de o volatilitate mai mare decât mişcările în sens crescător de aceeaşi amplitudine.

Cele mai utilizate modele *ARCH* care permit analiza răspunsului asimetric la şocuri sunt modelele *Treshold ARCH* (*TARCH*) şi *GARCH Exponential* (*EGARCH*).

Modelul *TARCH*, introdus în mod independent de Zakoian (1990) şi Glosten, Jaganathan si Runkle (1993), are următoarea specificație pentru ecuația varianței (*TARCH(p,q)*):

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_{1,i} L^i h_t + \sum_{j=1}^{q} \alpha_{2,j} L^j \varepsilon_t^2 + \lambda \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} \,,$$

unde $d_t = 1$ daca $\varepsilon_t < 0$ şi $d_t = 0$ în caz contrar.

În acest model, veştile bune ($\varepsilon_t < 0$) şi vestile rele ($\varepsilon_t > 0$) au efecte diferite asupra varianței condiționate – veştile bune au un impact de α_1 în timp ce veştile rele au un impact de $\alpha_1 + \lambda$. Dacă $\lambda \neq 0$, atunci efectul informațiilor asupra volatilității este asimetric.

Modelul *EGARCH*, propus de Nelson (1991) are următoarea specificație pentru ecuația varianței condiționate:

$$\log(h_t) = \omega + \beta \log(h_{t-1}) + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + \lambda \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \,.$$

Confirm acestui model, efectul informațiilor este exponențial (şi nu pătratic) iar varianța prognozată va fi obligatoriu non-negativă. Impactul informațiilor este asimetric dacă $\lambda \neq 0$.

Aceste modele permit calculul *VaR* prin luarea în considerare a impactului asupra volatilității viitoare a evenimentelor recente. De asemenea, cele două serii (randamente şi volatilitatea) fiind serii staționare, aceste modele permit prognoza volatilității pentru fiecare sub-perioadă (zi) a orizontului avut în vedere pentru calculul *VaR*. De exemplu, pentru a obține o prognoză a volatilității pentru următoarele 10 zile, se însumează cele 10 varianțe, se multiplică cu $\frac{250}{10}$ şi se extrage rădăcina pătrată.

Includerea modelelor *GARCH* în calculul *VaR*, ca şi în cazul modelelor *EWMA*, poate fi realizată prin:

- *VaR* analitic, similar ca în cazul *EWMA*, prin utilizarea unei matrice de covarianță bazată pe modele *GARCH*.
- Simulare istorică în care datele sunt ponderate funcție de volatilitate – datele sunt standardizate funcție de volatilitatea lor estimată prin modele *GARCH*.
- Simulare Monte Carlo. Evoluția randamentelor poate fi simulată pe baza unei matrice de covarianță calculate pe bază de modele *GARCH*, ceea ce permite atât simularea evoluției volatilității cât şi simularea evoluției randamentelor activelor – ceea ce reprezintă un avantaj în cazul în care portofoliul conține şi opțiuni.

Pentru calculul matricei de covanrianță, coeficientul de corelație poate fi considerat constant şi calculată covarianța funcție de coeficienții de corelație şi varianțe:

$\sigma_{ij,t+1} = \rho_{ij}\sigma_{i,t+1}\sigma_{j,t+1}$,

unde:

$\sigma_{ij,t+1}$ reprezintă covarianța dintre cele două active *i* şi *j*,

ρ_{ij} – coeficientul de corelație dintre cele două active,

$\sigma_{i,t+1}$ şi $\sigma_{j,t+1}$ reprezintă varianțele celor două active.

În practică a fost sugerată chiar utilizarea modelelor *GARCH* pentru modelarea directă P/L-ului portofoliului şi calculul *VaR* funcție de volatilitatea condiționată a acestuia, în acest fel evitându-se calculul matricelor de covarianță.

7. Calculul VaR pentru un portofoliu de acțiuni

Considerând un portofoliu format din patru acțiuni – Antibiotice Iaşi (ATB), Impact Bucureşti (IMP), Turbomecanica (TBM) şi Banca Transilvania (TLV) având ponderi egale, se calculează *VaR*-ul portofoliului pe baza metodologiilor descrise în Capitolul VIII. Calculul VaR va fi realizat pe date zilnice, perioada analizată fiind ianuarie 1999 – mai 2007.

Măsurile *VaR* calculate sunt: *VaR* analitic, *VaR* istoric, *VaR* prin maparea pozițiilor pe baza modelului *CAPM*, *VaR* pe baza de volatilitate *EWMA* şi *VaR* pe bază de volatilitate estimată prin modele *GARCH*.

Conform testului *ADF*, seriile randamentelor celor patru acțiuni, indicelui BET şi portofoliului sunt staționare, iar conform testului Jarque Berra seriile randamentelor nu au o distribuție normală (ci leptokurtotică).

Testul de staționaritate ADF

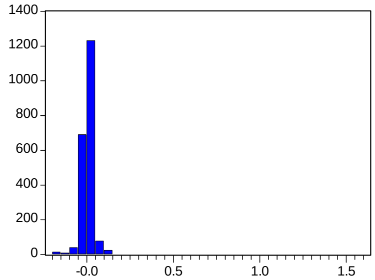
	t-statistic	Probabilitate asociată
ATB	-45.0283	0.0001
IMP	-27.9898	0.0000
TBM	-45.7567	0.0001
TLV	-31.7558	0.0000
BET	-36.4676	0.0000
Portofoliu	-11.4080	0.0000

Valorile critice asociate testului ADF

Nivel de relevanță	t-statistic
1%	-3.43330
5%	-2.86273
10%	-2.56745

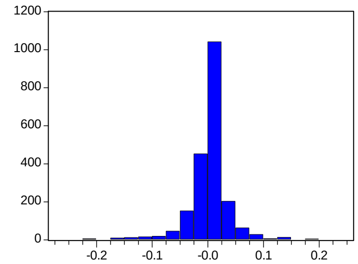
Testul Jarque-Berra

ATB



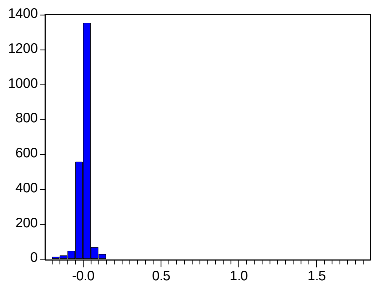
Series: DLN_ATB	
Sample 1 2100	
Observations 2090	
Mean	0.002217
Median	0.000000
Maximum	1.579562
Minimum	-0.162751
Std. Dev.	0.046814
Skewness	18.17779
Kurtosis	619.4992
Jarque-Bera	33212976
Probability	0.000000

IMP



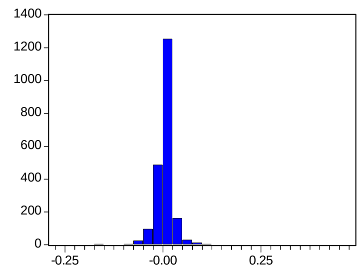
Series: DLN_IMP	
Sample 1 2100	
Observations 2090	
Mean	0.001208
Median	0.000000
Maximum	0.241944
Minimum	-0.270620
Std. Dev.	0.040241
Skewness	-0.370415
Kurtosis	12.44658
Jarque-Bera	7818.918
Probability	0.000000

TBM



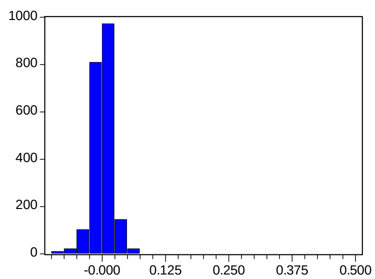
Series: DLN_TBM	
Sample 1 2100	
Observations 2090	
Mean	0.001890
Median	0.000000
Maximum	1.798494
Minimum	-0.184093
Std. Dev.	0.051122
Skewness	20.74361
Kurtosis	732.6264
Jarque-Bera	46509111
Probability	0.000000

TLV



Series: DLN_TLV	
Sample 1 2100	
Observations 2090	
Mean	0.002376
Median	0.000000
Maximum	0.474894
Minimum	-0.262364
Std. Dev.	0.030051
Skewness	3.754518
Kurtosis	77.53756
Jarque-Bera	488732.0
Probability	0.000000

Portofoliu



Series: DLN_PORTOFOLIU	
Sample 1 2100	
Observations 2090	
Mean	0.001923
Median	0.001221
Maximum	0.487856
Minimum	-0.099785
Std. Dev.	0.023377
Skewness	6.518779
Kurtosis	132.5431
Jarque-Bera	1476185.
Probability	0.000000

Cele patru momente ale distribuțiilor sunt prezenetate în tabelul de mai jos. Ca urmare, măsurile *VaR* bazate pe ipoteza distribuției normale a seriilor pot subestima riscul.

Momentele distribuțiilor seriilor de randamente

	Medie	**Deviație standard**	**Asimetrie**	**Kurtotică**
ATB	0.0022	0.0468	18.1778	619.4992
IMP	0.0012	0.0402	-0.3704	12.4466
TBM	0.0019	0.0511	20.7436	732.6264
TLV	0.0024	0.0301	3.7545	77.5376
BET	0.0015	0.0158	-0.0568	9.0518
Portofoliu	0.0019	0.0234	6.5188	132.5431

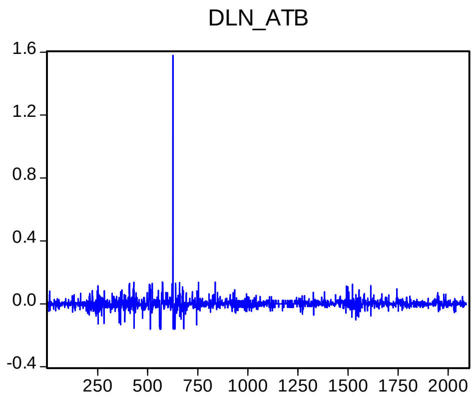
Matricea de corelație dintre cele patru acțiuni, calculată pe baza eşantionului de date pentru perioada analizată, este:

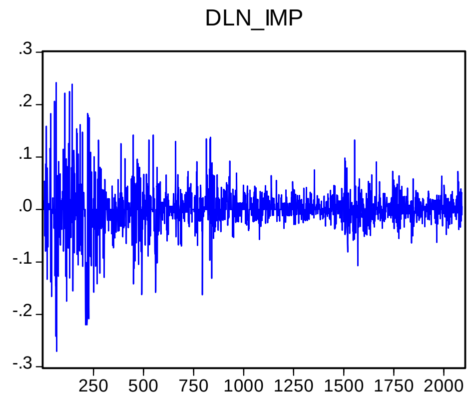
Coeficienții de corelație ai seriilor de randamente

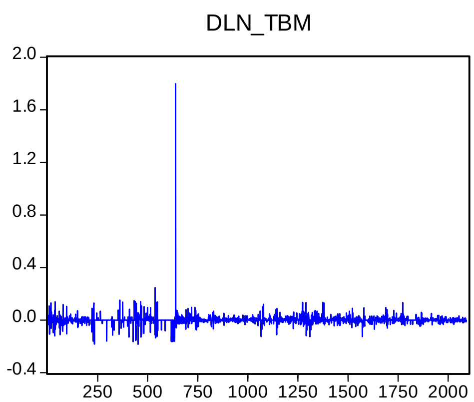
	ATB	**IMP**	**TBM**	**TLV**
ATB	1	0.08	0.09	0.07
IMP	0.08	1	0.05	0.06
TBM	0.09	0.05	1	0.05
TLV	0.07	0.06	0.05	1

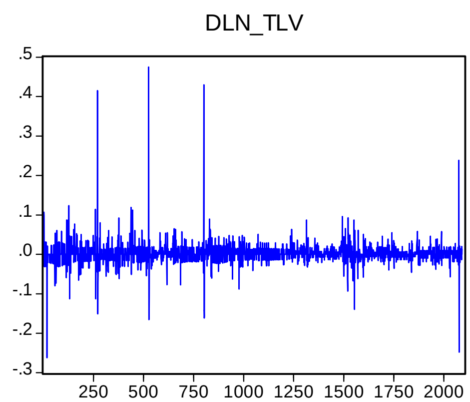
Evoluția randamentelor zilnice pentru perioada analizată este prezentată în graficele de mai jos. Din grafice se observă fenomenul de *volatility clustering*, care considerat împreună cu distribuția leptokurtotică a randamentelor, conduce la concluzia că măsurile *VaR* calculate pe baza ipotezei normalității datelor tind să subestimeze riscul. În această situație sunt recomandate măsurile *VaR* care țin cont de volatilitatea variabilă a acțiunilor (*EWMA* şi *GARCH*).

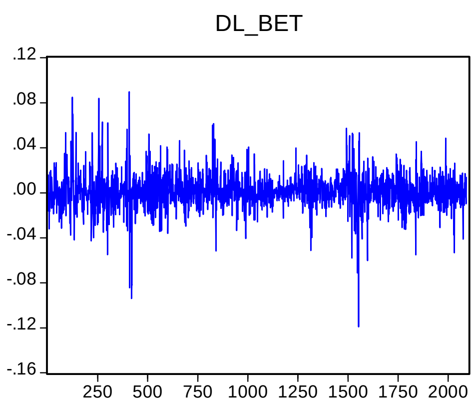
Evoluția randamentelor zilnice ale acțiunilor și a portofoliului

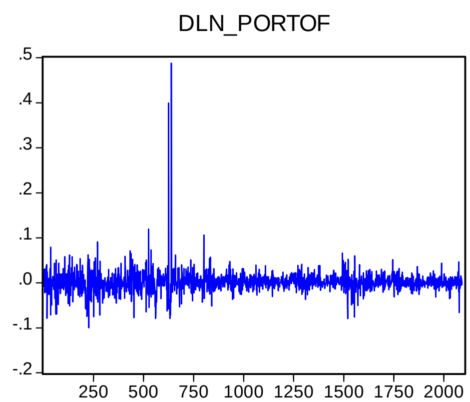












Pentru calculul *VaR* prin metoda analitică a fost calculată deviația standard a *P/L*-ului portofoliului de acțiuni pe ultimele 250 de zile, σ_p, și pe baza acestei serii, considerând o valoare a portofoliului de o unitate monetară (1 RON), un nivel de relevanță de 1 la sută şi un orizont de prognoză de 10 zile a fost generată măsura *VaR* pe baza relației

$VaR = 2.32635 \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{10}$.

Pentru calculul *VaR* prin simulare istorică, măsura *VaR* pentru un orizont de 10 zile a fost considerată percentila 1 la sută pentru seria de randamente zilnice ale portofoliului de acțiuni înmulțită cu $\sqrt{10}$.

În cazul calculului *VaR* prin maparea pozițiilor în acțiuni, utilizând abordarea *CAPM*, au fost estimați, printr-un model bazat pe panel data, prezentat în tabelul de mai jos, coeficienții beta, funcție de indicele *BET*, pentru cele patru acțiuni. De asemenea a fost calculată deviația standard a indicelui *BET* pe ultimele 250 de zile.

Măsura *VaR*, cu un nivel de relevanță de 1 la sută şi orizont de 10 zile a fost generată pe baza următoarei relații:

$$VaR = 2.32635 \cdot \sigma_m \cdot \sqrt{10} \cdot \sum_{k=1}^{4} \beta_k x_k ,$$

unde:

x_k, pentru $k = 1,...,4$ reprezintă ponderea în portofoliu a celor 4 acțiuni,

β_k reprezintă factorii beta ai pozițiilor, pentru $k = 1,...,4$,

σ_m – volatilitatea randamentelor pieței.

Estimarea factorilor beta ai acțiunilor incluse în portofoliu

Dependent Variable: DLN?
Method: Pooled EGLS (Cross-section SUR)
Sample (adjusted): 2 2091
Included observations: 2090 after adjustments
Cross-sections included: 4
Total pool (balanced) observations: 8360
Linear estimation after one-step weighting matrix

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001284	0.000443	2.895438	0.0038
_ATB--DL_BET	0.553463	0.063874	8.664920	0.0000
_IMP--DL_BET	0.421958	0.055117	7.655735	0.0000
_TLV--DL_BET	0.521952	0.040140	13.00313	0.0000
_TBM--DL_BET	0.224905	0.070823	3.175588	0.0015
Fixed Effects (Cross)				
_ATB--C	0.000112			
_IMP--C	-0.000701			
_TLV--C	0.000318			
_TBM--C	0.000272			

Effects Specification

Cross-section fixed (dummy variables)

Weighted Statistics

R-squared	0.034320	Mean dependent var	0.046771
Adjusted R-squared	0.033511	S.D. dependent var	1.017676
S.E. of regression	1.000479	Sum squared resid	8360.000
F-statistic	42.40384	Durbin-Watson stat	2.018084
Prob(F-statistic)	0.000000		

Unweighted Statistics

R-squared	0.027444	Mean dependent var	0.001923
Sum squared resid	14.88846	Durbin-Watson stat	1.996602

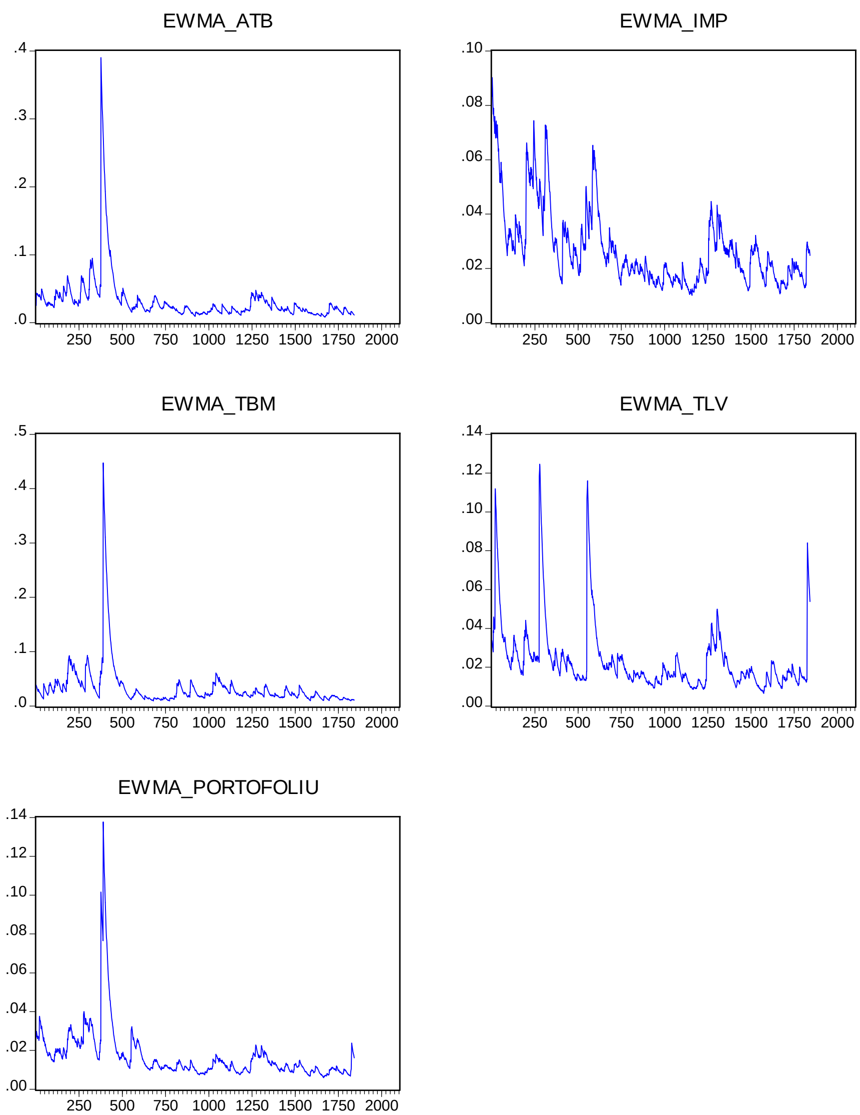
Pentru calculul *VaR* prin *EWMA*, luând în considerare un coeficient λ pentru date zilnice de 0,94, pornind, ca observație inițială, de la abaterea medie pătratică istorică au fost generate seriile de volatilitate pentru cele patru monede, conform relației

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1-\lambda)r_{t-1}^2 + \lambda\hat{\sigma}_{t-1}^2,$$

iar apoi, pe baza coeficienților de corelație istorici a fost calculată seria volatilității portofoliului. Seriile de volatilități *EWMA* sunt prezentate în graficele de mai jos.

Măsura *VaR* care încorporează volatilitățile calculate pe baza metodologiei *EWMA* a fost generată prin metoda analitică, orizontul de timp fiind de 10 zile, iar nivelul de relevanță de 1 la sută.

Volatilitatea zilnică a seriilor de cursuri de schimb şi a portofoliului calculată pe baza metodologiei *EWMA*



Specificația modelelor *ARCH* utilizate a fost aleasă funcție de testele de autocorelație a erorilor (modelele să nu prezinte autocorelație), testele de autocorelație a erorilor pătratice (să nu existe termeni *ARCH* suplimentari), suma şi semnul coeficienților *ARCH* şi *GARCH* (să nu existe procese *ARCH* integrate iar volatilitatea să fie strict mai mare decât zero). Ecuația de volatilitate pentru cele patru acțiuni este determinată după cum urmează:

Relația de calcul pentru această măsura de *VaR* este:

$VaR_{EWMA} = 2.32635 \cdot \sigma_{p\_EWMA} \cdot \sqrt{10}$,

unde σ_{p_EWMA} reprezintă volatilitatea portofoliului calculată pe baza volatilității *EWMA* a celor patru acțiuni.

Pentru încorporarea volatilității calculate prin modele *GARCH*, au fost calculate volatilitățile seriilor randamentelor acțiunilor incluse în portofoliu şi a portofoliului prin modele *GARCH*, *EGARCH* şi *TARCH*, cu distribuții de erori generalizate (*Generalised Error Distribution, GED*), având în vedere că distribuția seriilor nu este normală. Conform estimărilor, coeficientul *GED* a fost mai mic decât 2 ceea ce concordă cu ipoteza distribuției leptokurtotice a datelor.

Modelele *GARCH* estimate sunt prezentate în tabelele de mai jos.

ATB – *GARCH(1,1)*

Dependent Variable: DLN_ATB
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)
Date: 06/19/07 Time: 20:47
Sample (adjusted): 2 2091
Included observations: 2090 after adjustments
Convergence achieved after 369 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	4.80E-06	0.000448	0.010706	0.9915

Variance Equation

C	0.000259	1.74E-05	14.88917	0.0000
RESID(-1)^2	0.565227	0.063491	8.902477	0.0000
GARCH(-1)	0.202583	0.030073	6.736352	0.0000
GED PARAMETER	1.201038	0.016458	72.97498	0.0000

R-squared	-0.002234	Mean dependent var	0.002217
Adjusted R-squared	-0.004157	S.D. dependent var	0.046814
S.E. of regression	0.046911	Akaike info criterion	-4.557171
Sum squared resid	4.588325	Schwarz criterion	-4.543667
Log likelihood	4767.244	Durbin-Watson stat	1.966671

IMP – *TARCH(1,1,1)*

Dependent Variable: DLN_IMP
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)
Date: 06/19/07 Time: 20:54
Sample (adjusted): 2 2091
Included observations: 2090 after adjustments
Failure to improve Likelihood after 20 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)
+ C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	6.55E-07	0.000263	0.002493	0.9980
Variance Equation				
C	6.59E-05	1.17E-05	5.626147	0.0000
RESID(-1)^2	0.236443	0.041600	5.683800	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.174430	0.041201	-4.233653	0.0000
GARCH(-1)	0.779160	0.021360	36.47797	0.0000
GED PARAMETER	0.863561	0.032980	26.18441	0.0000

R-squared	-0.000901	Mean dependent var	0.001208
Adjusted R-squared	-0.003303	S.D. dependent var	0.040241
S.E. of regression	0.040308	Akaike info criterion	-4.495144
Sum squared resid	3.385916	Schwarz criterion	-4.478939
Log likelihood	4703.426	Durbin-Watson stat	1.804807

TBM – *TARCH(1,1,1)*

Dependent Variable: DLN_TBM
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)
Date: 06/19/07 Time: 20:57
Sample (adjusted): 2 2091
Included observations: 2090 after adjustments
Convergence achieved after 31 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)
+ C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1.42E-05	0.000505	0.028193	0.9775
		Variance Equation		
C	0.000224	1.77E-05	12.65842	0.0000
RESID(-1)^2	0.219177	0.030526	7.180124	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.088261	0.031463	-2.805261	0.0050
GARCH(-1)	0.438176	0.035206	12.44611	0.0000
GED PARAMETER	1.201112	0.012932	92.87931	0.0000

R-squared	-0.001346	Mean dependent var	0.001890
Adjusted R-squared	-0.003749	S.D. dependent var	0.051122
S.E. of regression	0.051217	Akaike info criterion	-4.640161
Sum squared resid	5.466790	Schwarz criterion	-4.623955
Log likelihood	4854.968	Durbin-Watson stat	2.000499

TLV – *GARCH(1,1)*

Dependent Variable: DLN_TLV
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)
Date: 06/19/07 Time: 21:01
Sample (adjusted): 2 2091
Included observations: 2090 after adjustments
Convergence achieved after 112 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.24E-06	0.000313	0.007136	0.9943

Variance Equation				
C	8.81E-05	8.79E-06	10.02665	0.0000
RESID(-1)^2	0.280243	0.021989	12.74448	0.0000
GARCH(-1)	0.444706	0.030250	14.70095	0.0000
GED PARAMETER	1.092402	0.010476	104.2764	0.0000

R-squared	-0.006242	Mean dependent var	0.002376
Adjusted R-squared	-0.008172	S.D. dependent var	0.030051
S.E. of regression	0.030174	Akaike info criterion	-5.063941
Sum squared resid	1.898285	Schwarz criterion	-5.050436
Log likelihood	5296.818	Durbin-Watson stat	2.096818

Portofoliu – *EGARCH(1,1)*

Dependent Variable: DLN_PORTOFOLIU
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)
Date: 06/19/07 Time: 21:03
Sample (adjusted): 2 2091
Included observations: 2090 after adjustments
Convergence achieved after 38 iterations
Variance backcast: ON
LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(4)*LOG(GARCH(-1))

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.001263	0.000241	5.230850	0.0000
Variance Equation				
C(2)	-0.494389	0.057658	-8.574443	0.0000
C(3)	0.305973	0.032896	9.301278	0.0000
C(4)	0.966439	0.005821	166.0242	0.0000
GED PARAMETER	1.069191	0.027914	38.30279	0.0000

R-squared	-0.000797	Mean dependent var	0.001923
Adjusted R-squared	-0.002717	S.D. dependent var	0.023377
S.E. of regression	0.023409	Akaike info criterion	-5.424265
Sum squared resid	1.142504	Schwarz criterion	-5.410760
Log likelihood	5673.357	Durbin-Watson stat	1.836015

Volatilitatea pentru un orizont de 10 zile a fost calculată ca radical din suma varianțelor la momentele $t, t+1, ..., t+9$.

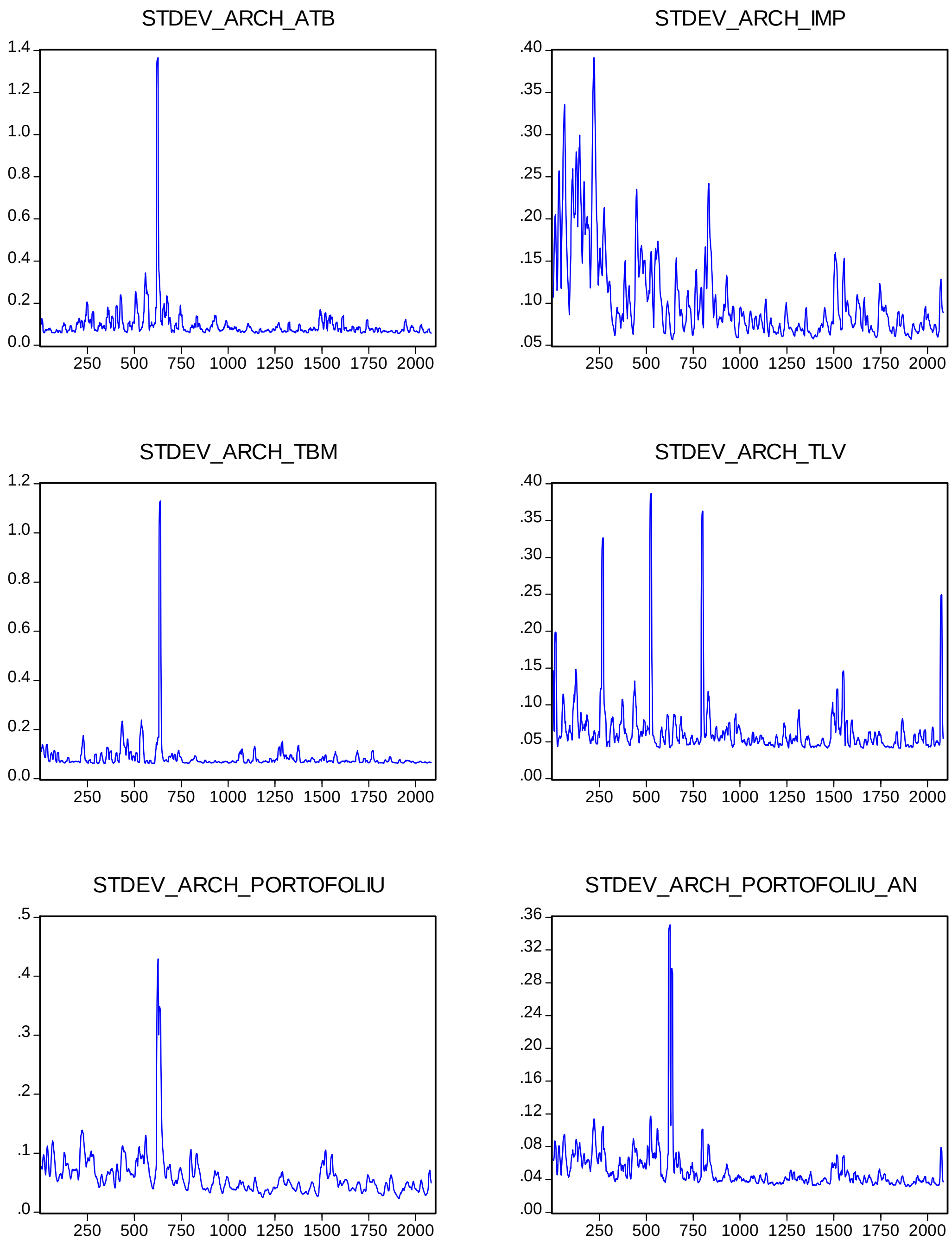
Volatilitățile pe un orizont de 10 zile seriilor şi ale portofoliului sunt prezentate în graficele de mai jos.

Pe baza acestei volatilități a fost calculată măsura *VaR* pentru un nivel de relevanță de 1 la sută, conform relației:

$VaR = 2.32535 \cdot \sigma_{ARCH}$,

unde σ_{ARCH} reprezintă volatilitatea portofoliului calculată prin modele *GARCH*, pentru un orizont de 10 zile.

Volatilitatea cursurilor acțiunilor şi a portofoliului calculată prin modele *GARCH*



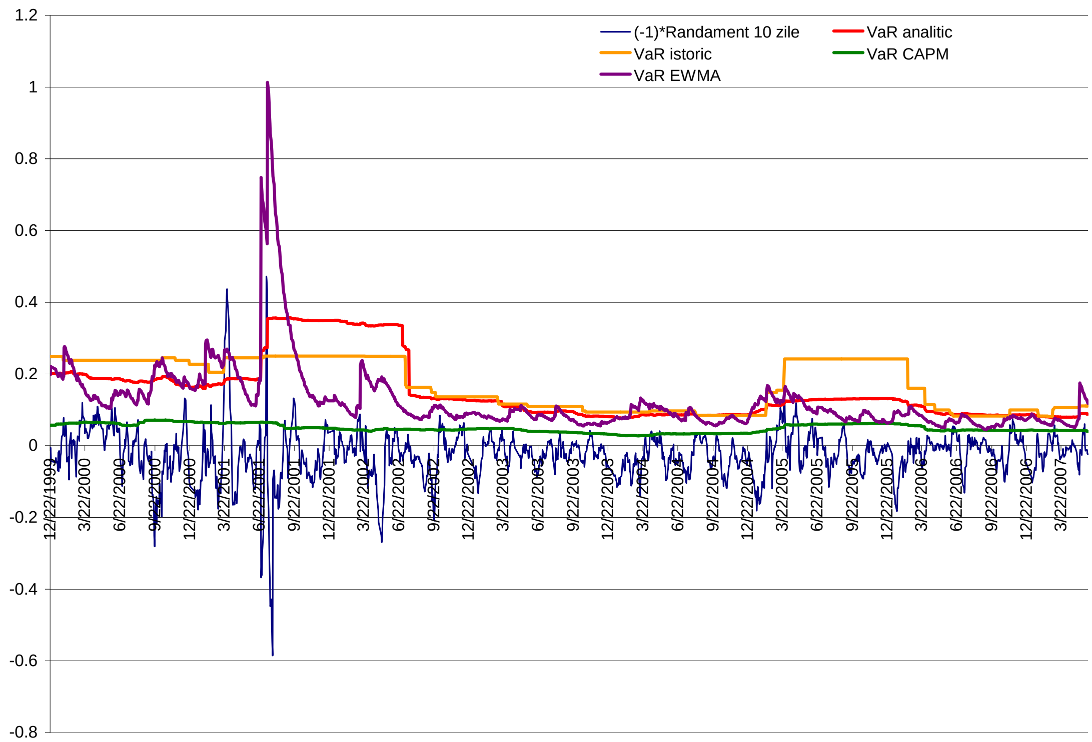
unde ST_DEV_ARCH_PORTOFOLIU_AN reprezintă volatilitatea portofoliului calculată prin metoda analitică, pe baza volatilităților celor patru acțiuni incluse în portofoliu şi a coeficienților de corelație dintre acestea (considerați constanți pentru perioada analizată), iar ST_DEV_ARCH_PORTOFOLIU este volatilitatea portofoliului calculată printr-un model *GARCH* pentru randamentele portofoliului.

Măsurile *VaR* calculate pe baza celor cinci metodologii de mai sus sunt prezentate în graficele de mai jos împreună cu randamentele pe 10 zile ale portofoliului, înmulțite cu -1 pentru comparabilitate (cu măsurile *VaR*).

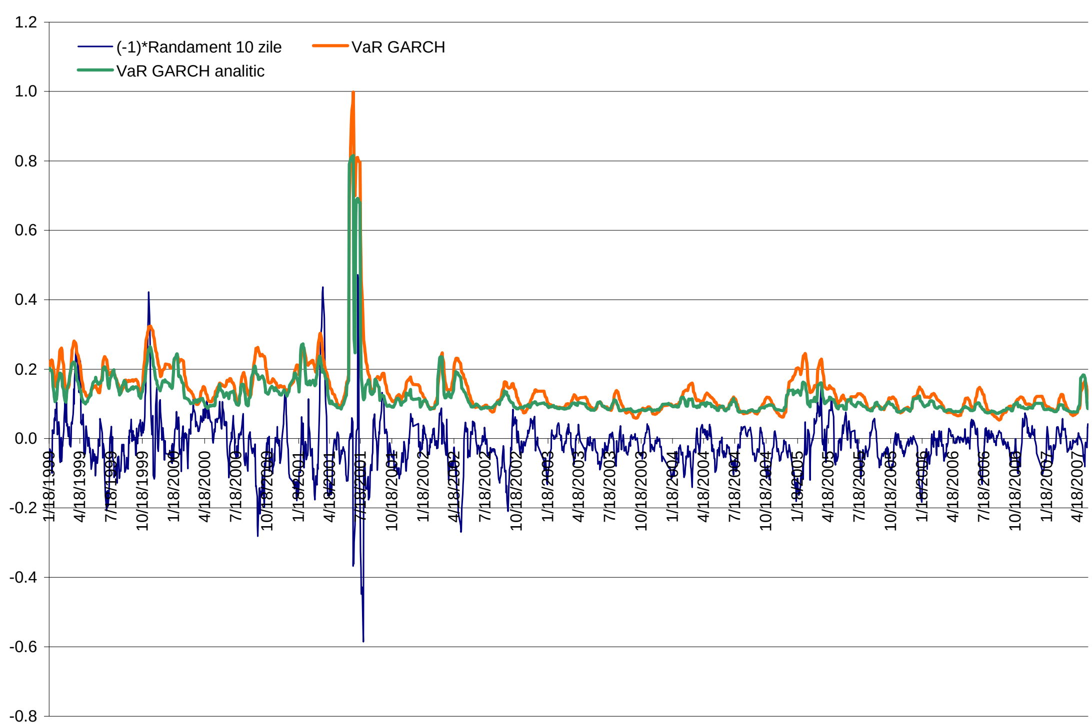
Conform rezultatelor:

- Modelul bazat pe *EWMA* a performat cel mai bine, în perioada analizată producând o singură eroare, în 1841 de observații (incadrându-se în nivelul de relevanță de 1 la sută).
- De asemenea şi modelul pe bază de simulare istorică, modelul analitic şi modelele bazate pe estimarea volatilității prin modele *GARCH* se încadrează în nivelul de relevanță de 1 la sută (au produs fiecare câte două erori în 1841 de observații pentru modelul analitica şi modelul istoric şi, respectiv, 2072 de observații pentru modelele *GARCH*). Dintre aceste patru modele se detaşează modelele bazate pe *GARCH*, care față de celelalte două implică cerințe de capital mai reduse.
- Dintre cele două modele *GARCH*, modelul bazat pe metoda analitică implică cerințe de capital inferioare modelului *GARCH* aplicat randamentelor portofoliului, dar în acelaşi timp implică cerințe de calcul superioare.

Măsurile *VaR* bazat pe mapare a pozițiilor, istoric, analitic şi *EWMA*



Măsurile VaR calculate pe bază de modele GARCH



8.Calculul VaR pentru un portofoliu de monede

Considerând un portofoliu format din patru monede (CHF, EUR, GBP, USD) versus RON având ponderi: 40 la sută EUR, 20 la sută GBP, 20 la suta CHF şi 20 la sută USD, se calculează *VaR*-ul portofoliului pe baza metodologiilor descrise în Capitolul VIII. Calculul VaR va fi realizat pe date zilnice, perioada analizată fiind ianuarie 1999 – mai 2007.

Măsurile *VaR* calculate sunt: *VaR* analitic, *VaR* istoric, *VaR* pe baza de volatilitate *EWMA* şi *VaR* pe bază de volatilitate estimată prin modele *GARCH*.

Conform testului *ADF*, seriile randamentelor celor patru monede sunt staționare, iar conform testului Jarque Berra seriile randamentelor nu au o distribuție normală, distribuția acestor serii fiind leptokurtotică.

Testul de staționaritate ADF

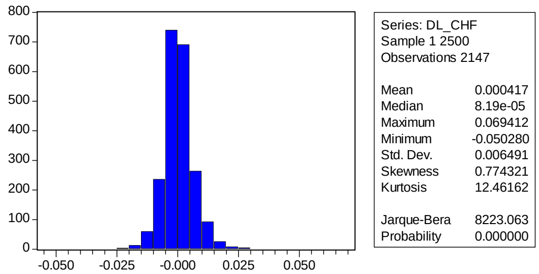
	t-statistic	**Probabilitate asociată**
CHF	-29.6555	0
EUR	-29.1738	0
GBP	-33.9879	0
USD	-40.7971	0
Portofoliu	-29.1039	0

Valori critice asociate testului ADF

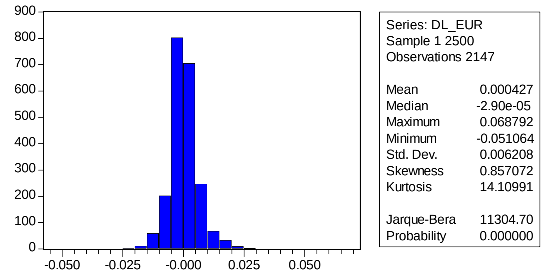
Nivel de relevanță	**t-statistic**
1%	-2.56604
5%	-1.94097
10%	-1.61660

Testul Jarque-Berra

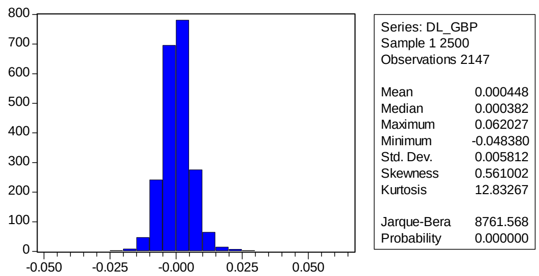
CHF



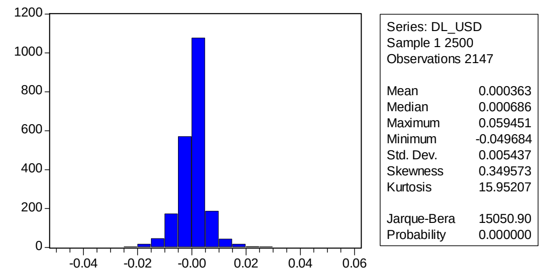
EUR



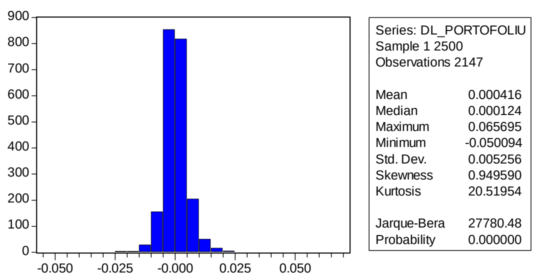
GBP



USD



Portofoliu



Cele patru momente ale distribuțiilor sunt prezentate în tabelul de mai jos. Ca urmare, măsurile *VaR* bazate pe ipoteza distribuției normale a seriilor pot subestima riscul.

Momentele distribuțiilor seriilor de randamente

	Medie	**Deviație standard**	**Asimetrie**	**Kurtotică**
CHF	0.0004	0.0065	0.7743	12.4616
EUR	0.0004	0.0062	0.8571	14.1099
GBP	0.0004	0.0058	0.5610	12.8327
USD	0.0004	0.0054	0.3496	15.9521
Portofoliu	0.0004	0.0053	0.9496	20.5195

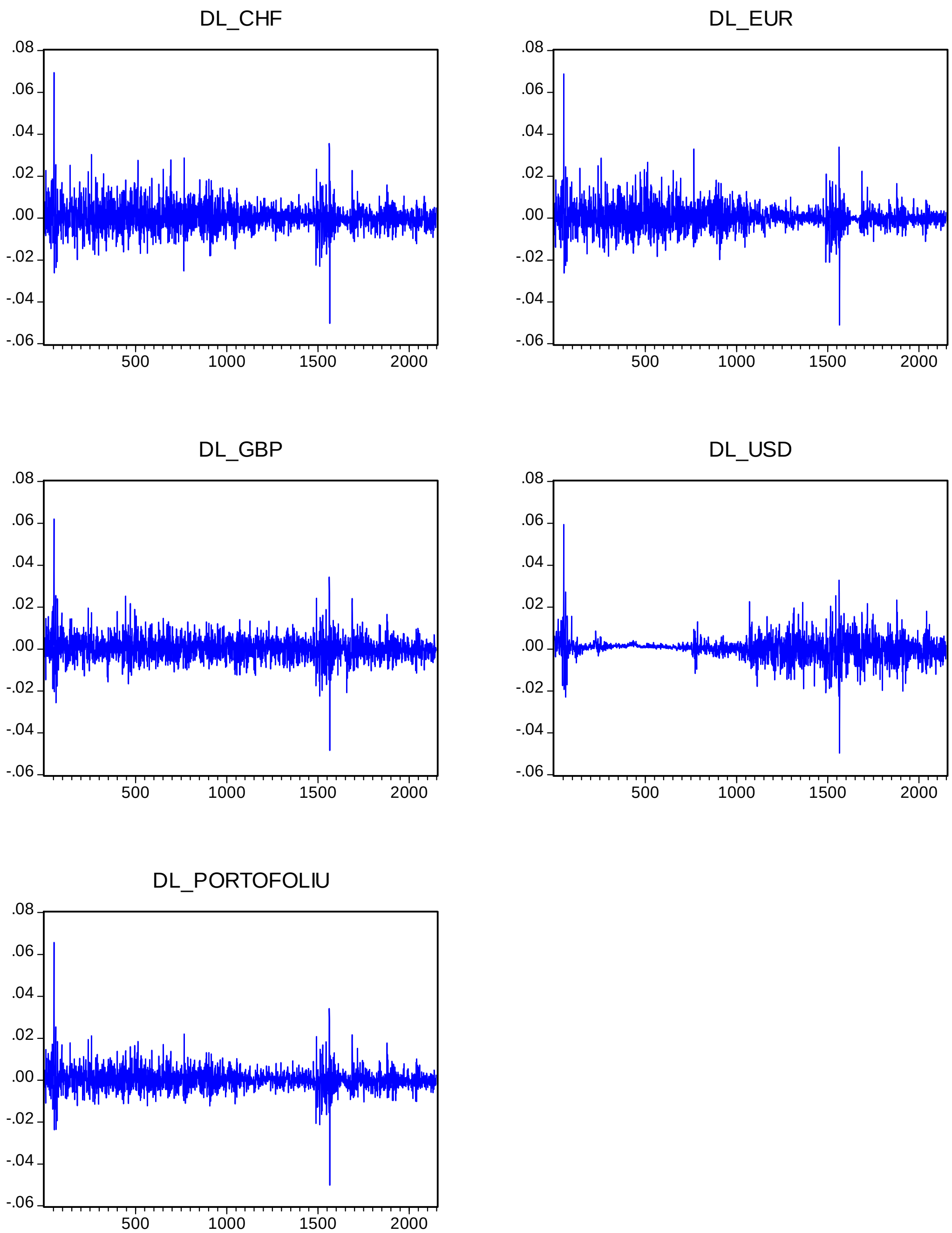
Matricea de corelație dintre cele patru monede calculată pe baza eşantionului de date pentru perioada analizată este:

Matricea de corelație a monedelor incluse în portofoliu

	CHF	**EUR**	**GBP**	**USD**
CHF	1	0.94	0.70	0.40
EUR	0.94	1	0.72	0.42
GBP	0.70	0.72	1	0.58
USD	0.40	0.42	0.58	1

Evoluția randamentelor zilnice pentru perioada analizată este prezentată în graficele de mai jos. Din grafice se observă fenomenul de *volatility clustering*, care considerat împreună cu distribuția leptokurtotică a randamentelor, conduce la concluzia că măsurile *VaR* calculate pe baza ipotezei normalității datelor tind să subestimeze riscul. În această situație sunt recomandate măsurile *VaR* care țin cont de volatilitatea variabilă a monedelor (*EWMA* şi *GARCH*).

Evoluția randamentelor zilnice ale monedelor şi a portofoliului



Pentru calculul *VaR* prin metoda analitică a fost calculată deviația standard a *P/L*-ului portofoliului de monede pe ultimele 250 de zile, σ_p, şi pe baza acestei serii, considerând o valoare a portofoliului de o unitate monetară (1 RON), un nivel de relevanță de 1 la sută şi un orizont de prognoză de 10 zile a fost generată măsura *VaR* pe baza relației

$$VaR = 2.32635 \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{10}\ .$$

Pentru calculul *VaR* prin simulare istorică, măsura *VaR* pentru un orizont de 10 zile a fost considerată percentila 1 la sută pentru seria de randamente zilnice ale portofoliului înmulțită cu $\sqrt{10}$.

Pentru calculul *VaR* prin *EWMA*, luând în considerare un coeficient λ pentru date zilnice de 0,94, pornind, ca variabilă inițială, de la abaterea medie pătratică istorică au fost generate seriile de volatilitate pentru cele patru monede, conform relației

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1-\lambda) r_{t-1}^2 + \lambda \hat{\sigma}_{t-1}^2\ ,$$

iar apoi, pe baza coeficienților de corelație istorici a fost calculată seria volatilității portofoliului. Seriile de volatilități *EWMA* sunt prezentate în graficele de mai jos.

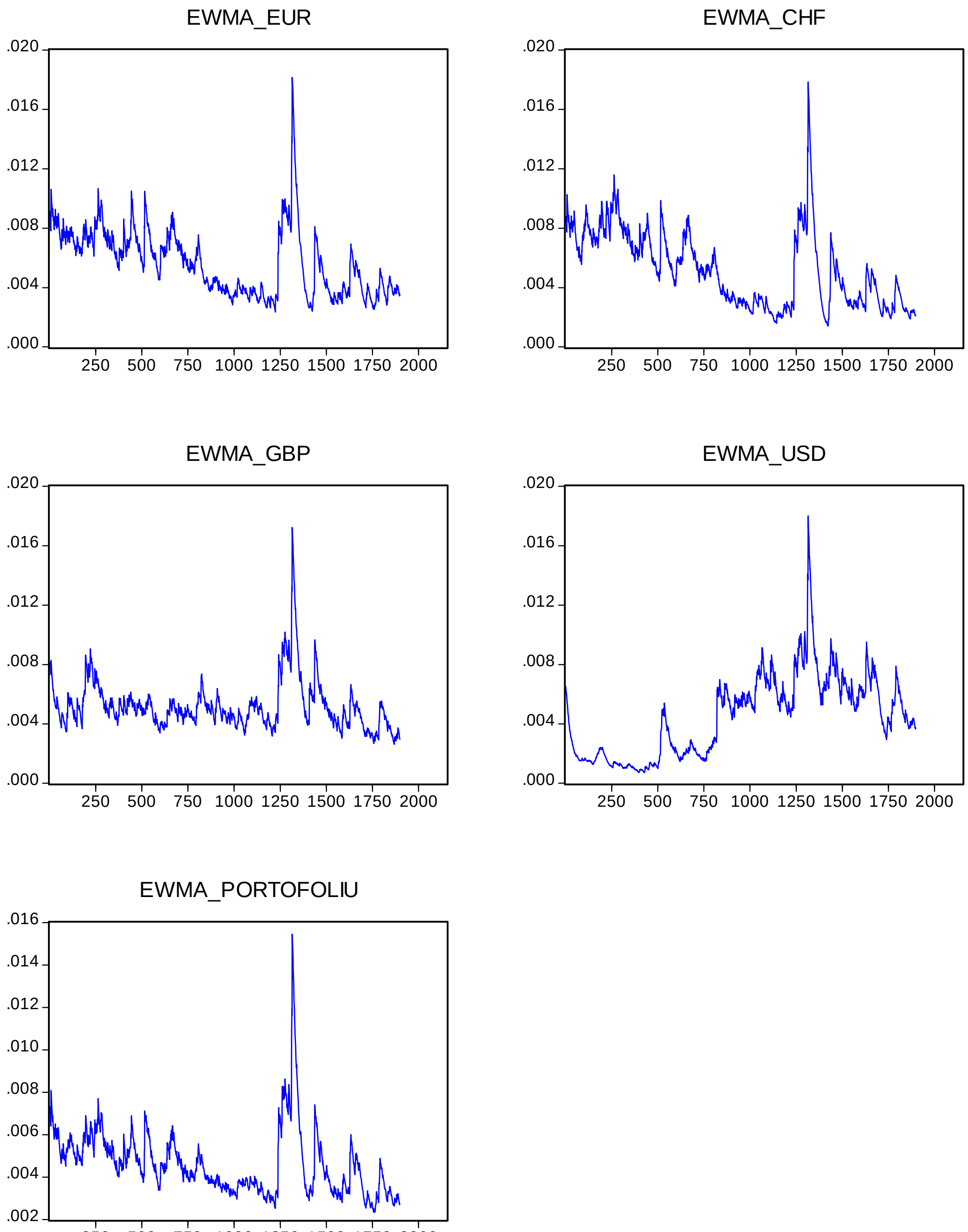
Măsura *VaR* care încorporează volatilitățile calculate pe baza metodologiei *EWMA* a fost generată prin metoda analitică, orizontul de timp fiind de 10 zile, iar nivelul de relevanță de 1 la sută.

Relația de calcul pentru această măsură de *VaR* este:

$$VaR_{EWMA} = 2.32635 \cdot \sigma_{p\_EWMA} \cdot \sqrt{10}\ ,$$

unde σ_{p_EWMA} reprezintă volatilitatea portofoliului, calculată pe baza volatilității *EWMA* a celor patru monede.

Volatilitatea zilnică a seriilor de cursuri de schimb şi a portofoliului calculată pe baza metodologiei *EWMA*



Pentru încorporarea volatilităţii calculate prin modele *GARCH*, a fost calculată volatilitatea seriilor randamentelor cursurilor de schimb şi a portofoliului prin modele *GARCH*, *EGARCH* şi *TARCH*, cu distribuţii de erori generalizate (*Generalised Error*

Distribution, GED), având în vedere că distribuția seriilor nu este normală. Conform estimărilor, coeficientul *GED* a fost mai mic decât 2 ceea ce concordă cu ipoteza distribuției leptokurtotice a datelor. Modelele *GARCH* estimate sunt prezentate în mai jos.

CHF - *GARCH (1,1)*

Dependent Variable: DL_CHF
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)
Sample (adjusted): 2 2148
Included observations: 2147 after adjustments
Convergence achieved after 14 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3.90E-05	0.000101	0.385860	0.6996
		Variance Equation		
C	4.16E-07	1.38E-07	3.022942	0.0025
RESID(-1)^2	0.084305	0.012060	6.990660	0.0000
GARCH(-1)	0.908096	0.012713	71.43189	0.0000
GED PARAMETER	1.374586	0.046670	29.45356	0.0000

R-squared	-0.003397	Mean dependent var	0.000417
Adjusted R-squared	-0.005271	S.D. dependent var	0.006491
S.E. of regression	0.006508	Akaike info criterion	-7.509880
Sum squared resid	0.090713	Schwarz criterion	-7.496671
Log likelihood	8066.856	Durbin-Watson stat	1.861745

EUR - *EGARCH (2,1)*

Dependent Variable: DL_EUR
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)
Sample (adjusted): 2 2148
Included observations: 2147 after adjustments
Convergence achieved after 15 iterations
Variance backcast: ON
GED parameter fixed at 1.5
LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) +
C(4)*ABS(RESID(-2)/@SQRT(GARCH(-2))) + C(5)*RESID(-1)
/@SQRT(GARCH(-1)) + C(6)*LOG(GARCH(-1))

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-2.55E-05	7.85E-05	-0.324720	0.7454
Variance Equation				
C(2)	-0.280479	0.051450	-5.451512	0.0000
C(3)	0.425712	0.038998	10.91631	0.0000
C(4)	-0.191949	0.039350	-4.878040	0.0000
C(5)	-0.031989	0.011796	-2.711871	0.0067
C(6)	0.990178	0.003969	249.5045	0.0000

R-squared	-0.005308	Mean dependent var	0.000427
Adjusted R-squared	-0.007655	S.D. dependent var	0.006208
S.E. of regression	0.006231	Akaike info criterion	-7.780492
Sum squared resid	0.083138	Schwarz criterion	-7.764641
Log likelihood	8358.358	Durbin-Watson stat	1.841563

GBP - *EGARCH (2,1)*

Dependent Variable: DL_GBP
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)
Sample (adjusted): 2 2148
Included observations: 2147 after adjustments
Convergence achieved after 20 iterations
Variance backcast: ON
LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) +
C(4)*ABS(RESID(-2)/@SQRT(GARCH(-2))) + C(5)*LOG(GARCH(
-1))

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000324	0.000102	3.158979	0.0016
Variance Equation				
C(2)	-0.389398	0.117962	-3.301050	0.0010
C(3)	0.319204	0.043642	7.314163	0.0000
C(4)	-0.171204	0.042849	-3.995547	0.0001
C(5)	0.973723	0.009944	97.92397	0.0000
GED PARAMETER	1.468441	0.055310	26.54932	0.0000

R-squared	-0.000459	Mean dependent var	0.000448
Adjusted R-squared	-0.002796	S.D. dependent var	0.005812
S.E. of regression	0.005820	Akaike info criterion	-7.657649

Sum squared resid	0.072523	Schwarz criterion	-7.641798
Log likelihood	8226.486	Durbin-Watson stat	1.796292

USD - *EGARCH (2,1)*

Dependent Variable: DL_USD
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)
Sample (adjusted): 2 2148
Included observations: 2147 after adjustments
Convergence achieved after 28 iterations
Variance backcast: ON
LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) +
C(4)*ABS(RESID(-2)/@SQRT(GARCH(-2))) + C(5)*LOG(GARCH(
-1))

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000912	2.53E-05	36.07981	0.0000
Variance Equation				
C(2)	-0.244413	0.033804	-7.230363	0.0000
C(3)	0.387738	0.049394	7.849955	0.0000
C(4)	-0.131019	0.050246	-2.607547	0.0091
C(5)	0.995705	0.002201	452.3278	0.0000
GED PARAMETER	1.405943	0.054770	25.66986	0.0000

R-squared	-0.010217	Mean dependent var	0.000363
Adjusted R-squared	-0.012577	S.D. dependent var	0.005437
S.E. of regression	0.005471	Akaike info criterion	-8.652594
Sum squared resid	0.064077	Schwarz criterion	-8.636743
Log likelihood	9294.559	Durbin-Watson stat	1.736557

Portofoliu - *TARCH (1,1,1)*

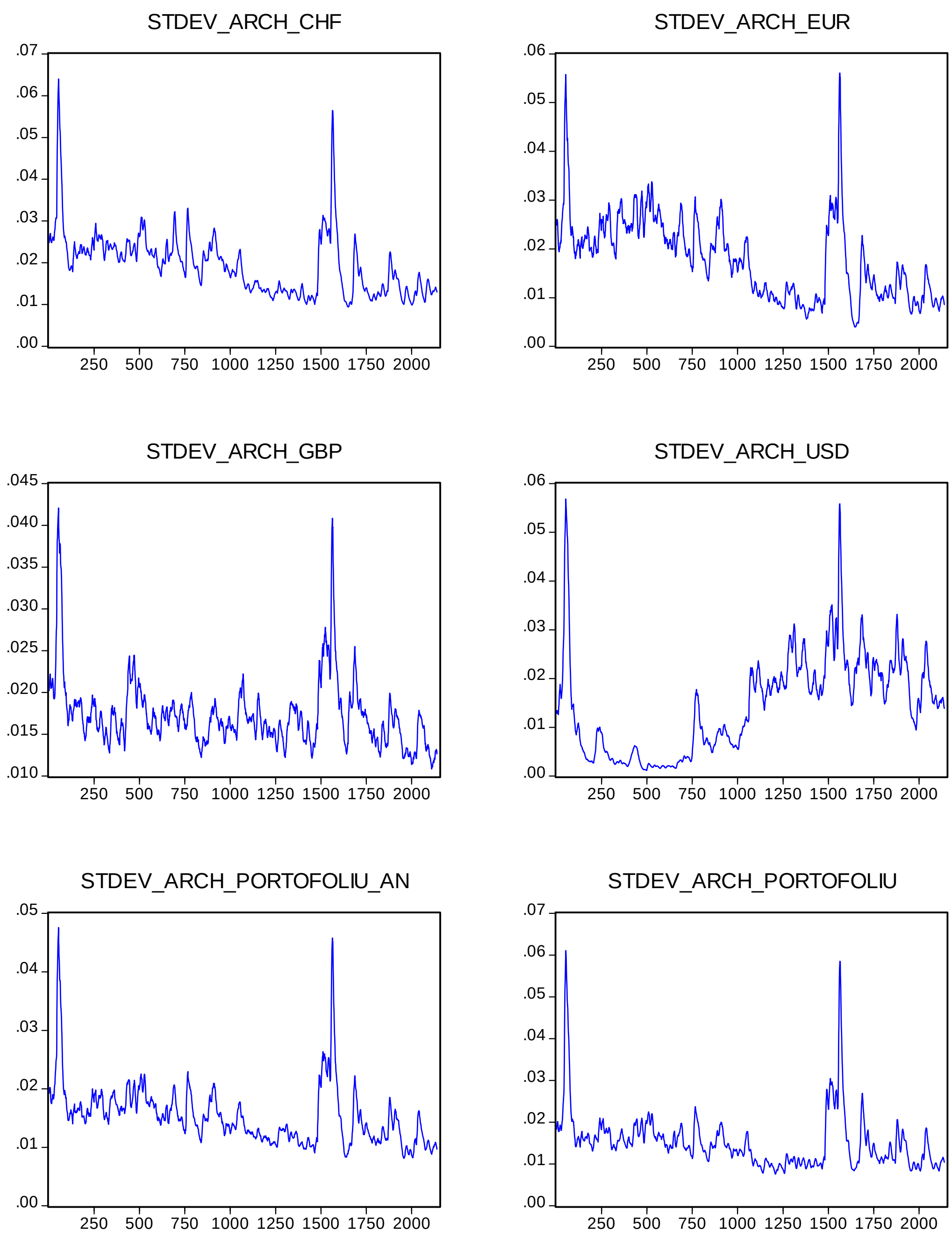
Dependent Variable: DL_PORTOFOLIU
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)
Sample (adjusted): 2 2148
Included observations: 2147 after adjustments
Convergence achieved after 14 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)
+ C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000105	7.91E-05	1.330912	0.1832
Variance Equation				
C	4.03E-07	1.33E-07	3.039335	0.0024
RESID(-1)^2	0.091060	0.014627	6.225603	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	0.037143	0.022472	1.652868	0.0984
GARCH(-1)	0.881221	0.015672	56.23031	0.0000
GED PARAMETER	1.322388	0.045607	28.99529	0.0000

R-squared	-0.003503	Mean dependent var	0.000416
Adjusted R-squared	-0.005847	S.D. dependent var	0.005256
S.E. of regression	0.005271	Akaike info criterion	-8.019903
Sum squared resid	0.059493	Schwarz criterion	-8.004052
Log likelihood	8615.366	Durbin-Watson stat	1.761480

Volatilitățile pe un orizont de 10 zile seriilor şi ale portofoliului sunt prezentate în graficele de mai jos.

Volatilitatea seriilor de cursuri de schimb şi a portofoliului calculată prin modele *GARCH*



ST_DEV_ARCH_PORTOFOLIU_AN reprezintă volatilitatea portofoliului calculată prin metoda analitică, pe baza volatilităților monedelor incluse în portofoliu şi a coeficienților de corelație dintre acestea (considerați constanți pentru perioada analizată), iar

ST_DEV_ARCH_PORTOFOLIU este volatilitatea portofoliului calculată printr-un model *GARCH* pentru randamentele portofoliului.

Specificația modelelor *ARCH* utilizate a fost aleasă funcție de testele de autocorelație a erorilor (modelele să nu prezinte autocorelație), testele de autocorelație a erorilor pătratice (să nu existe termeni *ARCH* suplimentari), suma şi semnul coeficienților *ARCH* şi *GARCH* (să nu existe procese *ARCH* integrate iar volatilitatea să fie strict mai mare decât zero).

Volatilitatea pentru un orizont de 10 zile a fost calculată ca radical din suma varianțelor la momentele $t, t+1, ..., t+9$.

Pe baza acestei volatilități a fost calculată măsura *VaR* pentru un nivel de relevanță de 1 la sută, conform relației:

$VaR = 2.32535 \cdot \sigma_{ARCH}$,

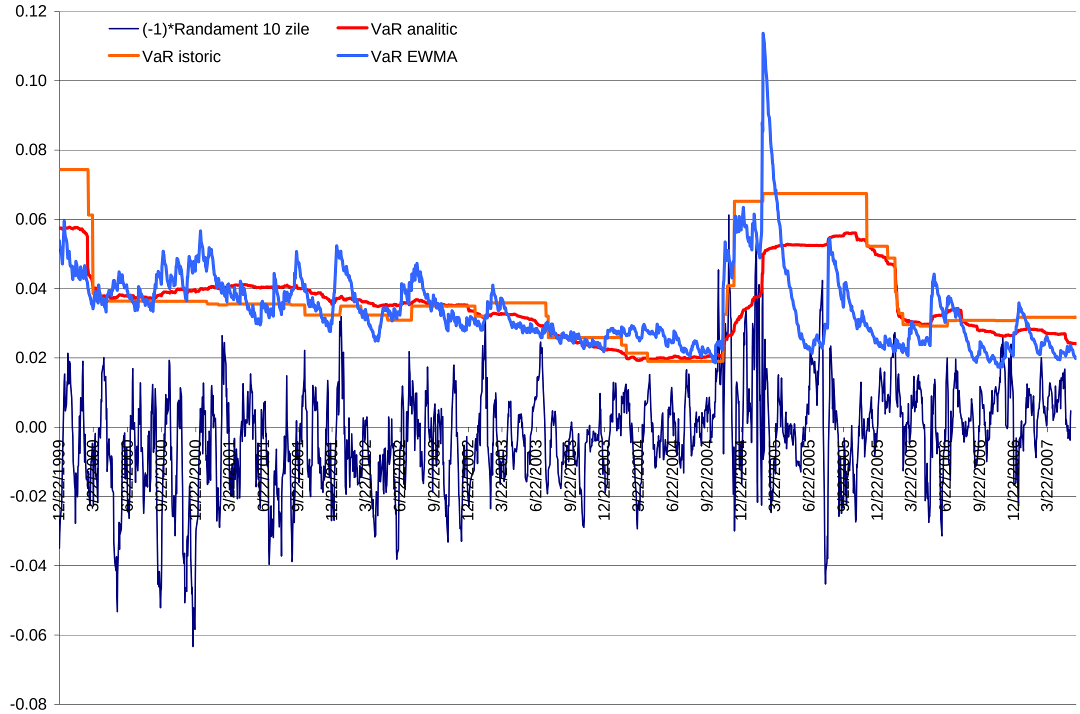
unde σ_{ARCH} reprezintă volatilitatea portofoliului calculată prin modele *GARCH*, pentru un orizont de 10 zile.

Măsurile *VaR* calculate pe baza celor patru metodologii de mai sus sunt prezentate în graficele de mai jos împreună cu randamentele pe 10 zile ale portofoliului de valute, înmulțite cu -1 pentru comparabilitate (cu măsurile *VaR*).

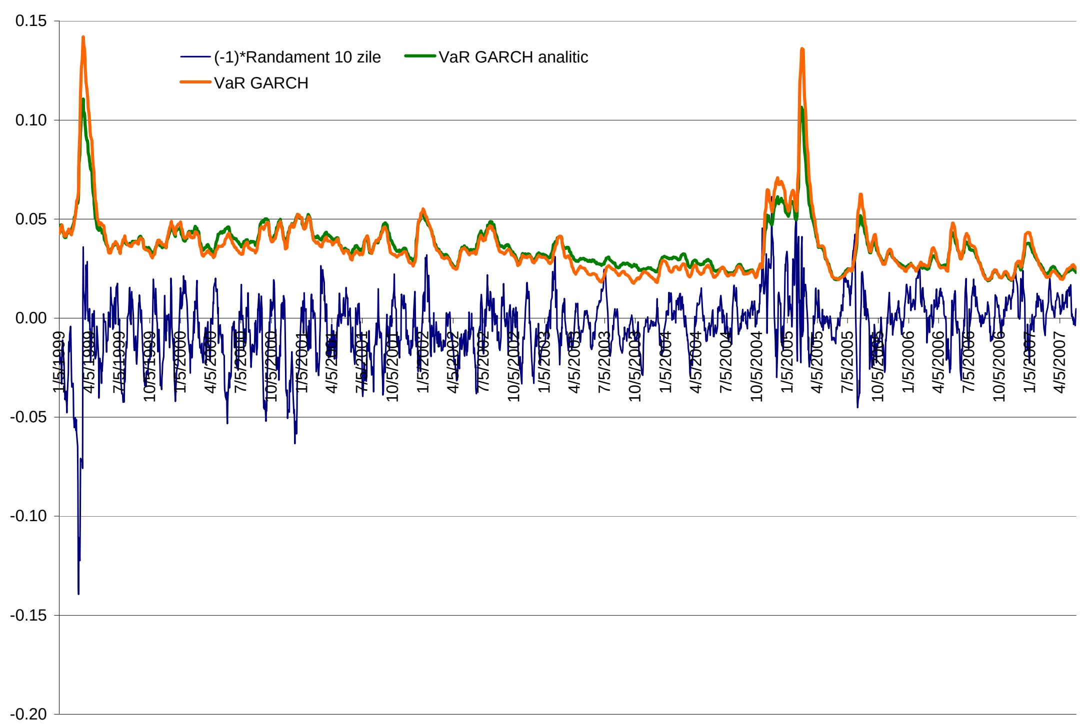
Conform rezultatelor:

- Modelul pe bază de volatilitate calculată prin *EWMA* tinde să subestimeze riscul portofoliului,
- Modelul pe bază de simulare istorică şi modelul analitic estimează bine cerințele de capital în perioadele cu volatilitate redusă. În perioada cu volatilitate ridicată, oct. 2004 – feb. 2005 acestea subestimează riscul.
- Măsurile *VaR* care au la bază modele *GARCH*, datorită caracteristicii *forward looking* a acestora, se comportă bine şi în perioadele cu volatilitate ridicată.

Măsurile *VaR* istoric, analitic şi *EWMA*



Măsurile VaR calculate pe bază de modele GARCH



9.Calculul VaR pentru un portofoliu de opțiuni

Pentru calculul *VaR* pentru un portofoliu de opțiuni, a fost construit un portofoliu, cu opțiuni pe cursul de schimb *EUR/RON plain vanilla*, digitale, asiatice şi bariere, măsurile *VaR* folosite fiind maparea pe baza metodologiei delta-gamma şi simularea.

Portofoliul de opțiuni construit este prezentat în tabelul de mai jos.

Portofoliul de opțiuni

Opțiune	Call/Put:	Preț de exercițiu	Barieră 1	Barieră 2	Scadență	Volatilitate	Poziție	Notional (mil. EUR)	Primă (EUR)
Double No Touch	Payout în EUR		3.1900 Out	3.4000 Out	Tue, 11 Dec 2007	5.128	Short	1,000,000	217,500
Vanilla	EUR Put	3.25			Tue, 11 Sep 2007	5.816	Long	10,000,000	22,040
Vanilla	EUR Call	3.27			Tue, 11 Sep 2007	5.816	Long	10,000,000	
Vanilla	EUR Put	3.2725			Wed, 11 Jul 2007	5.888	Long	10,000,000	38,171
Double Knock Out	EUR Call	3.3534	3.1900 Out	3.4050 Out	Tue, 11 Dec 2007	5.128	Long	10,000,000	20,202
Vanilla	EUR Call	3.3532			Thu, 6 Sep 2007	5.936	Long	10,000,000	109,119
Vanilla	EUR Put	3.2205			Thu, 6 Sep 2007	5.936	Long	10,000,000	
Vanilla	EUR Call	3.5064			Thu, 5 Jun 2008	5.691	Long	10,000,000	8,409
Vanilla	EUR Put	3.242			Thu, 5 Jun 2008	5.691	Short	10,000,000	
Forward		3.325869			Tue, 11 Dec 2007		Long	6,000,000	

Senzitivitățile portofoliului de opțiuni, calculate în euro, sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Indicatorii de senzitivitate ai portofoliului de opțiuni

Valoare portofoliu	233,146
Delta	-13,090,257
Vega	56,626
Gamma	7,523,093
Theta	-1,806
Rho	-66,025

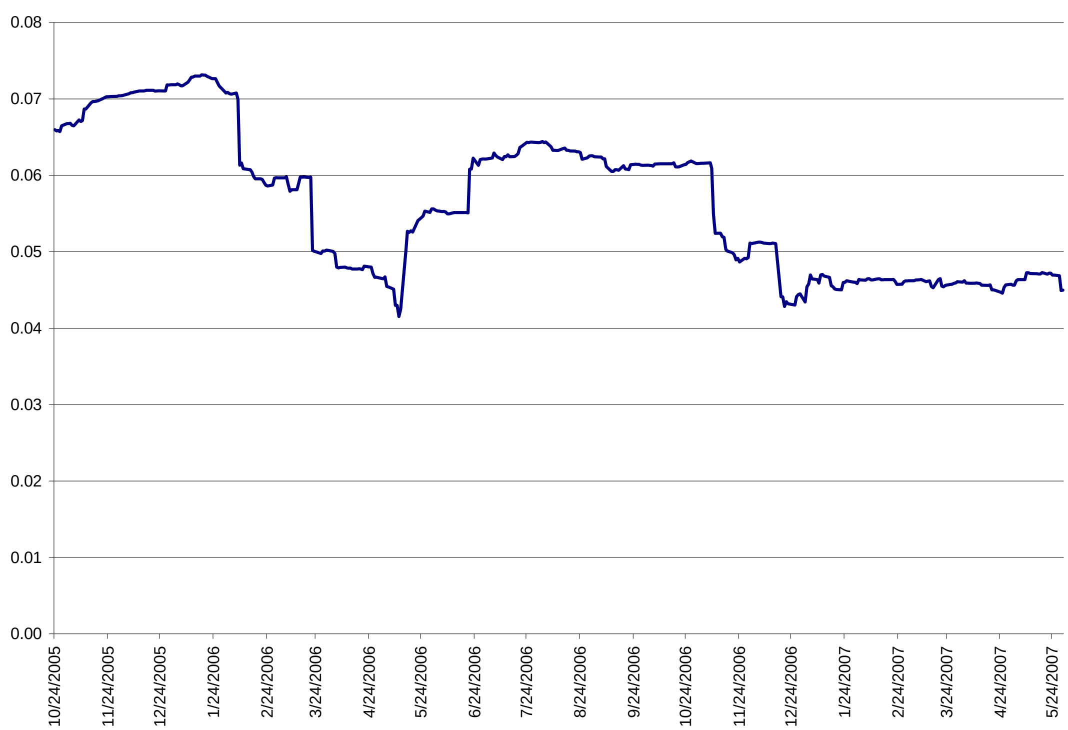
Scadența medie a portofoliului, calculată ca sumă ponderată a scadențelor funcție de noțional, este de aproximativ 6 luni.

În cazul metodologiei bazată pe simulare, funcție de volatilitatea cursului *EUR/RON* şi a volatilității volatilității cursului *EUR/RON* s-au calculat intervalele de variație, cu un orizont de o zi, cu o probabilitate de 99 la sută, a cursului de schimb şi a volatilității cursului de schimb aferentă scadenței medii a portofoliului. Apoi, pe baza celor două intervale de variație au fost generate scenarii de evoluție a cursului de schimb şi a volatilității acestuia. Pentru fiecare scenariu a fost calculat *P/L*-ul portofoliului de opțiuni. Măsura *VaR* pentru portofoliu, pentru un orizont de o zi, cu nivel de relevanță de 1 la sută a fost considerată ca fiind cea mai mare pierdere înregistrată de portofoliu.

Pentru calculul volatilității cursului de schimb şi a volatilității volatilității a fost utilizată seria de date de curs BNR *EUR/RON* pentru perioada mai 2005 – mai 2007. Volatilitatea istorică a cursului de schimb este prezentată în graficul de mai jos.

Volatilitatea istorică a cursului EUR/RON

în perioada oct. 2005 – mai. 2007



În vederea simulării, abaterea medie pătratică a cursului de schimb pentru un orizont de o zi, a fost considerată ultima observaţie a seriei de volatilitate istorică, 4,5 la sută iar abaterea medie pătratică, pentru un orizont de o zi, a volatilităţii cursului de schimb, de 1,54 la sută.

Funcţie de aceste date, pentru un orizont de o zi şi un nivel de relevanţă de 1 la sută, a fost calculat *P/L*-ul portofoliului pentru scenariile de curs de schimb şi volatilitate, prezentat în tabelul de mai jos.

P/L portofoliu opţiuni funcţie de curs şi volatilitate

Volatilitate	Spot	2.9651	3.0452	3.1254	3.2055	3.2856	3.3658	3.4459
	Evolutie spot	-7.50%	-5.00%	-2.50%	0.00%	2.50%	5.00%	7.50%
1.00	P/L portofoliu	-163,961	-47,630	46,837	30,829	-46,393	378,435	801,353
0.50		-158,439	-40,251	54,270	16,993	-111,380	361,741	787,315
0.00		-150,314	-32,585	62,634	0	-189,498	345,194	770,568
-0.50		-141,721	-24,785	71,964	-18,944	-280,177	316,657	754,729
-1.00		-148,734	-31,030	64,428	-4,330	-206,018	339,831	767,126

Măsura *VaR* pentru un orizont de o zi şi cu un nivel de relevanţă de 1 la sută reprezintă valoarea cea mai mică a *P/L*-ului, respectiv 280 177 EUR.

În cazul calculului *VaR* prin maparea poziţiilor, considerând ca portofoliu a fost delta *hedge*-uit printr-un contract forward, delta portofoliului de opţiuni este 0, măsura *VaR* este:

$$VaR \approx \delta Z_\alpha \sigma S - \frac{1}{2}\gamma\left(Z_\alpha \sigma S\right)^2,$$

unde:

S reprezintă cursul de schimb spot EUR/RON,

δ – delta portofoliului de opţiuni,

γ – gamma portofoliului de opţiuni,

σ – deviaţia standard a randamentelor cursului spot EUR/RON.

Ca urmare, măsura *VaR* a portofoliului de opţiuni este 423 213 EUR.

Bibliografie

[1] Alexander, C (2001) „Market Models: A Guide to Financial Data Analysis”, Whiley.

[2] Alexander, Carol şi Elizabeth Sheedy, editori, (2004) „The Professional Risk Manager’s Handbook. Volume I: Finance Theory, Financial Instruments and Markets”, PRMIA Publications.

[3] Alexander, Carol şi Elizabeth Sheedy, editori, (2004) „The Professional Risk Manager’s Handbook. Volume II: Mathematical Foundations of Risk Measurement”, PRMIA Publications.

[4] Alexander, Carol şi Elizabeth Sheedy, editori, (2004) „The Professional Risk Manager’s Handbook. Volume III: Risk Management Practices”, PRMIA Publications.

[5] Basle Committee of Banking Supervision (1996) „Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks”.

[6] Bollerslev, T (1990) „Modelling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalised ARCH Model”, Review of Economics and Statistics, 72, pp 498-505.

[7] Crouhy, Michel, Dan Galai şi Robert Mark (2001) „Risk Management”, McGraw-Hill.

[8] Engle, Robert F., editor, (1995) „ARCH. Selected Readings”, Oxford University Press.

[9] Hamilton, James D. (1994) „Time Series Analysis”, Princeton University Press.

[10] J. P. Morgan/Reuters (1996) „RiskMetrics – Technical Document, Fourth Edition”.

[11] Jorion, Philippe (2003) „Financial Risk Manager Handbook, Second Edition”, John Wiley & Sons