

**Academia de Studii Economice București**  
**Facultatea de Finanțe, Asigurări, Bănci și Burse de Valori**  
**Școala Doctorală de Finanțe - Bănci**

## **Dizertație**

# **Testarea eficienței informaționale a pieței românești de capital**

**Coordonator**  
Prof. Univ. Dr. Moisa Altar

**Student**  
Codirlaşu Adrian

– Iunie 2000 –

## Cuprins

<b>1. Random walk .....</b>	<b>4</b>
<b>1.1. Concepte teoretice.....</b>	<b>4</b>
<b>1.2. Implicațiile ipotezei Random Walk.....</b>	<b>7</b>
<b>1.3. Testarea ipotezei Random Walk pe piața românească de capital.....</b>	<b>8</b>
1.3.1. Testul Unit Root .....	8
1.3.2. Autocorelația și distribuția randamentelor zilnice pe piața românească de capital .....	22
1.3.3. Testarea dependenței liniare în randamentele zilnice .....	26
1.3.4. Testarea dependenței neliniare în randamentele zilnice .....	28
<b>1.4. Consecințele inexistenței unei evoluții random walk a cursului bursier .....</b>	<b>31</b>
1.4.1. Volatilitatea .....	31
1.4.2. Beta .....	32
<b>2. Teoria piețelor eficiente.....</b>	<b>33</b>
<b>2.1. Forma slabă de eficiență .....</b>	<b>33</b>
2.1.1. Autocorelații .....	34
2.1.2. Sezonalitate.....	36
2.1.3. Regulile de tranzacționare .....	41
<b>2.2. Forma semitare de eficiență.....</b>	<b>48</b>
2.2.1. Metodologia aplicată divizărilor de acțiuni .....	49
2.2.2. Listarea de noi companii la bursa .....	57
2.2.3. Anunțuri informative realizate de firme .....	59
2.2.4. Ineficiența pieței pe termen lung .....	63
<b>2.3. Forma tare de eficiență .....</b>	<b>65</b>
2.3.1. Testarea formei tari de eficiență pe piața românească de capital .....	67
<b>3. Metode de îmbunătățire a teoriei piețelor eficiente.....</b>	<b>71</b>
<b>3.1. Teorii comportamentale de explicare a anomaliilor .....</b>	<b>72</b>
3.2.1. Modelul BHV .....	72
3.2.2. Modelul DHS.....	73
3.2.3. Alte abordări .....	75
<b>3.2. Teoria evoluționistă .....</b>	<b>76</b>
<b>3.3. Teoria evoluționistă a jocurilor .....</b>	<b>79</b>
<b>4. Alternative la teoria piețelor eficiente, teoria haosului și ipoteza piețelor fractale.....</b>	<b>80</b>
<b>4.1. Deficiențele teoriei piețelor eficiente .....</b>	<b>80</b>
<b>4.2. Complexitate .....</b>	<b>82</b>
<b>4.3. Teoria haosului .....</b>	<b>83</b>
<b>4.4. Obiecte fractale .....</b>	<b>86</b>
4.4.1. Geometrie fractală .....	87
4.4.2. Utilizarea fractalilor în finanțe .....	89
<b>4.5. Teoria piețelor fractale.....</b>	<b>92</b>
4.5.1. Analiza fractală (R/S) .....	94
4.5.2. Cicluri neperiodice și analiza V.....	100

4.5.3. Statistică fractală.....	102
4.5.4. Concluzii.....	108
<i>Anexa 1 – Randamentul și raportul P/E al societăților cotate la BVB în anul 1999.....</i>	<i>110</i>
<i>Anexa 2 - Distribuția randamentelor indicelui BET pe orizonturi diferite de timp.....</i>	<i>112</i>
<i>Anexa 3 – Senzitivitatea față de condițiile inițiale. Calculul exponentului Lyapunov.....</i>	<i>114</i>
<i>Bibliografie .....</i>	<i>117</i>

# 1. Random walk

## 1.1. Concepte teoretice

Deși datează de la începutul secolului, conceptul de piață eficientă, în ultimii 30 de ani este fundația pentru cercetarea teoriei piețelor financiare. În 1900, Louis Bachelier a postulat modelul mișcării (pașilor) aleatori: “Random Walk” sau “Fair Game”, care a fost retipărit în engleză în 1964 în lucrarea lui Paul Cootner: “The Random Character of Stock Market Prices” (“Caracterul aleator al cursului bursier”)<sup>1</sup>.

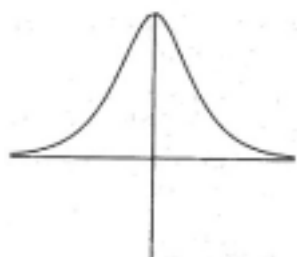
În teza sa de doctorat, sub îndrumarea matematicianului Poicare, Bachelier a arătat că intervalul în care se poate situa cursul bursier cu o anumită probabilitate depinde de o constantă  $a$  și de rădăcina pătrată a timpului  $T^{0.5}$ , dar a omis nivelul curent al cursului bursier  $P$ . În cazul în care nu se ia în considerare nivelul prețului, după un timp  $T$ , prețurile, cu o anumită probabilitate, vor varia în intervalul  $(P - aT^{0.5}, P + aT^{0.5})$ , pentru o anumită constantă  $a$ .

Dar, în realitate, marea majoritate a schimbărilor în variabilele economice sunt proporționale față de nivelul lor curent. Schimbarea în preț, ca o proporție față de prețul curent poate fi scrisă ca  $\frac{\Delta P}{P}$  care se poate aproxima cu  $\Delta(\ln P)$  de unde rezultă intervalul de variație:

$(\ln P - aT^{0.5}, \ln P + aT^{0.5})$ , pentru o constantă  $a$ . Nivelul de variație al prețului devine:  $(P \exp(-aT^{0.5}), P \exp(aT^{0.5}))$ . Pe post de constantă  $a$  este folosită deviația standard pentru o probabilitate de 68% și dublul deviației standard pentru o probabilitate de 95% (presupunând o distribuție normală).

Primul interval are o lungime constantă indiferent de nivelul prețului, în timp ce lungimea celui de al doilea interval variază în funcție de nivelul prețului.

Diferența dintre cele două abordări (luarea în considerare sau nu a nivelului prețurilor) este că dacă creșterile de preț  $\Delta P$  sunt independente și au o varianță finită, atunci prețul are o distribuție normală (Gaussiană) iar dacă diferențele dintre logaritmiile prețurilor sunt independente și au o varianță finită, atunci prețul are o distribuție lognormală.



Distribuție normală



Distributie lognormală

<sup>1</sup> Sales, Mark; David McLaughlin, David (April 1997); „Fractals in Financial Markets”; <http://ftp.ec.vanderbilt.edu/Chaos/FMH/main.html>; Vanderbilt University

Tot Bachelier<sup>2</sup>, a postulat că „principiul fundamental” pentru evoluția cursurilor este că speculația trebuie să fie un „joc corect” (fair game), adică profiturile așteptate de către un speculator să fie zero.

În 1950, unele dintre primele aplicații informatice în economie au fost programele de analiză a seriilor de timp. Teoreticienii ciclurilor economice credeau că urmărind evoluția în timp a câtorva variabile economice, vor putea prezice evoluția economiei, perioadele de boom și de recesiune. Unul dintre candidații pentru această analiză era evoluția în timp a cursului bursier. S-a pornit de la ipoteza că prețurile titlurilor reflectă perspectivele firmelor și, din această cauză, evoluția cursului bursier va reflecta evoluția economiei în ansamblul său.

Maurice Kendall a verificat această ipoteză în 1953 și rezultatele le-a prezentat în articolul său “The Analysis of Economic Time Series” publicat în 1953 în revista “Journal of the Royal Statistical Society”. Conform acestor rezultate, prețurile titlurilor par a avea o evoluție aleatoare<sup>3</sup>. Nu se putea prezice dacă cursurile vor înregistra o creștere sau o scădere în ziua următoare, el ajungând la concluzia că nu se puteau prezice cursurile viitoare pe baza prețurilor trecute. Cu timpul, această caracteristică a pieței a fost considerată o caracteristică a unei piețe care funcționează „bine” sau a unei “piețe eficiente”.

Pe baza acestor observații a luat naștere conceptul de “random walk”. Conform acestui model, cursurile sau schimbările trecute ale lor, precum și schimbările în randamentul titlurilor nu pot fi folosite pentru a prognoza prețurile viitoare sau schimbările în randament, sau, cu alte cuvinte, schimbările succesive ale cursului titlurilor sunt independente. Această independență implică faptul că prețurile titlurilor, în orice moment, reflectă, în medie, valoarea intrinsecă a titlurilor.

Conform modelului random walk, reflectarea în cursul bursier a tuturor informațiilor disponibile implică faptul că modificări succesive ale cursului (sau mai exact, ale randamentelor pe o perioadă) sunt independente. În plus, se presupune că randamentele sunt identic distribuite.

Implicații ale teoriei random walk: schimbarea unei variabile browniene variază aleator, deci:

- Mișcarea la un moment dat este independentă de mișcarea la orice alt moment în timp – variabila nu are memorie.
- Schimbarea așteptată în timp este zero – variabila nu are o anumită direcție de evoluție.
- Valoarea așteptată a schimbării (de la un moment la altul) este mai mare de zero.

Teoria random walk este incompatibilă cu analiza tehnică (sau chartism-ul), care se bazează pe ipoteza că schimbările succesive ale prețurilor sunt constante, și că comportarea istorică a cursului se va repeta în viitor; astfel, studiind această comportare trecută, analiza tehnică poate prognoza evoluția viitoare.

Relația dintre random walk și analiza fundamentală este mai complexă. În primul rând, random walk spune că, pe termen scurt, cursurile evoluează aleator, și nu menționează nimic despre trendurile pe termen lung sau despre modul de determinare al cursurilor bursiere. Conform teoriei random walk, analiza fundamentală trebuie să fie foarte bună pentru a calcula valoarea reală a titlurilor sau dacă analistul posedă informații confidențiale.

<sup>2</sup> Fama, Eugene F. (1970); „Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work”; The Journal of Finance

<sup>3</sup> Bodie, Zvi; Alex Kane; Alan J. Marcus.(1989); „Investment”; Irwin; p 342

## Modelul „Fair Game”

Prima sinteză reală a teoriei și analiza datelor empirice a fost făcută de Eugene Fama în 1970, într-un articol în revista “The Journal of Finance”, care a fost o prezentare inițială a teoriei piețelor eficiente, sub forma modelului “fair game”<sup>4</sup>. Spre deosebire de ipoteza random walk care folosește schimbările cursurilor în timp, modelul fair game consideră cursurile la un anumit moment și consideră că prețul unei acțiuni reflectă în totalitate toate informațiile disponibile la acel moment în timp:

$E(\tilde{P}_{j,t+1}|\phi_t) = [1 + E(\tilde{r}_{j,t+1}|\phi_t)]P_{j,t}$ , unde  $P_{j,t}$  este prețul acțiunii  $j$  la momentul  $t$ ,  $P_{j,t+1}$  – prețul acțiunii  $j$  la momentul  $t + 1$ ,  $r_{j,t+1}$  – rata de rentabilitate (pe o perioadă) a acțiunii  $j$  pe perioada  $t + 1$ ,  $\phi_t$  - setul de informații care se presupune că este reflectat în cursul acțiunii la momentul  $t$ .

Astfel, prețul așteptat pentru titlul  $j$ , cunoscându-se întregul set de informații disponibile la momentul  $t$  ( $\phi_t$ ), este egal cu prețul curent plus rentabilitatea așteptată a acțiunii  $j$ , cunoscându-se setul de informații disponibile. Această rentabilitate așteptată reflectă setul de informații disponibile la momentul  $t$ .

Definind  $x_{j,t+1}$  ca diferența dintre prețul actual în  $t + 1$  și prețul așteptat în  $t + 1$ , atunci:

$x_{j,t+1} = p_{j,t+1} - E(p_{j,t+1}|\phi_t)$ . Această ecuație poate fi descrisă ca definind excesul de valoare de piață (“excess market value”) pentru acțiunea  $j$  deoarece ea este diferența dintre prețul actual și prețul proiectat în momentul  $t$ , pe baza setului de informații  $\phi_t$ . Într-o piață eficientă

$E(\tilde{x}_{j,t+1}|\phi_t) = 0$ . Această ecuație indică faptul că piața reflectă toate informațiile disponibile.

Astfel, rata rentabilității acțiunii  $j$  în perioada  $t + 1$  este:  $\bar{R}_{j,t+1} = \frac{\bar{P}_{j,t+1} + \bar{D}_{j,t+1} - P_{j,t}}{P_{j,t}}$ , unde

$\bar{P}_{j,t+1}$  și  $\bar{D}_{j,t+1}$  sunt variabile aleatoare.

Atunci  $E(\bar{R}_{j,t+1}|\phi_t) = \frac{E[(\bar{P}_{j,t+1} + \bar{D}_{j,t+1})|\phi_t] - P_{j,t}}{P_{j,t}}$ .

Aplicarea la nivelul pieței: fie  $a(\phi_t) = [a_1(\phi_t), a_2(\phi_t), \dots, a_n(\phi_t)]$  un sistem de tranzacționare bazat pe setul de informații  $\{\phi_t\}$  ce furnizează investitorilor semnale referitoare la fondurile  $a_j(\phi_t)$  disponibile la momentul  $t$ , ce pot fi investite în fiecare dintre cele  $n$  active. Excesul de valoare generat de un asemenea sistem, agregat la nivelul pieței la momentul  $t + 1$  va fi:

$V_{t+1} = \sum_{j=1}^n a_j(\phi_t)[r_{j,t+1} - E(\tilde{r}_{j,t+1}|\phi_t)]$  pentru care  $E(\tilde{V}_{t+1}|\phi_t) = 0$ .

<sup>4</sup> Reilly, Frank K. (1989); „Investment Analysis and Portfolio Management. Third Edition”; The Dryden Press; p 213

## Modelul Submartingal

Acest model a fost realizat tot de Fama<sup>5</sup>.

Presupunem că în ecuația  $E(\tilde{P}_{j,t+1} | \phi_t) = [1 + E(\tilde{r}_{j,t+1} | \phi_t)]P_{j,t}$  și  $E(\tilde{r}_{j,t+1} / \phi_t) \geq 0$ . În fapt, se presupune că secvența de prețuri  $\{P_{jt}\}$ , corespunzătoare activului  $j$  descrie un proces submartingal, în raport cu setul de informații  $\{\phi_t\}$ ; cu alte cuvinte, valoarea anticipată a prețului din perioada următoare este superioară nivelului curent al prețului. Un proces submartingal de prețuri presupune o implicație empirică importantă. Considerăm un portofoliu format dintr-un activ și cash, în raport de regulile de tranzacționare mecanice ce se concentrează asupra activelor individuale și care definesc condițiile în care un investitor va pastra un anumit activ, va realiza vânzări scurte sau va deține lichidități la orice moment  $t$ , atunci ipoteza  $E(\tilde{r}_{j,t+1} / \phi_t) \geq 0$ , conform căreia rentabilitățile anticipate sunt nonnegative, implică în mod direct faptul că regulile de tranzacționare bazate pe informația  $\{\phi_t\}$  nu pot genera beneficii anticipate mai mari în raport de adoptarea unei politici de cumpărare și deținere a activului în perioada analizată.

## Modelul Stochastic

Modelul stochastic se fundamentează pe următoarele două ipoteze:

- prețul curent al unui activ reflectă în totalitate informațiile disponibile, ceea ce implică caracterul independent al modificărilor succesive de preț, sau a rentabilităților succesive pe o perioadă;
- modificările de preț sunt distribuite identic.

În mod formal modelul stochastic poate fi descris astfel  $f(r_{j,t+1} / \phi_t) = f(r_{j,t+1})$ , cu alte cuvinte distribuția probabilităților marginale, respectiv condiționate ale unei variabile stohastice independente este identică. În plus, funcția de densitate  $f$  trebuie să fie aceeași pentru orice  $t$ . Modelul stochastic consideră că secvența rentabilităților trecute nu induce vreo consecință asupra evaluării distribuțiilor rentabilităților viitoare.

### 1.2. Implicațiile ipotezei Random Walk

Principala implicație a ipotezei random walk este modul de evaluare și de prognozare a randamentului activelor financiare (conform acestei ipoteze, distribuția randamentului ar trebui să fie normală) cât și a riscului (care variază proporțional cu rădăcina pătrată a timpului). Prima implicație este importantă datorită faptului că presupunând că randamentele urmează o anumită distribuție, pe baza ei se poate estima riscul activelor financiare. Pe baza celei de a doua implicații, investitorii pot estima riscul unui activ financiar pe orice interval de timp.

Dacă randamentele ar fi random walk, dimensiunea temporală a riscului ar fi irelevantă, aceasta însemnând că riscul unei acțiuni în orice interval de timp poate fi estimat din riscul acestei acțiuni în orice alt interval de timp. Dar, dacă cursul nu urmează o mișcare random walk, nu mai există nici o relație între cursurile unei acțiuni pe diferite intervale de timp iar

---

<sup>5</sup> Fama, Eugene F. (1970); „Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work”; The Journal of Finance

orizontul de timp devine relevant. Un asemenea exemplu sunt piețele emergente. Aceste piețe prezintă un risc sporit pe termen scurt, dar, la echilibru, aceste piețe oferă un randament mare. Pentru a ilustra acest fapt, Erb, Harvey și Viskanta (1996)<sup>6</sup> au arătat că în perioada septembrie 1979 și martie 1995, rata anuală a rentabilității pieței americane a fost de 15.4% (cu o deviație standard de 14.8%), în timp ce în Philippine și în Polonia, rata anuală a rentabilității a fost de 41.7% și, respectiv 93.3% (cu o deviație standard de 36.8% și respectiv 90.3%). Astfel, dacă un investitor ignoră riscul pe termen scurt și își menține portofoliul pe o perioadă suficientă de timp (astfel încât relația dintre risc și randament să fie în echilibru), el va obține randamente mari.

### 1.3. Testarea ipotezei Random Walk pe piața românească de capital

#### 1.3.1. Testul Unit Root

O condiție necesară pentru ca o serie de timp ( $y_t$ ) să fie random walk este  $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ , unde  $\varepsilon$  este o serie aleatoare staționară. Seria  $y$  are o valoare estimată constantă iar varianța crește odată cu timpul. Seria random walk este staționară în diferență din moment ce prima diferență este staționară:  $y_t - y_{t-1} = (1-L)y = \varepsilon_t$ .

O serie staționară în diferență se numește integrată și este notată cu  $I(d)$ , unde  $d$  este ordinul de integrare. Ordinul de integrare este numărul de rădăcini unitare conținut în serie sau numărul de operațiuni de diferențiere astfel încât seria să fie staționară.

Seria random walk de mai sus este (trebuie să fie)  $I(1)$ .

Unit Root testează dacă o serie de timp este sau nu staționară. Unit Root poate fi testată prin testele Dickey-Fuller și Phillips-Perron.

O altă metodă de testare este cu ajutorul coeficienților de autocorelație. În acest caz, pentru ca o serie să fie  $I(1)$  (sau random walk), coeficientul de autocorelație pentru o serie de timp trebuie să fie cât mai aproape de 1, iar coeficientul de autocorelație pentru prima diferență trebuie să fie mai mic decât 1.

#### Testul Dickey-Fuller

Pentru a ilustra acest test, considerăm un proces autoregresiv AR(1):  $y_t = \mu + \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t$  unde  $\mu$  și  $\varphi$  sunt parametri, iar  $\varepsilon_t$  este zgomot alb (white noise).  $y$  este o serie staționară dacă  $-1 < \varphi < 1$ . Dacă  $\varphi = 1$ ,  $y$  este o serie nestaționară. Dacă  $\varphi$  este mai mare decât 1, seria  $y$  este explozivă.

Ipoteza de staționaritate a seriei poate fi evaluată testând dacă valoarea absolută a lui  $\varphi$  este mai mică decât 1. Acest test ia rădăcina unitară ca ipoteză nulă:  $H_0 : \varphi = 1$ . Testul este apoi continuat estimând o ecuație din care s-a scăzut în ambele părți  $y_{t-1}$ :  $\Delta y_t = \mu + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$ ,

<sup>6</sup> Estrada, Javier (April 1997); „Random Walks and the Temporal Dimension of Risk”, Departamento de Economía de la Empresa, Universidad Carlos III de Madrid; Working Paper 97 – 24, Business Economic Series 03; Social Sciences Research Network <http://www.ssrn.org>



unde  $\gamma = \varphi - 1$ , iar ipoteza nulă este  $H_0 : \gamma = 1$ . Pentru testarea ipotezei nule, se folosește testul  $t$ .

### Testul Phillips-Perron

Regresia pentru acest test este un proces AR(1):  $\Delta y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + \varepsilon_t$  și se testează corelațiile seriale în  $\varepsilon$ . Pentru testarea ipotezei nule se folosește testul  $t$  modificat.

### Metoda coeficienților de autocorelație

Pentru ca o serie de timp să fie integrabilă de ordinul 1; coeficienții de autocorelație trebuie să fie apropiați de 1, iar coeficienții de autocorelație pentru prima diferență trebuie să fie (semnificativ din punct de vedere statistic) mai mici decât 1.

### Interpretarea rezultatelor<sup>7</sup>:

- *ADF Test Statistic*, respectiv *PP Test Statistic* reprezintă testul  $t$  pentru acceptarea sau respingerea ipotezei nule din testul Dickey-Fuller și respectiv testul Phillips-Perron. Pentru a respinge ipoteza nulă (seria este unit root), dacă valoarea testului  $t$  statistic este mai mică decât valoarea critică pentru nivelul de semnificație ales.
- *Std. Error* reprezintă eroarea standard estimată a coeficienților estimați. Eroarea standard măsoară cât de semnificativ din punct de vedere statistic este coeficientul respectiv. Cu cât eroarea standard este mai mare cu atât mai mult zgomot statistic este conținut în estimatori. Dacă erorile sunt normal distribuite, cu o probabilitate de 66.6% coeficientul real de regresie se află în intervalul dat de o eroare standard, iar cu o probabilitate de 95% se află în intervalul dat de două erori standard.
- *t-Statistic*, calculat ca raportul dintre coeficientul estimat și eroarea standard a acestui coeficient este folosit pentru testarea ipotezei nule: coeficientul estimat să fie zero.
- *Probability* – reprezintă probabilitatea de acceptare sau respingere a ipotezei nule de la testul  $t$  la nivelul de semnificație ales. La o probabilitate de 0.05, valoarea absolută a lui *t-Statistic* trebuie să fie cel puțin 2.
- *R-squared* (notat cu  $R^2$ ) măsoară succesul regresiei în prognozarea valorilor variabilelor dependente. Este raportul dintre varianța variabilei dependente explicate de variabilele independente și varianța totală. Acest indicator ia valori în intervalul  $[0,1]$  și este egal cu 1 dacă regresia se potrivește perfect.  $R^2$  se calculează:  

$$R^2 = 1 - \frac{\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon}}{(y - \bar{y})'(y - \bar{y})}, \hat{\varepsilon} = y - Xb, \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^T y_i}{T},$$
unde  $\hat{\varepsilon}$  este reziduul iar  $\bar{y}$  este media variabilei dependente.
- *Adjusted R-squared*. O problemă a folosirii indicatorului R-squared este că el nu scade niciodată pe măsură ce sunt adăugați mai mulți regresori. R-squared ajustat, notat cu

<sup>7</sup> Testele statistice au fost realizate cu ajutorul programului Econometric Views 3

$\overline{R^2}$ , penalizează introducerea de noi regresori care nu au putere de explicare a modelului.  $\overline{R^2}$  este calculat astfel:  $\overline{R^2} = 1 - (1 - R^2) \frac{T-1}{T-k}$ . Niciodată  $\overline{R^2}$  nu este mai mare decât  $R^2$ .  $\overline{R^2}$  poate să scadă pe măsură ce sunt adăugați noi regresori și poate fi chiar și negativ.

- *S. E. of regression* reprezintă eroarea standard a regresiei bazată pe varianța estimată a reziduurilor. Eroarea standard a regresiei este calculată:  $s = \sqrt{\frac{\hat{\epsilon}'\epsilon}{T-k}}$ ,  $\hat{\epsilon} = y - Xb$ .

- *Sum of Squared Residuals* – reprezintă suma pătratelor reziduurilor și se calculează:  $\hat{\epsilon}'\hat{\epsilon} = \sum_{i=1}^T (y_i - X_i b)^2$ .

- *Log Likelihood* – valoarea funcției likelihood (presupunând că erorile sunt normal distribuite) evaluată pe baza valorilor estimate ale coeficienților. Valoarea este calculată după cum urmează:  $\ell = -\frac{T}{2} (1 + \log(2\pi) + \log(\frac{\hat{\epsilon}'\epsilon}{T}))$ .

- *Durbin-Watson Statistic* măsoară corelația serială în reziduuri. Acest indicator se calculează:  $DW = \frac{\sum_{i=2}^T (\hat{\epsilon}_i - \hat{\epsilon}_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^T \hat{\epsilon}_i^2}$ .  $DW$  ia valori în intervalul  $[0, 4]$ ; 0 dacă coeficientul

de corelație este 1 și 4 dacă coeficientul de corelație este -1. Dacă coeficientul de corelație este 0, atunci  $DW$  este 2.

- Media și deviația standard a variabilei dependente se calculează folosind formulele

$$\text{standard: } \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^T y_i}{T}, \quad SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^T (y_i - \bar{y})^2}{T-1}}.$$

- *Akaike Information Criterion* este calculat:  $AIC = -\frac{2\ell}{T} + \frac{2k}{T}$ , unde  $\ell$  este *log likelihood*.  $AIC$  este folosit deseori pentru selecția modelelor, cu cât  $AIC$  este mai mic, cu atât modelul este mai bun.

- *Schwarz Criterion*. Acesta este o alternativă la  $AIC$  care sancționează mult mai drastic introducerea de noi coeficienți. Se calculează:  $AIC = -\frac{2\ell}{T} + \frac{k \log(T)}{T}$ .

- *F-statistic* și probabilitatea asociată. *F-statistic* testează ipoteza ca toți coeficienții dintr-o regresie (cu excepția constantei) să fie 0. Pentru modelele rezolvate prin

metoda celor mai mici pătrate, *F-statistic* se calculează:  $F = \frac{\frac{R^2}{k-1}}{\frac{1-R^2}{T-k}}$ . Sub ipoteza

nulă, cu erori normal distribuite acest indicator are distribuția *F* cu  $k-1$ , respectiv  $T-k$  grade de libertate:  $F(k-1; T-k)$ . Probabilitatea asociată reprezintă semnificația marginală a testului *F*. Dacă valoarea *p* este mai mică decât nivelul de semnificație (de exemplu 0.05) respingem ipoteza nulă: că toți coeficienții sunt egali cu zero.

## Testele pentru BET<sup>8</sup>

### 1. Metoda coeficienților de autocorelație<sup>9</sup>

Nivel:

Correlogram of LOGBET						
Date: 06/05/00 Time: 20:29						
Sample: 1 634						
Included observations: 634						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.995	0.995	630.10	0.000
		2	0.988	-0.117	1252.8	0.000
		3	0.981	-0.024	1867.6	0.000
		4	0.974	-0.026	2474.2	0.000
		5	0.966	-0.010	3072.5	0.000
		6	0.958	-0.021	3662.2	0.000
		7	0.951	-0.001	4243.5	0.000
		8	0.943	0.010	4816.4	0.000
		9	0.936	0.028	5381.5	0.000
		10	0.929	0.006	5939.1	0.000
		11	0.922	0.010	6489.4	0.000
		12	0.915	-0.041	7032.1	0.000

<sup>8</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui BET în perioada 22.09.1997 – 28.04.2000

<sup>9</sup> Coeficientul de autocorelație al unei serii  $y$  cu lag de  $k$  este:  $r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}$ , unde  $\bar{y}$  este media seriei.

Coeficientul de autocorelație de lag  $k$  este coeficientul de regresie a lui  $y_{t-k}$ , atunci când  $y_t$  este regresat după o constantă,  $y_{t-1}, \dots, y_{t-k}$ . Coeficientul de autocorelație se calculează recursiv:



$$\phi_k = \begin{cases} r_1, & \text{daca, } k = 1 \\ \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} r_j}, & \text{daca, } k > 1 \end{cases} \text{ unde } r_k \text{ este coeficientul de autocorelație estimat pentru un lag } k \text{ și}$$

$$\phi_{k,j} = \phi_{k,j-1} - \phi_k \phi_{k-1,j-1}.$$

Q-statistic de lag  $k$  este testul statistic de ipoteză nulă, că nu există autocorelație până la ordinul  $k$  și se

$$\text{calculează: } Q_{LB} = T(T+2) \sum_{j=1}^k \frac{r_j^2}{T-j}, \text{ unde } T \text{ este numărul de observații}$$

Prima diferență:

Correlogram of D(LOGBET)						
Date: 06/05/00 Time: 20:30						
Sample: 1 634						
Included observations: 633						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.331	0.331	69.545	0.000
		2	0.062	-0.053	72.030	0.000
		3	0.059	0.061	74.239	0.000
		4	0.019	-0.020	74.459	0.000
		5	0.018	0.020	74.658	0.000
		6	0.018	0.005	74.876	0.000
		7	0.040	0.037	75.907	0.000
		8	-0.020	-0.052	76.155	0.000
		9	-0.027	-0.004	76.618	0.000
		10	-0.036	-0.033	77.447	0.000
		11	-0.009	0.018	77.504	0.000
		12	0.059	0.064	79.787	0.000

După cum se vede, folosind această metodă, seria BET este integrabilă de ordinul 1.

## 2. Testul Unit Root

ADF – Nivel:

ADF Test Statistic	-1.554272	1% Critical Value*	-3.9772
		5% Critical Value	-3.4191
		10% Critical Value	-3.1318

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(LOGBET)

Method: Least Squares

Date: 06/05/00 Time: 20:33

Sample(adjusted): 6 634

Included observations: 629 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOGBET(-1)	-0.004597	0.002958	-1.554272	0.1206
D(LOGBET(-1))	0.354188	0.040026	8.848942	0.0000
D(LOGBET(-2))	-0.077318	0.042429	-1.822281	0.0689
D(LOGBET(-3))	0.070805	0.042432	1.668666	0.0957
D(LOGBET(-4))	-0.020733	0.039994	-0.518410	0.6044
C	0.027353	0.019316	1.416050	0.1573
@TREND(1)	2.26E-06	5.26E-06	0.430762	0.6668
R-squared	0.122965	Mean dependent var	-0.000993	
Adjusted R-squared	0.114505	S.D. dependent var	0.022728	
S.E. of regression	0.021388	Akaike info criterion	-4.840945	
Sum squared resid	0.284521	Schwarz criterion	-4.791487	
Log likelihood	1529.477	F-statistic	14.53465	
Durbin-Watson stat	1.998541	Prob(F-statistic)	0.000000	

ADF – prima diferență:

ADF Test Statistic	-10.07556	1% Critical Value*	-3.9772
		5% Critical Value	-3.4191
		10% Critical Value	-3.1318

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(LOGBET,2)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 7 634

Included observations: 628 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LOGBET(-1))	-0.668346	0.066333	-10.07556	0.0000
D(LOGBET(-1),2)	0.021817	0.061792	0.353069	0.7242
D(LOGBET(-2),2)	-0.058797	0.055900	-1.051819	0.2933
D(LOGBET(-3),2)	0.010590	0.047753	0.221773	0.8246
D(LOGBET(-4),2)	-0.017336	0.040054	-0.432810	0.6653
C	-0.002580	0.001751	-1.472882	0.1413
@TREND(1)	5.92E-06	4.75E-06	1.244252	0.2139
R-squared	0.340371	Mean dependent var	-3.39E-05	
Adjusted R-squared	0.333997	S.D. dependent var	0.026268	
S.E. of regression	0.021437	Akaike info criterion	-4.836315	
Sum squared resid	0.285377	Schwarz criterion	-4.786797	
Log likelihood	1525.603	F-statistic	53.40629	
Durbin-Watson stat	1.998072	Prob(F-statistic)	0.000000	

PP – Nivel:

PP Test Statistic	-1.517719	1% Critical Value*	-3.9771
		5% Critical Value	-3.4190
		10% Critical Value	-3.1317

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Lag truncation for Bartlett kernel: ( Newey-West suggests: 6 )

6

Residual variance with no correction	0.000511
Residual variance with correction	0.000888

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(LOGBET)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 2 634

Included observations: 633 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOGBET(-1)	-0.003969	0.003108	-1.277121	0.2020
C	0.021970	0.020303	1.082111	0.2796
@TREND(1)	5.77E-06	5.50E-06	1.050039	0.2941
R-squared	0.007686	Mean dependent var	-0.001040	
Adjusted R-squared	0.004536	S.D. dependent var	0.022718	
S.E. of regression	0.022666	Akaike info criterion	-4.731169	
Sum squared resid	0.323662	Schwarz criterion	-4.710077	
Log likelihood	1500.415	F-statistic	2.439931	
Durbin-Watson stat	1.338221	Prob(F-statistic)	0.087990	

PP – prima diferență:

PP Test Statistic	-17.84032	1% Critical Value*	-3.9771
		5% Critical Value	-3.4190
		10% Critical Value	-3.1317

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Lag truncation for Bartlett kernel:	( Newey-West suggests: 6 )
6	
Residual variance with no correction	0.000456
Residual variance with correction	0.000448

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(LOGBET,2)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 3 634

Included observations: 632 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LOGBET(-1))	-0.672382	0.037582	-17.89096	0.0000
C	-0.002334	0.001715	-1.360988	0.1740
@TREND(1)	5.34E-06	4.68E-06	1.141993	0.2539
R-squared	0.337275	Mean dependent var		5.31E-05
Adjusted R-squared	0.335168	S.D. dependent var		0.026252
S.E. of regression	0.021405	Akaike info criterion		-4.845650
Sum squared resid	0.288191	Schwarz criterion		-4.824532
Log likelihood	1534.225	F-statistic		160.0557
Durbin-Watson stat	1.955933	Prob(F-statistic)		0.000000


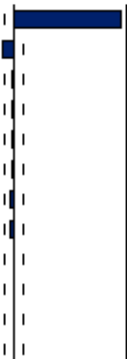
Testând prin ambele metode: pentru nivel este acceptată ipoteza nulă (de Unit Root) iar pentru diferență nu este acceptată, deci seria BET este integrabilă de ordinul 1 (cu 1% nivel de semnificație).

## Testele pentru BETC<sup>10</sup>

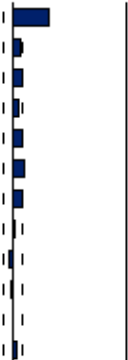
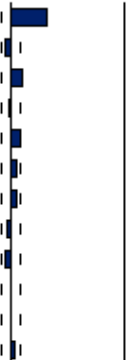
Rezultatele obținute au fost similare cu cele pentru BET:

### 1. Coeficienți de autocorelație

Nivel:

Correlogram of LOGBETC						
Date: 06/05/00 Time: 20:52						
Sample: 1 496						
Included observations: 496						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.988	0.988	487.41	0.000
		2	0.974	-0.101	962.17	0.000
		3	0.960	-0.022	1423.9	0.000
		4	0.945	-0.020	1872.3	0.000
		5	0.930	-0.021	2307.3	0.000
		6	0.914	-0.022	2728.7	0.000
		7	0.898	-0.035	3136.0	0.000
		8	0.881	-0.029	3528.9	0.000
		9	0.864	0.007	3907.8	0.000
		10	0.848	0.000	4273.2	0.000
		11	0.832	-0.001	4625.4	0.000
		12	0.815	-0.007	4964.7	0.000

Prima diferență:

Correlogram of D(LOGBETC)						
Date: 06/05/00 Time: 20:53						
Sample: 1 496						
Included observations: 495						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.329	0.329	53.757	0.000
		2	0.065	-0.048	55.876	0.000
		3	0.098	0.102	60.630	0.000
		4	0.052	-0.011	61.989	0.000
		5	0.087	0.083	65.751	0.000
		6	0.105	0.050	71.317	0.000
		7	0.091	0.046	75.529	0.000
		8	0.018	-0.040	75.698	0.000
		9	-0.035	-0.044	76.312	0.000
		10	-0.015	-0.006	76.430	0.000
		11	0.006	0.003	76.446	0.000
		12	0.037	0.033	77.157	0.000

<sup>10</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui BETC în perioada 17.04.1998 – 28.04.2000



## 2. Testul Unit Root

ADF – Nivel:

ADF Test Statistic	-2.565282	1% Critical Value*	-3.9810
		5% Critical Value	-3.4209
		10% Critical Value	-3.1329

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(LOGBETC)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 6 496

Included observations: 491 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOGBETC(-1)	-0.009616	0.003749	-2.565282	0.0106
D(LOGBETC(-1))	0.341672	0.045161	7.565639	0.0000
D(LOGBETC(-2))	-0.086600	0.047562	-1.820772	0.0693
D(LOGBETC(-3))	0.101429	0.047586	2.131485	0.0336
D(LOGBETC(-4))	-0.013976	0.045148	-0.309569	0.7570
C	0.059319	0.024380	2.433058	0.0153
@TREND(1)	1.27E-06	5.66E-06	0.225014	0.8221
R-squared	0.136118	Mean dependent var	-0.001616	
Adjusted R-squared	0.125409	S.D. dependent var	0.016490	
S.E. of regression	0.015421	Akaike info criterion	-5.492013	
Sum squared resid	0.115099	Schwarz criterion	-5.432186	
Log likelihood	1355.289	F-statistic	12.71027	
Durbin-Watson stat	1.997414	Prob(F-statistic)	0.000000	

ADF – prima diferență:

ADF Test Statistic	-8.127661	1% Critical Value*	-3.9810
		5% Critical Value	-3.4209
		10% Critical Value	-3.1329

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(LOGBETC,2)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 7 496

Included observations: 490 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LOGBETC(-1))	-0.605114	0.074451	-8.127661	0.0000
D(LOGBETC(-1),2)	-0.048083	0.069967	-0.687219	0.4923
D(LOGBETC(-2),2)	-0.143968	0.063684	-2.260676	0.0242
D(LOGBETC(-3),2)	-0.035349	0.054191	-0.652302	0.5145
D(LOGBETC(-4),2)	-0.078532	0.045353	-1.731573	0.0840
C	-0.002838	0.001465	-1.936486	0.0534
@TREND(1)	7.46E-06	5.03E-06	1.482928	0.1387
R-squared	0.351464	Mean dependent var	1.22E-05	
Adjusted R-squared	0.343407	S.D. dependent var	0.019119	
S.E. of regression	0.015492	Akaike info criterion	-5.482810	
Sum squared resid	0.115920	Schwarz criterion	-5.422889	
Log likelihood	1350.288	F-statistic	43.62569	
Durbin-Watson stat	2.005809	Prob(F-statistic)	0.000000	

PP – nivel:

PP Test Statistic	-2.334581	1% Critical Value*	-3.9809
		5% Critical Value	-3.4208
		10% Critical Value	-3.1328

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Lag truncation for Bartlett kernel:	( Newey-West suggests: 5 )
5	
Residual variance with no correction	0.000264
Residual variance with correction	0.000458

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(LOGBETC)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 2 496

Included observations: 495 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOGBETC(-1)	-0.009173	0.003863	-2.374394	0.0180
C	0.055215	0.025184	2.192502	0.0288
@TREND(1)	4.67E-06	5.92E-06	0.789789	0.4300
R-squared	0.021554	Mean dependent var	-0.001581	
Adjusted R-squared	0.017577	S.D. dependent var	0.016438	
S.E. of regression	0.016292	Akaike info criterion	-5.390187	
Sum squared resid	0.130598	Schwarz criterion	-5.364705	
Log likelihood	1337.071	F-statistic	5.419137	
Durbin-Watson stat	1.358566	Prob(F-statistic)	0.004699	

PP – prima diferență:

PP Test Statistic	-15.91705	1% Critical Value*	-3.9809
		5% Critical Value	-3.4208
		10% Critical Value	-3.1328

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Lag truncation for Bartlett kernel:	( Newey-West suggests: 5 )
5	
Residual variance with no correction	0.000239
Residual variance with correction	0.000241

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(LOGBETC,2)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 3 496

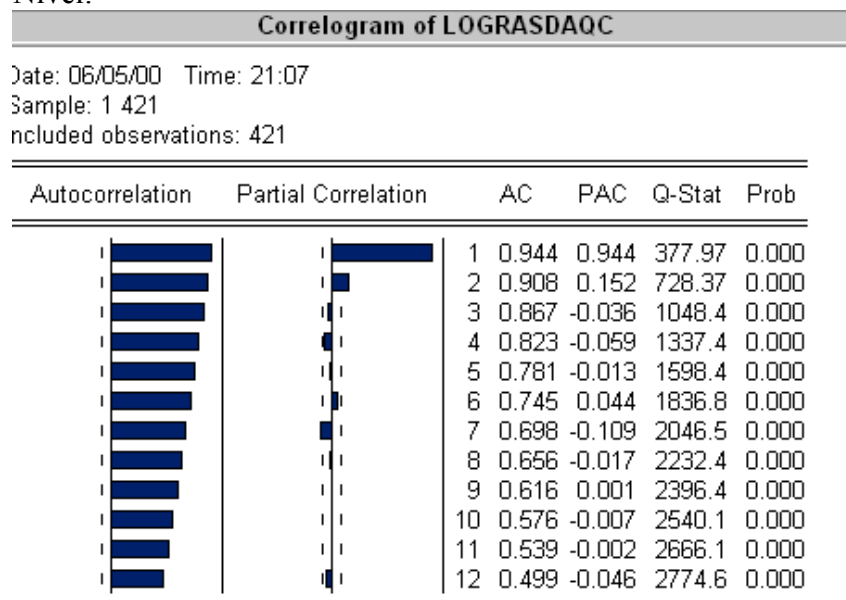
Included observations: 494 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LOGBETC(-1))	-0.678801	0.042689	-15.90098	0.0000
C	-0.003168	0.001416	-2.238309	0.0256
@TREND(1)	8.32E-06	4.92E-06	1.691668	0.0913
R-squared	0.339918	Mean dependent var	-2.55E-05	
Adjusted R-squared	0.337229	S.D. dependent var	0.019058	
S.E. of regression	0.015515	Akaike info criterion	-5.487945	
Sum squared resid	0.118193	Schwarz criterion	-5.462424	
Log likelihood	1358.522	F-statistic	126.4233	
Durbin-Watson stat	1.965836	Prob(F-statistic)	0.000000	

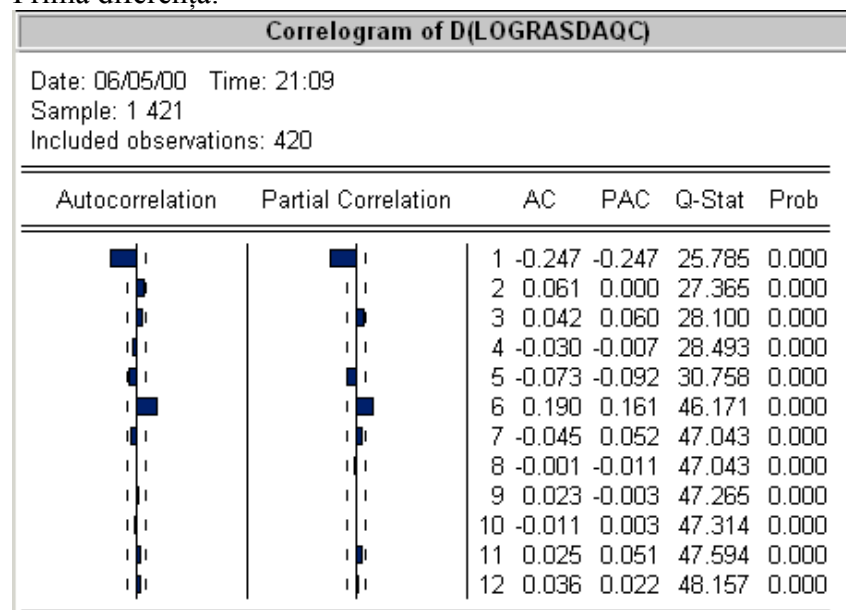
## Testele pentru RASDAQ<sup>11</sup>

### 1. Coeficienți de autocorelație

Nivel:



Prima diferență:



Seria RASDAQ este integrabilă de ordinul 1.

<sup>11</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui RASDAQ în perioada 03.08.1998 – 28.04.2000

## 2. Testul Unit Root

ADF – Nivel:

ADF Test Statistic	-3.504723	1% Critical Value*	-3.9842
		5% Critical Value	-3.4224
		10% Critical Value	-3.1338

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(LOGRASDAQC)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 6 421

Included observations: 416 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOGRASDAQC(-1)	-0.050000	0.014267	-3.504723	0.0005
D(LOGRASDAQC(-1))	-0.227081	0.049070	-4.627689	0.0000
D(LOGRASDAQC(-2))	0.027667	0.050273	0.550332	0.5824
D(LOGRASDAQC(-3))	0.071748	0.050292	1.426642	0.1544
D(LOGRASDAQC(-4))	0.005371	0.048887	0.109859	0.9126
C	0.330091	0.094820	3.481243	0.0006
@TREND(1)	2.17E-06	7.99E-06	0.271225	0.7864
R-squared	0.092747	Mean dependent var	-0.000823	
Adjusted R-squared	0.079438	S.D. dependent var	0.020202	
S.E. of regression	0.019383	Akaike info criterion	-5.032113	
Sum squared resid	0.153668	Schwarz criterion	-4.964289	
Log likelihood	1053.679	F-statistic	6.968601	
Durbin-Watson stat	1.999444	Prob(F-statistic)	0.000000	

ADF – prima diferență

ADF Test Statistic	-	1% Critical Value*	-3.9842
	10.05960	5% Critical Value	-3.4224
		10% Critical Value	-3.1338

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(LOGRASDAQC,2)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 7 421

Included observations: 415 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LOGRASDAQC(-1))	-1.295554	0.128788	-10.05960	0.0000
D(LOGRASDAQC(-1),2)	0.047048	0.115149	0.408580	0.6831
D(LOGRASDAQC(-2),2)	0.065977	0.099521	0.662947	0.5077
D(LOGRASDAQC(-3),2)	0.124486	0.078829	1.579180	0.1151
D(LOGRASDAQC(-4),2)	0.093458	0.049310	1.895293	0.0588
C	-0.002301	0.001978	-1.163287	0.2454
@TREND(1)	5.83E-06	8.06E-06	0.723761	0.4696
R-squared	0.628640	Mean dependent var	2.25E-05	
		var		
Adjusted R-squared	0.623179	S.D. dependent var	0.031942	
S.E. of regression	0.019608	Akaike info criterion	-5.009035	
Sum squared resid	0.156865	Schwarz criterion	-4.941088	
Log likelihood	1046.375	F-statistic	115.1106	
Durbin-Watson stat	1.967785	Prob(F-statistic)	0.000000	

PP – nivel:

PP Test Statistic	-3.471861	1% Critical Value*	-3.9840
		5% Critical Value	-3.4223
		10% Critical Value	-3.1337

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Lag truncation for Bartlett kernel: 5	( Newey-West suggests: 5 )
Residual variance with no correction	0.000390
Residual variance with correction	0.000292

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(LOGRASDAQC)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 2 421

Included observations: 420 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOGRASDAQC(-1)	-0.050843	0.013661	-3.721621	0.0002
C	0.336319	0.090889	3.700335	0.0002
@TREND(1)	9.87E-08	8.08E-06	0.012215	0.9903
R-squared	0.032967	Mean dependent var	-0.000843	
Adjusted R-squared	0.028329	S.D. dependent var	0.020109	
S.E. of regression	0.019822	Akaike info criterion	-4.996939	
Sum squared resid	0.163843	Schwarz criterion	-4.968080	
Log likelihood	1052.357	F-statistic	7.107950	
Durbin-Watson stat	2.450151	Prob(F-statistic)	0.000922	

PP – prima diferență:

PP Test Statistic	-26.18748	1% Critical Value*	-3.9840
		5% Critical Value	-3.4223
		10% Critical Value	-3.1337

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Lag truncation for Bartlett kernel: 5	( Newey-West suggests: 5 )
Residual variance with no correction	0.000379
Residual variance with correction	0.000390

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(LOGRASDAQC,2)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 3 421

Included observations: 419 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LOGRASDAQC(-1))	-1.247915	0.047497	-26.27354	0.0000
C	-0.002279	0.001922	-1.186140	0.2362
@TREND(1)	5.86E-06	7.90E-06	0.742746	0.4581
R-squared	0.623971	Mean dependent var	1.98E-05	
Adjusted R-squared	0.622164	S.D. dependent var	0.031792	
S.E. of regression	0.019542	Akaike info criterion	-5.025372	
Sum squared resid	0.158865	Schwarz criterion	-4.996461	
Log likelihood	1055.815	F-statistic	345.1494	
Durbin-Watson stat	2.000436	Prob(F-statistic)	0.000000	

La un nivel de semnificație de 5%, seria de timp RASDAQC este integrabilă de ordinul 1.

### 1.3.2. Autocorelația și distribuția randamentelor zilnice pe piața românească de capital

Faptul că nu poate fi respinsă ipoteza de unit root, nu înseamnă că cursurile urmează un proces random walk. Condiția de unit root este necesară, dar nu și suficientă pentru random wak (unit root-ul nu necesită ca randamentele acțiunilor să fie normal distribuite și să nu existe corelație între ele).

În continuare este testată corelația dintre randamente și dacă seria randamentelor descrie o lege normală.

#### Coeficienții de autocorelație ai randamentului

##### BET<sup>12</sup>

Correlogram of BETRETURN						
Date: 05/28/00 Time: 16:52						
Sample: 1 634						
Included observations: 634						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.333	0.333	70.644	0.000
		2	0.063	-0.053	73.214	0.000
		3	0.060	0.063	75.508	0.000
		4	0.015	-0.025	75.659	0.000
		5	0.018	0.023	75.657	0.000
		6	0.018	0.004	76.072	0.000
		7	0.042	0.039	77.183	0.000
		8	-0.022	-0.057	77.491	0.000
		9	-0.029	-0.003	78.016	0.000
		10	-0.036	-0.033	78.849	0.000

##### BETC<sup>13</sup>

Correlogram of BETCRETURN						
Date: 05/28/00 Time: 16:51						
Sample: 1 496						
Included observations: 496						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.327	0.327	53.280	0.000
		2	0.064	-0.048	55.330	0.000
		3	0.095	0.100	59.848	0.000
		4	0.048	-0.014	61.000	0.000
		5	0.084	0.083	64.562	0.000
		6	0.105	0.051	70.115	0.000
		7	0.092	0.047	74.433	0.000
		8	0.014	-0.045	74.529	0.000
		9	-0.036	-0.041	75.190	0.000
		10	-0.018	-0.009	75.349	0.000

<sup>12</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui BET în perioada 22.09.1997 – 28.04.2000

<sup>13</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui BETC în perioada 17.04.1998 – 28.04.2000

RASDAQ<sup>14</sup>

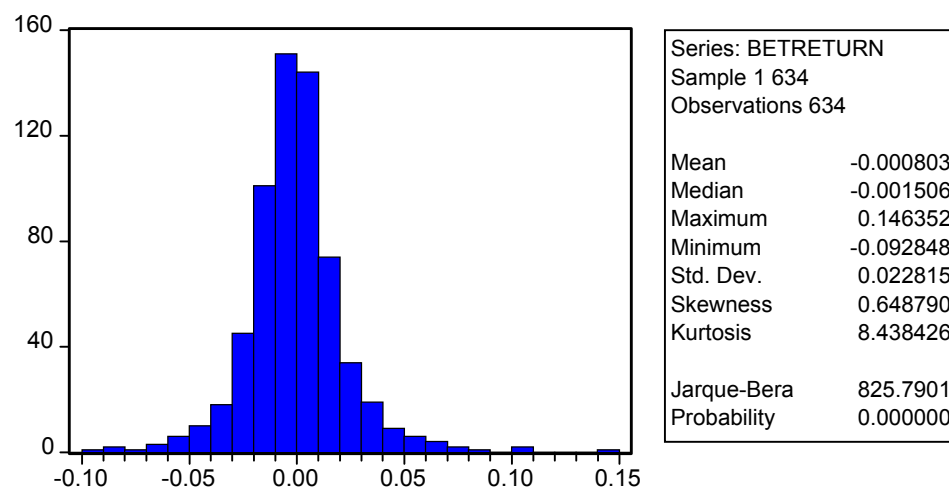
Correlogram of RASDAQRETURN						
Date: 05/28/00 Time: 16:57						
Sample: 1 421						
Included observations: 421						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.252	-0.252	26.997	0.000
		2	0.057	-0.007	28.368	0.000
		3	0.044	0.061	29.196	0.000
		4	-0.030	-0.005	29.588	0.000
		5	-0.074	-0.093	31.933	0.000
		6	0.199	0.169	48.922	0.000
		7	-0.044	0.059	49.758	0.000
		8	0.002	-0.004	49.761	0.000
		9	0.026	0.001	50.043	0.000
		10	-0.012	0.003	50.105	0.000

După cum se observă și din grafic, coeficienții de autocorelație de lag 1 sunt semnificativi (pozitivi pentru BET și BETC și negativ pentru RASDAQ).

<sup>14</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui RASDAQ în perioada 03.08.1998 – 28.04.2000

## Distribuția<sup>15</sup>

### BET<sup>16</sup>



<sup>15</sup> Skewness măsoară asimetria distribuției seriei în jurul mediei sale. Se calculează ca:  $S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right)^3$ ,

unde  $\hat{\sigma}$  este estimator al varianței.  $S$  pentru o distribuție simetrică (de exemplu, distribuția normală) este 0. Un  $S$  pozitiv arată că distribuția are partea dreaptă alungită, iar un  $S$  negativ implică faptul că distribuția are partea stângă alungită.

Kurtotica măsoară cât de ascuțită sau plată este distribuția seriei față de distribuția normală. Se calculează ca

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right)^4, \text{ unde } \hat{\sigma} \text{ este estimator al varianței. Kurtotica unei distribuții normale este 3. Dacă}$$

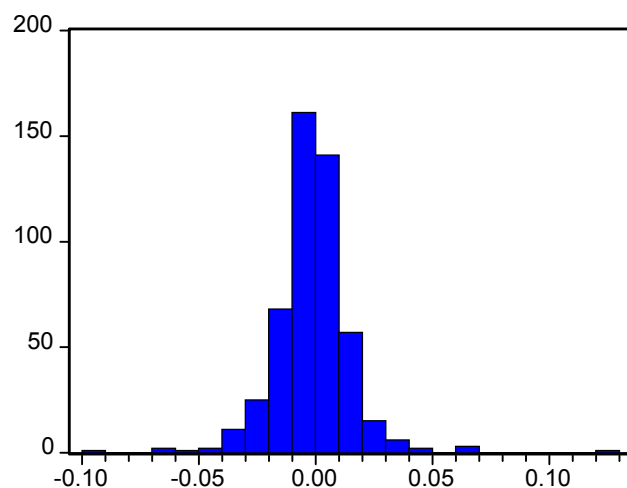
kurtotica are o valoare mai mare de 3, distribuția analizată este mai ascuțită decât distribuția normală (leptokurtotică). Dacă este mai mică decât 3, distribuția este mai plată decât distribuția normală (platykurtotică). Jarque-Bera este un test statistic efectuat pentru a determina dacă o serie este distribuită normal. Testul statistic măsoară diferența dintre  $S$  și  $K$  unei serii cu cele ale distribuției normale. Se calculează:

$$JB = \frac{N - k}{6} \left( S^2 + \frac{1}{4} (K - 3)^2 \right), \text{ unde } k \text{ reprezintă numărul de coeficienți folosiți pentru a crea seria.}$$

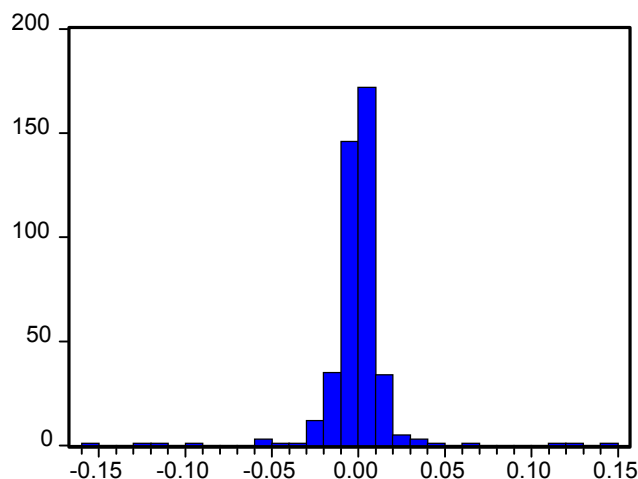
Sub ipoteza nulă de existență a distribuției normale, testul Jarque-Bera este distribuit chi 2 cu 2 grade de libertate. Probabilitatea calculată reprezintă probabilitatea ca testul Jarque-Bera să depășească în valoare absolută valoarea din ipoteza nulă (o probabilitate mică duce la respingerea ipotezei nule de existență a unei distribuții normale).

<sup>16</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui BET în perioada 22.09.1997 – 28.04.2000



**BETC<sup>17</sup>**

Series: BETCRETURN	
Sample 1 496	
Observations 496	
Mean	-0.001401
Median	-0.001308
Maximum	0.126898
Minimum	-0.092961
Std. Dev.	0.016492
Skewness	0.674539
Kurtosis	14.11037
Jarque-Bera	2588.714
Probability	0.000000

**RASDAQ<sup>18</sup>**

Series: RASDAQCRETURN	
Sample 1 421	
Observations 421	
Mean	-0.000682
Median	0.000221
Maximum	0.146814
Minimum	-0.155484
Std. Dev.	0.019917
Skewness	-0.293185
Kurtosis	30.85077
Jarque-Bera	13612.50
Probability	0.000000

Indicatorul skewness este semnificativ diferit față de zero pentru toate cele trei serii (distribuția are partea dreaptă alungită pentru BET și BETC și respectiv partea stângă alungită pentru RASDAQ), deci variabilele nu sunt identic distribuite. Având kurtotica mai mare decât 3 (kurtotica unei distribuții normale), distribuțiile randamentelor zilnice ale celor trei indici bursieri sunt leptokurtotice. Conform testului Jarque-Bera, se respinge ipoteza nulă ca distribuția randamentelor zilnice celor trei indici să fie normală.

Existând corelație între randamente și acestea neavând o distribuție normală, respingem ipoteza că aceste serii de timp sunt random walk.

<sup>17</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui BETC în perioada 17.04.1998 – 28.04.2000

<sup>18</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui RASDAQ în perioada 03.08.1998 – 28.04.2000

### 1.3.3. Testarea dependenței liniare în randamentele zilnice

O altă metodă de testare a dependenței randamentelor zilnice este:

Se face regresia  $\ln(I_t) = \mu + \rho \ln(I_{t-1}) + \varepsilon_t$ , unde  $I_t$  este valoarea indicelui în ziua  $t$  iar  $\varepsilon_t$  este termenul reziduu. Apoi, pentru testarea dependenței liniare, se face regresia  $\varepsilon_t = \phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{t-1}$ . Dacă  $\phi_1$  este semnificativ, atunci există dependență liniară.

#### BET<sup>19</sup>

Regresia  $\ln(I_t) = \mu + \rho \ln(I_{t-1}) + \varepsilon_t$

Dependent Variable: LOGBET

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 2 634

Included observations: 633 after adjusting endpoints

LOGBET=C(1)+C(2)\*LOGBET(-1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.032850	0.017462	1.881231	0.0604
C(2)	0.994585	0.002786	356.9476	0.0000
R-squared	0.995072	Mean dependent var		6.257467
Adjusted R-squared	0.995064	S.D. dependent var		0.322649
S.E. of regression	0.022668	Akaike info criterion		-4.732580
Sum squared resid	0.324229	Schwarz criterion		-4.718519
Log likelihood	1499.862	F-statistic		127411.6
Durbin-Watson stat	1.333950	Prob(F-statistic)		0.000000

Reresia  $\varepsilon_t = \phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{t-1}$

Dependent Variable: EPSILON

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 3 634

Included observations: 632 after adjusting endpoints

EPSILON=C(1)+C(2)\*EPSILON(-1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	5.59E-05	0.000849	0.065768	0.9476
C(2)	0.330773	0.037508	8.818628	0.0000
R-squared	0.109878	Mean dependent var		6.00E-05
Adjusted R-squared	0.108465	S.D. dependent var		0.022617
S.E. of regression	0.021356	Akaike info criterion		-4.851838
Sum squared resid	0.287321	Schwarz criterion		-4.837759
Log likelihood	1535.181	F-statistic		77.76819
Durbin-Watson stat	1.957194	Prob(F-statistic)		0.000000

Conform regresiei, coeficientul  $\phi_1$  este semnificativ din punct de vedere statistic, deci există dependență liniară între randamente. Deci seria BET nu este random walk.

<sup>19</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui BET în perioada 22.09.1997 – 28.04.2000

**BETC<sup>20</sup>**

Regresia  $\ln(I_t) = \mu + \rho \ln(I_{t-1}) + \varepsilon_t$

Dependent Variable: LOGBETC

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 2 496

Included observations: 495 after adjusting endpoints

LOGBETC=C(1)+C(2)\*LOGBETC(-1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.066002	0.021150	3.120576	0.0019
C(2)	0.989303	0.003346	295.6923	0.0000
R-squared	0.994393	Mean dependent var		6.316295
Adjusted R-squared	0.994382	S.D. dependent var		0.217279
S.E. of regression	0.016286	Akaike info criterion		-5.392960
Sum squared resid	0.130764	Schwarz criterion		-5.375972
Log likelihood	1336.758	F-statistic		87433.94
Durbin-Watson stat	1.354787	Prob(F-statistic)		0.000000

Regresia  $\varepsilon_t = \phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{t-1}$

Dependent Variable: EPSILON

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 3 496

Included observations: 494 after adjusting endpoints

EPSILON=C(1)+C(2)\*EPSILON(-1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-4.16E-05	0.000693	-0.059933	0.9522
C(2)	0.321027	0.042622	7.531970	0.0000
R-squared	0.103385	Mean dependent var		-4.11E-05
Adjusted R-squared	0.101563	S.D. dependent var		0.016260
S.E. of regression	0.015413	Akaike info criterion		-5.503221
Sum squared resid	0.116874	Schwarz criterion		-5.486207
Log likelihood	1361.296	F-statistic		56.73057
Durbin-Watson stat	1.966558	Prob(F-statistic)		0.000000

Similar,  $\phi_1$  este semnificativ, deci, există dependență liniară între randamente și seria BETC nu este random walk.

<sup>20</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui BETC în perioada 17.04.1998 – 28.04.2000

**RASDAQ<sup>21</sup>**

Regresia  $\ln(I_t) = \mu + \rho \ln(I_{t-1}) + \varepsilon_t$

Dependent Variable: LOGRASDAQ

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 2 421

Included observations: 420 after adjusting endpoints

LOGRASDAQ=C(1)+C(2)\*LOGRASDAQ(-1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.336514	0.089374	3.765247	0.0002
C(2)	0.949131	0.013476	70.43347	0.0000
R-squared	0.922289	Mean dependent var		6.631046
Adjusted R-squared	0.922103	S.D. dependent var		0.070936
S.E. of regression	0.019798	Akaike info criterion		-5.001701
Sum squared resid	0.163843	Schwarz criterion		-4.982461
Log likelihood	1052.357	F-statistic		4960.874
Durbin-Watson stat	2.450085	Prob(F-statistic)		0.000000

Regresia  $\varepsilon_t = \phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{t-1}$

Dependent Variable: EPSILON

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 3 421

Included observations: 419 after adjusting endpoints

EPSILON=C(1)+C(2)\*EPSILON(-1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-1.72E-05	0.000943	-0.018277	0.9854
C(2)	-0.225243	0.047703	-4.721750	0.0000
R-squared	0.050752	Mean dependent var		-1.84E-05
Adjusted R-squared	0.048475	S.D. dependent var		0.019795
S.E. of regression	0.019309	Akaike info criterion		-5.051742
Sum squared resid	0.155471	Schwarz criterion		-5.032468
Log likelihood	1060.340	F-statistic		22.29492
Durbin-Watson stat	1.988031	Prob(F-statistic)		0.000003

$\phi_1$  este semnificativ, deci, există dependență liniară între randamente și seria RASDAQ nu este random walk.

### 1.3.4. Testarea dependenței neliniare în randamentele zilnice

Dependența neliniară este testată prin intermediul modelelor ARCH.

Modelul ARCH general (GARCH(p,q)):

$$r_t = \beta_0 + \beta L(r_t) + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \approx N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \gamma(L)h_t$$

unde  $r_t$  este un proces ARMA (p',q')<sup>22</sup> (sau AR(p') sau MA(q'));  $h_t$  este un proces ARCH(p) și GARCH(q).

<sup>21</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui RASDAQ în perioada 03.08.1998 – 28.04.2000

**BET**<sup>23</sup>

Cel mai bine se potrivește:  $r_t$  este MA(1),  $h_t$  este ARCH(1) și GARCH(1). Rezultă GARCH(1,1).

Dependent Variable: BETRETURN  
 Method: ML - ARCH  
 Sample(adjusted): 2 634  
 Included observations: 633 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 24 iterations  
 Backcast: 1

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
MA(1)	0.339386	0.045178	7.512279	0.0000
Variance Equation				
C	0.000133	2.00E-05	6.640666	0.0000
ARCH(1)	0.347547	0.051757	6.714986	0.0000
GARCH(1)	0.385771	0.071764	5.375574	0.0000
R-squared	0.112288	Mean dependent var	-0.001040	
Adjusted R-squared	0.108054	S.D. dependent var	0.022718	
S.E. of regression	0.021455	Akaike info criterion	-5.011506	
Sum squared resid	0.289544	Schwarz criterion	-4.983383	
Log likelihood	1590.142	F-statistic	26.52101	
Durbin-Watson stat	1.957779	Prob(F-statistic)	0.000000	
Inverted MA Roots	-0.34			

Această regresie este semnificativă din punct de vedere statistic, deci există dependență neliniară în randamentele zilnice.

<sup>22</sup> Forma generală a unui proces  $AR$  în care  $p$  variabile contribuie la nivelul curent al variabilei  $y$  este următoarea:  $y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_p y_{t-p} + \varepsilon_t$ , unde  $a_i$  reprezintă coeficienții ce urmează a fi estimați, iar  $\varepsilon$  este termenul rezidual aleatoriu care satisface condițiile clasice ale unei ecuații de regresie.

Rezultă:  $\varepsilon_t = y_t(1 - a_1 L^1 + a_2 L^2 + \dots + a_p L^p)$ .  $L^i$  poartă numele de operator de decalaj (lag) și exprimă raportul dintre nivelul variabilei din perioada respectivă  $i$  și cel curent.

Forma generală a unui proces  $MA$  de ordinul  $q$  se mai poate scrie:  $y_t = \varepsilon_t - \sum_{i=1}^q b_i \varepsilon_{t-i}$  sau, cu ajutorul

operatorilor de decalaj temporal:  $y_t = \varepsilon_t(1 - b_1 L^1 + b_2 L^2 + \dots + b_q L^q)$

Procesul  $ARMA$ :  $y_t(1 - b_1 L^1 + b_2 L^2 + \dots + b_q L^q) = \varepsilon_t(1 - a_1 L^1 + a_2 L^2 + \dots + a_p L^p)$ .

<sup>23</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui BET în perioada 22.09.1997 – 28.04.2000

**BETC<sup>24</sup>**

Dependent Variable: BETCRETURN  
 Method: ML - ARCH  
 Sample(adjusted): 4 496  
 Included observations: 493 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 30 iterations  
 Backcast: 3

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(2)	0.232879	0.052134	4.466965	0.0000
MA(1)	0.535703	0.046905	11.42094	0.0000
Variance Equation				
C	7.99E-05	2.07E-05	3.858708	0.0001
ARCH(1)	0.617498	0.055781	11.06999	0.0000
ARCH(2)	0.270288	0.124595	2.169332	0.0301
GARCH(1)	-0.332439	0.154726	-2.148568	0.0317
GARCH(2)	0.220903	0.064907	3.403356	0.0007
R-squared	0.076346	Mean dependent var	-0.001617	
Adjusted R-squared	0.064943	S.D. dependent var	0.016458	
S.E. of regression	0.015915	Akaike info criterion	-5.824164	
Sum squared resid	0.123097	Schwarz criterion	-5.764521	
Log likelihood	1442.656	F-statistic	6.695178	
Durbin-Watson stat	2.321493	Prob(F-statistic)	0.000001	
Inverted AR Roots	.48	-48		
Inverted MA Roots	-.54			

Există dependență neliniară. Cel mai bine se potrivește:  $r_t$  este ARMA(2,1),  $h_t$  este ARCH(2) și GARCH(2). Rezultă GARCH(2,2).

<sup>24</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui BETC în perioada 17.04.1998 – 28.04.2000

**RASDAQ<sup>25</sup>**

Dependent Variable: RASDAQRETURN  
 Method: ML - ARCH  
 Sample(adjusted): 3 421  
 Included observations: 419 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 39 iterations  
 Backcast: 2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.736256	0.324897	-2.266120	0.0234
MA(1)	0.627347	0.344147	1.822905	0.0683
Variance Equation				
C	8.42E-05	1.02E-05	8.295741	0.0000
ARCH(1)	0.374551	0.040243	9.307325	0.0000
GARCH(1)	0.513172	0.045388	11.30643	0.0000
R-squared	0.034994	Mean dependent var	-0.000831	
Adjusted R-squared	0.025671	S.D. dependent var	0.020131	
S.E. of regression	0.019871	Akaike info criterion	-5.343085	
Sum squared resid	0.163476	Schwarz criterion	-5.294901	
Log likelihood	1124.376	F-statistic	3.753251	
Durbin-Watson stat	2.265926	Prob(F-statistic)	0.005174	
Inverted AR Roots	-.74			
Inverted MA Roots	-.63			

Există dependență neliniară. Cel mai bine se potrivește:  $r_t$  este ARMA(1,1),  $h_t$  este ARCH(1) și GARCH(1). Rezultă GARCH(1,1).

#### **1.4. Consecințele inexistenței unei evoluții random walk a cursului bursier**

##### **1.4.1. Volatilitatea**

Având în vedere faptul că cursurile bursiere nu urmează o mișcare random walk, estimarea volatilității prin regula  $T^{\frac{1}{2}}$  poate conduce la erori.

În tabelul de mai jos este prezentată volatilitatea lunară și zilnică reală și cea calculată pe baza regulii  $T^{\frac{1}{2}}$  (volatilitatea implicită), pentru cele mai lichide titluri (în anul 1999) cotate la cota Bursei de Valori București<sup>26</sup>. Evoluția în anul 1999 a societăților cotate la BVB este prezentată în Anexa 1.

<sup>25</sup> Indicatorii s-au calculat pe baza valorilor indicelui RASDAQ în perioada 03.08.1998 – 28.04.2000

<sup>26</sup> Indicatorii au fost calculați pe baza cursurilor zilnice ale titlurilor respective în perioada 04.01.1999 – 30.11.1999

Simbol	Volatilitatea zilnică	Zile/lună	Rădăcină pătrată	Volatilitatea implicită	Volatilitatea lunară	Diferența relativă
ALR	0.03175	21.5	4.6368092	0.147214	0.16122	9.51%
ARC	0.04834	21.5	4.6368092	0.224155	0.23512	4.89%
ATB	0.02209	21.5	4.6368092	0.10243	0.05093	-50.28%
AZO	0.04021	21.5	4.6368092	0.186455	0.25029	34.24%
DAC	0.02711	21.5	4.6368092	0.125708	0.13438	6.90%
ELJ	0.04549	21.5	4.6368092	0.210911	0.37179	76.28%
OIL	0.02777	21.5	4.6368092	0.12875	0.08637	-32.92%
OLT	0.04173	21.5	4.6368092	0.193472	0.21074	8.93%
PCL	0.04002	21.5	4.6368092	0.185588	0.09133	-50.79%
TLV	0.03283	21.5	4.6368092	0.15224	0.15926	4.61%

Volatilitatea implicită este obținută din volatilitatea zilnică, pe baza regulii

$T^{\frac{1}{2}}$ . Diferența relativă măsoară cu cât este mai mare volatilitatea lunară față de cea zilnică (%). Se observă că, în general, volatilitatea lunară este mai mare decât cea implicită.

Aceste rezultate (existența unei structuri la termen a volatilității) confirmă faptul că randamentele titlurilor nu urmează o mișcare random walk. Dacă investitorii ignoră faptul că randamentele nu sunt random walk, ei subestimează riscul și supraestimează randamentele.

#### 1.4.2. Beta

În tabelul de mai jos sunt prezentați indicatorii beta calculați pe bază zilnică și pe bază lunară<sup>27</sup>:

Simbol	Beta zilnic	Beta lunar	Diferența relativă
ALR	1.511494	1.82895941	21.00%
ARC	1.442529	2.2319071	54.72%
ATB	0.317241	0.43849276	38.22%
AZO	0.856322	2.05233165	139.67%
DAC	0.781609	0.77061367	-1.41%
ELJ	0.274138	2.63914173	862.71%
OIL	0.479885	-0.0050161	-101.05%
OLT	1.051724	1.99275122	89.47%
PCL	0.913793	0.4725385	-48.29%
TLV	0.775862	1.25808334	62.15%

Se observă că coeficienții beta calculați pe bază lunară sunt mai mari decât cei calculați pe bază zilnică.

<sup>27</sup> Indicatorii au fost calculați pe baza cursurilor zilnice ale titlurilor respective în perioada 04.01.1999 – 30.11.1999



## 2. Teoria piețelor eficiente

Correspondența dintre piața financiară perfectă și realitatea financiară determină diferitele forme de eficiență ale pieței financiare, respectiv operațională, organizatorică și informațională.

**Eficiența operațională** se apreciază în raport cu ipotezele de comportament rațional și de anticipări omogene ale investitorilor. Atitudinea investitorilor și luarea deciziilor lor se judecă nu numai în funcție de analizarea de către ei a factorilor determinanți ai valorii intrinseci (rentabilitate, risc, durată etc.) ci și în funcție de anticiparea de către investitori a comportamentului celorlalți operatori de piață. Toate aceste comportamente de grup, efecte de antrenare sau de modă dau o anumită eterogenitate anticipărilor de prețuri, respectiv dau o interpretare a reacției pieței, prin intermediul “bulelor” speculative. Această speculație asupra speculațiilor celorlalți speculatori, adaugă la dispersia (împrăștierea) normală a cursurilor o supradispersare (o bulă), dincolo de anticipările raționale de venituri viitoare.

**Eficiența organizațională** sau funcțională se referă la corespondența ipotezelor privind atomaticitatea, contingența piețelor, existența dobânzii fără risc și absența costurilor fiscale și de tranzacționare.

**Eficiența informațională** privește integrarea în cursurile bursiere a informațiilor fundamentale, privind valoarea intrinsecă a titlurilor cotate (evoluția istorică a cursurilor bursiere, informații disponibile în mod public, privind execuția financiară și perspectiva economică a societății emitente, informații privilegiate, accesibile doar celor inițiați: manageri, acționari etc.). După categoriile de informații disponibile și rapiditatea integrării acestor informații în previziunile de cursuri, Eugene Fama a identificat, trei forme de eficiență informațională: slabă, semi-forte și forte.

### 2.1. Forma slabă de eficiență

Forma slabă de eficiență presupune ipoteza că prețul curent al acțiunilor reflectă integral toate informațiile referitoare la activitatea bursei de valori, cum ar fi: prețurile istorice, schimbările cursurilor, volumul tranzacțiilor și oricare alte informații referitoare la piață. Aceasta implică faptul că nu vor fi corelații între schimbările trecute și cele viitoare ale cursurilor bursiere: schimbările cursurilor sunt independente. Astfel, orice regulă de tranzacționare care depinde de schimbările trecute ale cursurilor sau de informații trecute referitoare la piață nu va fi folositoare.

Dacă piețele ar fi eficiente, cursurile ar reflecta toată informația cunoscută. Ca rezultat, cursurile se vor schimba doar atunci când apar noi informații pe piață. Dar prin definiție, noile informații trebuie să fie aleatoare. Dacă fluxul de informații urmează un trend identificabil, atunci acest trend va fi știut și astfel reflectat în prețurile curente. Astfel, noile informații trebuie să fie aleatoare. Și din moment ce noile informații apar aleator și acestea se reflectă instantaneu în prețuri, atunci schimbările cursurilor ar trebui să fie aleatoare.

Într-o piață eficientă, cursurile urmează o mișcare aleatoare. Aceasta înseamnă faptul că schimbarea prețurilor în timp este aleatoare. Schimbările prețurilor în cursul unei zile nu sunt corelate cu schimbările din zilele precedente ale prețurilor. De exemplu:

1. Nu există cicluri. *Blue Mondays* și *summer rallies* sunt o ficțiune.
2. Graficele (cum ar fi graficul cap-umeri) nu au nici o valoare în prognozarea cursului.
3. Regulile de tranzacționare, cum ar fi mediile mobile, nu au nici o utilitate.

Testele statistice care examinează utilitatea cursurilor trecute pentru prognoza celor viitoare sunt de două tipuri: (1) teste ce examinează corelația dintre schimbările prețurilor și (2) teste care examinează profitabilitatea diverselor reguli tehnice de tranzacționare.

### 2.1.1. Autocorelații

Primul test cunoscut al ipotezei *random walk* a fost elaborat de un matematician francez Bachelier în anul 1900. Deși el a arătat că prețurile bursiere pot fi caracterizate de o mișcare aleatoare, lucrarea lui nu a fost cunoscută decât peste mai mult de 50 ani. În 1953, Kendall a examinat corelațiile schimbărilor săptămânale pentru cursurile a 19 acțiuni britanice ca și cursurile spot pentru bumbac și grâu. Și el a ajuns la aceeași concluzie. De atunci, a fost făcut un număr mare de teste ale ipotezei *random walk*.

Fama a examinat randamentele zilnice pentru fiecare din acțiunile ce compun indicele DJIA pe perioada 1957 – septembrie 1962<sup>28</sup>. Pe baza acestor date, el a făcut o serie de teste statistice. Coeficienții de corelație au fost calculați pentru randamentele zilnice ale fiecărei acțiuni. Pentru fiecare companie, au fost găsiți 10 coeficienți de corelație diferiți. Primul coeficient de corelație este calculat pe baza randamentului din ziua zero și din ziua 1, al 2-lea coeficient de corelație pe baza randamentului din ziua zero și ziua 2 și așa mai departe. Astfel, randamentul unei anumite zile este corelat cu fiecare din randamentele celor 10 zile anterioare. În anumite cazuri, Fama a confirmat cu un grad de certitudine de 95% că coeficienții de corelație dintre diferitele zile nu sunt egali cu zero din punct de vedere statistic. Dar asemenea cazuri sunt rare și nivelul de corelație este mic.

În afară de acești coeficienți de corelație, Fama a calculat corelații pentru randamente, folosind intervale de timp mai mari de o zi. Randamentele au fost calculate pe intervale de 4,9 și 16 zile și, apoi, corelate cu randamentele intervalului anterior. Din nou anumite corelații au fost diferite de zero din punct de vedere statistic, și în asemenea cazuri corelațiile erau prea mici pentru a fi folosite de traderilor.

Mai multe studii similare cu cele întreprinse de Fama au fost făcute în anii '60 și '70. Aceste studii indică faptul că:

1. randamentele pe termen scurt ale acțiunilor în general sunt necorelate cu randamentele anterioare;
2. în cazurile în care există o corelație semnificativă între randamentele trecute și prezente, această corelație este prea mică pentru a genera reguli de tranzacționare;
3. există o tendință ca acești coeficienți de corelație să fie pozitivi. Dar acest fenomen poate fi explicat prin faptul că acțiunile prezintă anumite riscuri și, în medie, datorită acestui fapt, randamentul lor trebuie să fie pozitiv;

<sup>28</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brawn Higher Education; p 352

4. un “randament mare” dintr-o zi tinde să fie urmat tot de un “randament mare” în ziua următoare. Dar nu există nici o relație cu direcția randamentului ulterior;
5. teste asupra prețurilor bonurilor de tezaur și asupra prețurilor futures sugerează că și ele urmează o mișcare aleatoare.

Pentru piața de capital din România, pentru indicii BET și BET-Compozit (de la Bursa de Valori București) coeficientul de autocorelație de lag 1 este din punct de vedere statistic diferit de 0 (0.333 pentru BET și 0.327 pentru BETC). De asemenea și în cazul pieței extrabursiere RASDAQ, coeficientul de autocorelație de lag 1 al indicelui compozit RASDAQC este din punct de vedere statistic diferit de 0 (- 0.252).

În prezent, studiile se concentrează mai mult pe corelațiile randamentelor portofoliilor, folosind randamente calculate pe intervale lungi de timp (randamentul pe 1 an, pe 2 ani etc.). Un exemplu de astfel de studiu este cel făcut de Fama și French în 1988<sup>29</sup>. El se bazează pe următoarea ecuație de regresie:  $R(t, t+T) = a + b \times R(t-T, t)$ , unde  $R(t, t+T)$  este randamentul portofoliului pe intervalul care începe la  $t$  și se termină la  $t+T$  și  $R(t-T, t)$  este randamentul portofoliului pe intervalul ce începe la  $t-T$  și se termină la  $t$ . Valoarea lui  $T$  variază de la 1 la 12 ani.

Pe baza acestui studiu, Fama și French au ajuns la concluzia că prețurile bursiere au două componente: una permanentă și una temporară. Componenta permanentă este conformă principiului evaluării eficiente a acțiunii (în preț sunt reflectate toate informațiile). Componenta temporară este o sumă peste/sub componenta permanentă. Dacă componenta temporară este, de exemplu, mai mare decât componenta permanentă, atunci cursurile vor scade la nivelul componentei permanente în următorii ani. Fama și French de asemenea au evidențiat faptul că rezultatele testelor lor sunt în concordanță cu modelele de echilibru în care prima de risc cerută de investitori se schimbă în timp. Dacă prima de risc a pieței crește/descrește în timp, atunci prețurile acțiunilor vor reacționa prin descreștere și respectiv creștere.

Pe piața românească de capital, pentru indicele BET, pentru  $T = 1$  an (din cauza numărului mic de observații, nu este posibilă calcularea celor două componente pe perioade mai mari) cele două componente nu sunt semnificative din punct de vedere statistic, deci nu se poate vorbi de o componentă permanentă și una temporară:

Dependent Variable: BETRETURN

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 242 634

Included observations: 393 after adjusting endpoints

BETRETURN=C(1)+C(2)\*BETRETURN(-240)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.001171	0.001086	1.078015	0.2817
C(2)	0.082022	0.047013	1.744659	0.0818
R-squared	0.007725	Mean dependent var		0.000946
Adjusted R-squared	0.005187	S.D. dependent var		0.021437
S.E. of regression	0.021381	Akaike info criterion		-4.847565
Sum squared resid	0.178742	Schwarz criterion		-4.827342
Log likelihood	954.5465	F-statistic		3.043834
Durbin-Watson stat	1.300700	Prob(F-statistic)		0.081830

<sup>29</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brown Higher Education, p 354

În privința componentei permanente, pentru a se vedea dacă este zero, se testează ipoteza nulă:  $C(1) = 0$ :

Wald Test:

Equation: FAMA FRENCH

Null Hypothesis:  $C(1) = 0$

F-statistic	1.162116	Probability	0.281692
Chi-square	1.162116	Probability	0.281027

Conform indicatorilor F-statistic și probabilităților asociate, nu poate fi respinsă ipoteza nulă – că nu există componentă permanentă. Pe ansamblu, acest test are rezultate neconcludente, neputându-se accepta o componentă permanentă pentru seria randamentelor indicelui BET.

În alt studiu, Lo și MacKinlay<sup>30</sup>, concentrându-se asupra corelațiilor randamentelor săptămânale ale diferitelor portofolii formate în funcție de mărimea firmei, au ajuns la concluzia că, corelațiile randamentelor pot ajunge până la 30%. În plus, corelațiile au fost pozitive, însemnând faptul că ipoteza componentei temporare sugerată de Fama și French nu poate explica aceste date.

### 2.1.2. Sezonalitate

Dacă ipoteza random walk este validă, atunci nu ar trebui să existe sezonalitate în randamentul acțiunilor. În timp ce testele mai vechi ale ipotezei random walk au arătat că nu există sezonalitate a randamentului, studiile mai recente au arătat sezonalitate a randamentului:

1. efectul din ianuarie (The January Effect)
2. efectul lunar
3. efectul săptămânal
4. efectul zilnic

*Efectul lunii ianuarie* se referă la faptul că randamentele acțiunilor în luna ianuarie sunt mai mari decât cele din celelalte luni. Acest fapt este adevărat mai ales pentru acțiunile firmelor relativ mici. Într-un studiu întreprins de Keim<sup>31</sup>, portofoliile firmelor mici întotdeauna au randamente mai mari decât portofoliile formate din acțiuni ale firmelor mari. Testul a folosit cursurile din perioada 1963 – 1979. Keim a arătat că aproape 50% din acest exces de randament este datorat primelor 5 zile din ianuarie. Singura explicație a acestui fapt este denumită “ipoteza vânzării taxelor” („tax selling hypothesis”). Conform acestei ipoteze, la sfârșitul anului, persoanele vând acțiunile care au înregistrat scăderi de valoare în timpul anului pentru a realiza o pierdere de capital pentru a își reduce taxele. Sumele obținute din vânzări sunt apoi reinvestite la începutul lunii ianuarie și, astfel, crește cererea care conduce la creșterea prețurilor. Deoarece acțiunile cu capitalizare mică e posibil să aibă o pondere mare în portofoliile mici, randamentele acestor portofolii vor tinde să aibă cel mai mare randament în ianuarie. Dar acest fapt se întâlnește și în țări ce nu impozitează câștigul de capital sau în țări unde anul fiscal nu se termină în decembrie. De asemenea se pune întrebarea “de ce cei

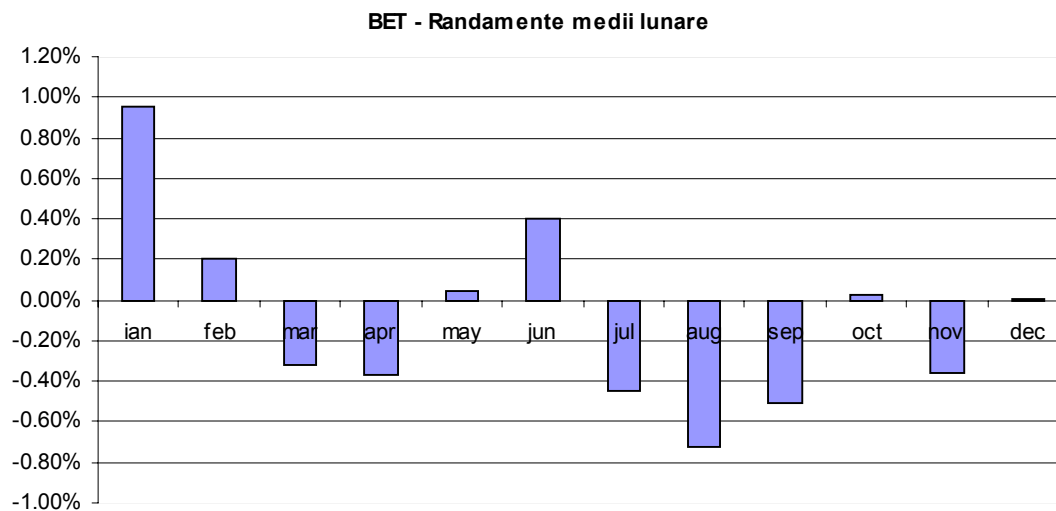
<sup>30</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brown Higher Education, p 356

<sup>31</sup> Jacob, Nancy L.; R. Richardson Pettit (1988); „Investments. Second Edition”, Irwin, p 160

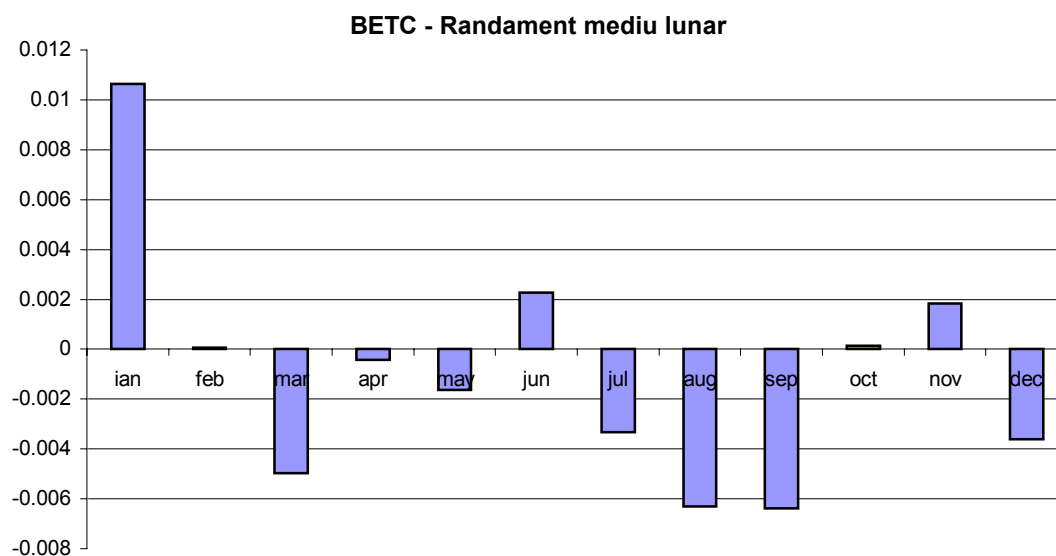
care vând acțiunile la prețuri scăzute pentru a realiza o pierdere de capital așteaptă până în ianuarie anul viitor pentru a reinvesti”.

Randamentele lunare pentru Bursa de Valori București și piața OTC RASDAQ sunt:

### BET<sup>32</sup>



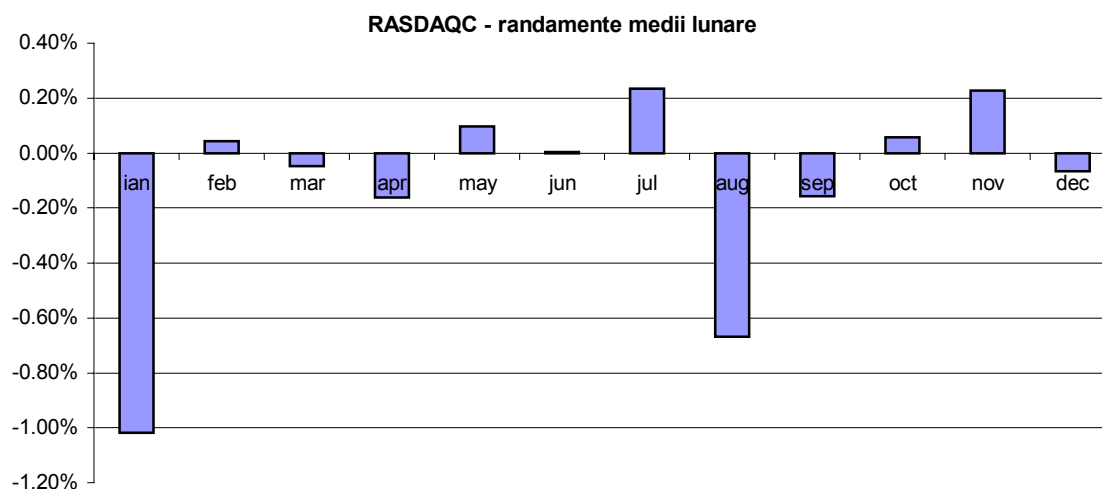
### BETC<sup>33</sup>



<sup>32</sup> Randamentele lunare s-au calculat pe baza valorilor indicelui BET în perioada 22.09.1997 – 28.04.2000

<sup>33</sup> Randamentele lunare s-au calculat pe baza valorilor indicelui BETC în perioada 17.04.1998 – 28.04.2000

## RASDAQ<sup>34</sup>



După cum se vede, cele mai mari randamente pentru acțiunile cotate la Bursa de Valori București au fost în lunile ianuarie. În cazul pieței de capital românești, nu se poate aplica ipoteza vânzării taxelor deoarece până în anul 2000 nu exista legea impozitării veniturii global, iar de la 1 ianuarie 2000, se ipozitează tranzacțiile bursiere și nu veniturile realizate din tranzacționarea acțiunilor. Pe piața OTC, în luna ianuarie sunt cele mai mici randamente față de celelalte luni. Acest fapt poate fi pus pe seama și a eșantionului mic de observații.

Un alt studiu a fost realizat de Jay Ritter (1989)<sup>35</sup>. El a împărțit firmele în 20 de categorii pe baza mărimii și a lui beta. Apoi a măsurat randamentele medii din fiecare lună pe perioada 1935 – 1986 pentru fiecare grup. Rezultatele au arătat că acțiunile cu beta mare au un randament mai mare decât cele cu beta mai mic numai în luna ianuarie și numai pentru firmele mici. În celelalte luni, randamentele au fost asemănătoare indiferent de beta. Ritter a mai arătat că, în luna ianuarie, acțiunile firmelor mici cu un beta mare au avut un randament superior decât randamentele acțiunilor firmelor mici care aveau un beta mai mic.

Un alt test cu privire la sezonitate a fost făcut de DeBondt și Thaler în 1985<sup>36</sup>. Ei au împărțit titlurile în funcție de performanța acestora în ultimele 60 de luni în titluri care s-au comportat foarte bine și titluri care s-au comportat foarte slab. Apoi au examinat comportarea acestor acțiuni în următoarele 60 de luni, începând cu luna ianuarie. Conform testelor, diferența dintre randamentul mediu al titlurilor care s-au comportat bine în timpul anului și randamentul mediu al celorlate acțiuni crește. Apoi, în luna ianuarie, cel mai mare randament în înregistrează titlurile care s-au comportat nesatisfăcător în anul anterior. Această comportare se datorează „vânzării taxelor”.

Într-un articol publicat în revista „Journal of Finance”, Jones, Peace și Wilson<sup>37</sup> (1987) au examinat perioada 1871 – 1917 (înaintea introducerii impozitului pe venit) și au ajuns la concluzia că efectul de început de an nu diferă semnificativ față de cel care există după introducerea impozitului pe venit.

<sup>34</sup> Randamentele lunare s-au calculat pe baza valorilor indicelui RASDAQ în perioada 03.08.1998 – 28.04.2000

<sup>35</sup> Haugen, Robert A. (1990); „Modern Investment Theory. Second Edition”; Prentice Hall, p 637

<sup>36</sup> Haugen, Robert A. (1990); „Modern Investment Theory. Second Edition”; Prentice Hall, p 639

<sup>37</sup> Haugen, Robert A. (1990); „Modern Investment Theory. Second Edition”; Prentice Hall, p 641

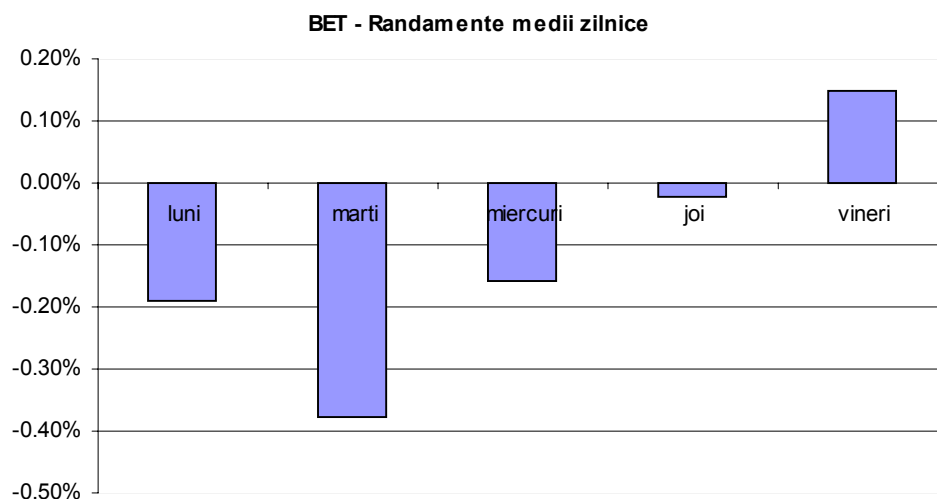
De asemenea au fost descoperite diferențe și în distribuția randamentelor din timpul oricărei luni (efectul lunar). Ariel a descoperit că în timpul perioadei 1963 – 1981, randamentele în prima jumătate a oricărei luni sunt mult mai mari decât cele din a doua jumătate a lunii<sup>38</sup>. În timpul acestor 19 ani, randamentul anualizat în timpul primei jumătăți a lunii a fost de 51,1%, în timp ce, în a doua jumătate a lunii, a fost de 0,0%.

*Efectul săptămânal* se referă la comportarea neobișnuită a randamentelor în ziua de luni față de celelalte zile ale săptămânii. Astfel, randamentul în zilele de luni este în medie substanțial mai mic decât cel din celelalte zile ale săptămânii. Teoretic, dacă randamentele zilnice sunt pozitive pe o perioadă lungă și sunt datorate acumulării de informații noi, randamentele din zilele de luni ar trebui să fie de trei ori mai mari decât în celelalte zile ale săptămânii. De exemplu, Gibbons și Hess într-un studiu din 1981<sup>39</sup>, pe baza a 4000 de observații pe parcursul perioadei 1962 – 1978 pun în evidență diferența randamentelor din diferitele zile ale săptămânii. Astel, conform testelor efectuate, în zilele de luni se obțin cele mai mici randamente (randamente negative), iar cele mai mari randamente se obțin în zilele de miercuri și vineri.

Această comportare poate fi explicată prin faptul că managerii anunță știrile rele privitoare la companie la sfârșitul săptămânii.

Pentru acțiunile cotate la Bursa de Valori București, cele mai mari randamente se înregistrează în zilele de vineri. În schimb, pe piața OTC cele mai mari randamente se înregistrează în zilele de miercuri:

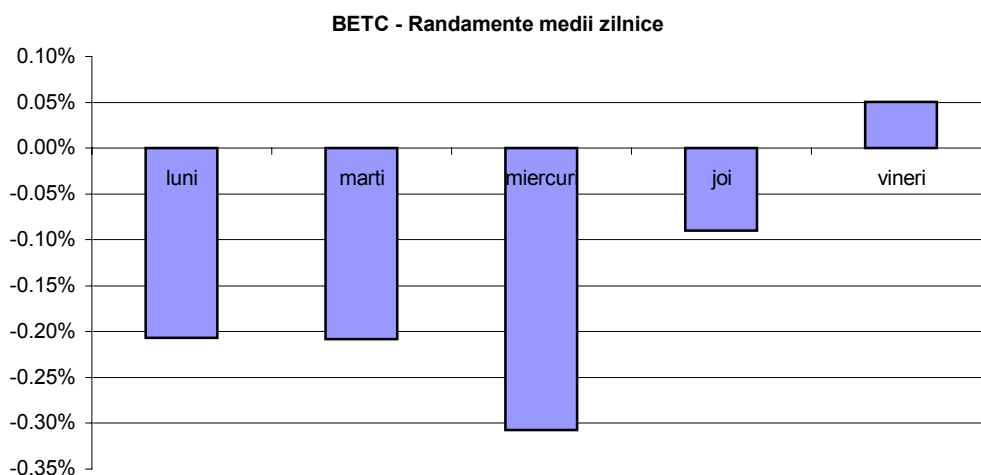
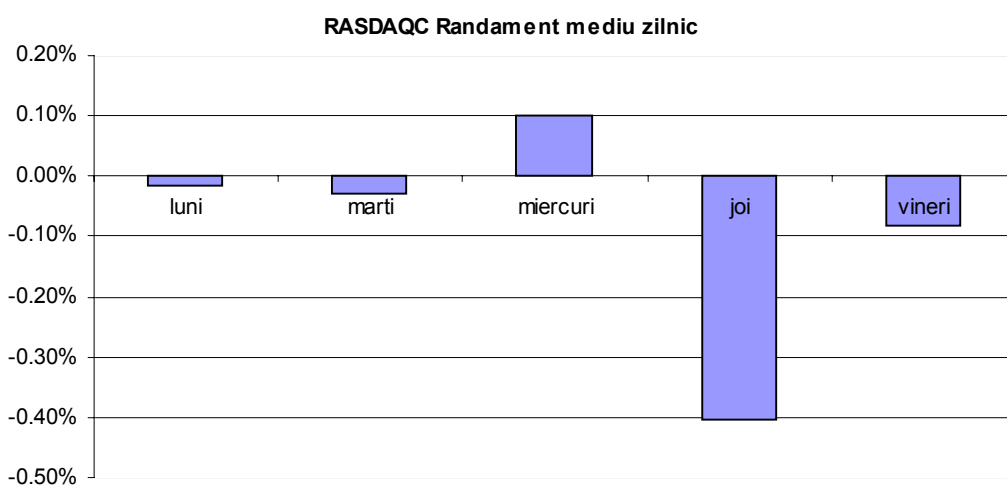
#### BET<sup>40</sup>



<sup>38</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brawn Higher Education, p 357

<sup>39</sup> Jacob, Nancy L.; R. Richardson Pettit (1988); „Investments. Second Edition”; Irwin, p 161

<sup>40</sup> Randamentele săptămânale s-au calculat pe baza valorilor indicelui BET în perioada 22.09.1997 – 28.04.2000

**BETC<sup>41</sup>****RASDAQ<sup>42</sup>**

*Efectul zilnic*: prețurile acțiunilor tind să crească dramatic în ultimele 15 minute de tranzacționare. Într-un studiu al lui Harris care a folosit datele de tranzacționare pentru toate acțiunile cotate la NYSE între decembrie 1981 – ianuarie 1983, s-a ajuns la concluzia că prețurile acțiunilor au crescut în ultimele 15 minute de tranzacționare în 90% din cazuri<sup>43</sup>.

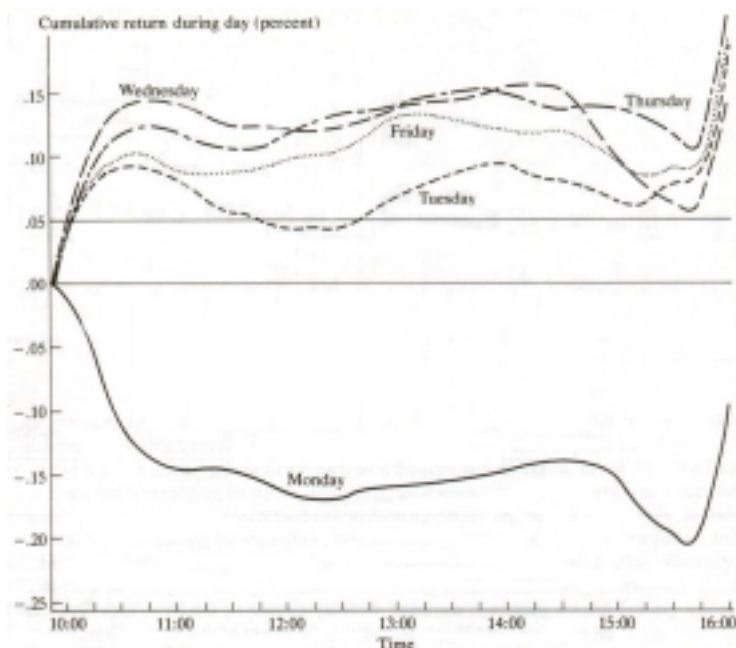
<sup>41</sup> Randamentele săptămânale s-au calculat pe baza valorilor indicelui BETC în perioada 17.04.1998 – 28.04.2000

<sup>42</sup> Randamentele săptămânale s-au calculat pe baza valorilor indicelui RASDAQ în perioada 03.08.1998 – 28.04.2000

<sup>43</sup> Radcliffe, Robert C (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brawn Higher Education, p 358



În graficul de mai jos este prezentată evoluția cursului acțiunilor pe parcursul unei săptămâni:



Sursa: Jacob, Nancy L. Jacob; Pettit, R. Richardson; *Investments, Second Edition*; Irwin, 1988

Comportarea sezonieră a bursei de valori a fost observată și pe alte piețe financiare decât cele americane. De exemplu, Jaffee și Westfield (în 1985)<sup>44</sup>, pe baza testelor efectuate au descoperit că pe piețele financiare din Canada și din Regatul Unit al Marii Britanii, randamentele din zilele de luni erau cele mai mici comparativ cu randamentele din celelalte zile ale săptămânii. De asemenea, pe piețele din Japonia și Australia, randamentele din zilele de miercuri sunt cele mai scăzute (desi și randamentele din zilele de luni rămân negative).

### 2.1.3. Regulile de tranzacționare

Într-o piață eficientă, prețurile tuturor acțiunilor reflectă toate informațiile cunoscute despre acțiunea respectivă. Astfel, nici un speculator nu ar putea folosi informațiile existente pentru a câștiga în exces pe o bază consistentă după ce sunt luate în considerare costurile de tranzacționare și taxele. Dacă cineva crede că acțiunile sunt supra- sau subevaluate, aceasta înseamnă că nu are toate informațiile referitoare la acțiunea respectivă. Aceasta afirmație conduce la inaplicabilitatea regulilor de tranzacționare. Dar multe din studiile efectuate în ultima decadă au descoperit anomalii referitoare la prețuri, ceea ce ar putea aduce un profit în exces pe baza regulilor de tranzacționare.

Sunt patru criterii pe care orice regulă de tranzacționare trebuie să le îndeplinească pentru a fi considerată viabilă:

1. ea trebuie să se bazeze numai pe informațiile știute la data când este implementată această regulă;
2. randamentele trebuie calculate după luarea în considerare a costurilor de tranzacționare și taxelor;
3. randamentele trebuie comparate cu o strategie pasivă de vânzare-cumpărare cu risc echivalent;

<sup>44</sup> Jacob, Nancy L.; R. Richardson Pettit (1988); „Investments. Second Edition”; Irwin, p 163

4. randamentele în exces trebuie obținute consecvent pe o perioadă lungă de timp.

### Studii pe baza regulilor de tranzacționare ale practicienilor

1. **reguli de tranzacționare filtru** – se bazează pe următorul criteriu de decizie: dacă prețul titlului crește cu  $x\%$  peste cea mai joasă valoare anterioară, se cumpără și se deține titluri până când titlul scade cu  $y\%$  sub cea mai mare valoare anterioară. În acest moment, se vinde și se ia o poziție short.

Alexander, ca și Fama și Blume, a examinat profitabilitatea acestei reguli. Fama și Blume au testat profitabilitatea a 24 de filtre potențiale cuprinse între 0,5% și 50% pentru fiecare dintre cele 30 de titluri componente ale DJIA<sup>45</sup>. Rezultatele sunt:

- Randamentele medii înainte de plata comisioanelor au variat în funcție de filtru. Cel mai profitabil filtru tinde să fie cel de 0,5%.
- Randamentele medii după plata comisioanelor sunt de obicei negative sau foarte mici. Aceasta este în concordanță cu ideea că bursele nu sunt perfect eficiente, dar sunt eficiente din punct de vedere economic.

În concluzie, corelațiile mici pozitive care pot exista între randamentele pe termen scurt, nu conduc la o regulă de tranzacționare filtru profitabilă. Singurii oameni care ar putea utiliza aceste tehnici cu succes sunt brokerii. Speculatorii ar da faliment.

Pe piața românească de capital, în condițiile unui comision pe tranzacție de 0.5%, s-a testat o regulă de tranzacționare de tipul: dacă prețul titlului crește cu  $x\%$  peste cea mai joasă valoare anterioară, se cumpără și se deține titluri până când titlul scade cu  $x\%$  sub cea mai mare valoare anterioară. În acest moment se vinde. Testul s-a făcut pentru valori ale lui  $x$  de la 2% până la 10%<sup>46</sup>:

Simbol	Cumpărare și deținere	Filtru 2%	Filtru 3%	Filtru 4%	Filtru 5%	Filtru 6%	Filtru 7%	Filtru 8%	Filtru 9%	Filtru 10%
ALR	89%	69%	50%	40%	23%	19%	30%	28%	28%	29%
ARC	12%	4%	10%	13%	1%	1%	6%	2%	7%	17%
ATB	-8%	-3%	-3%	-8%	-8%	-13%	-24%	-26%	-27%	-17%
AZO	120%	167%	164%	171%	184%	184%	141%	126%	110%	110%
DAC	20%	40%	43%	41%	37%	31%	29%	18%	25%	21%
ELJ	-41%	-46%	-45%	-34%	-41%	-39%	-34%	-34%	-42%	-39%
OIL	21%	17%	17%	11%	11%	11%	11%	11%	10%	10%
OLT	-12%	24%	22%	26%	30%	40%	25%	25%	25%	25%
PCL	-7%	-42%	-52%	-51%	-48%	-53%	-56%	-60%	-52%	-53%
TLV	5%	17%	9%	12%	-2%	1%	1%	1%	5%	4%
<b>BETC</b>	<b>2%</b>	<b>3%</b>	<b>4%</b>	<b>3%</b>	<b>1%</b>	<b>-4%</b>	<b>-4%</b>	<b>5%</b>	<b>2%</b>	<b>4%</b>
<b>Media</b>	<b>20%</b>	<b>25%</b>	<b>21%</b>	<b>22%</b>	<b>19%</b>	<b>18%</b>	<b>13%</b>	<b>9%</b>	<b>9%</b>	<b>11%</b>

Pentru filtrele de 2%, 3% și 4%, în medie, după luarea în considerare a comisionului de tranzacționare de 0.5%, se obține un randament mai mare decât în cazul unei strategii pasive de cumpărare și deținere.

<sup>45</sup> Bodie, Zvi; Alex Kane; Alan J. Marcus (1989); „Investment”; Irwin, p 357

<sup>46</sup> Pentru calcularea indicatorilor s-au folosit cursurile medii zilnice pe perioada ianuarie 1999 – noiembrie 1999.

2. **regula mediilor mobile**: dacă cursul crește peste media sa mobilă cu x%, se cumpără și se dețin acțiuni până când cursul este cu y% sub media sa mobilă. În acest moment se vinde și se ia o poziție short. Regula cel mai des folosită este filtrul de 5% și mediile mobile pe 200 zile. Într-un studiu efectuat de Seelenfreund, Parker și Van Horne s-au utilizat filtre diferite (0%, 2%, 5%, 10% și 15%) și medii mobile (pe 100, 150 și 200 zile) și cursurile din perioada 1960 – 1966 ale 30 de acțiuni de la NYSE. Conform rezultatelor, filtrul prin medii mobile foarte rar a avut un profit mai mare decât o strategie de cumpărare și deținere<sup>47</sup>.

În cazul Burselor de Valori București<sup>48</sup>, regulile de tranzacționare pe baza mediilor mobile au dat un randament inferior unei strategii de cumpărare și deținere a titlurilor. Au fost folosite medii mobile pe 60, 100, 150 și 200 de zile și filtre între 2% și 10%. Cel mai mare randament îl au regulile de tranzacționare construite pe baza mediilor mobile pe 60 de zile cu filtre de 3%, 4% și 5%, dar aceste randamente sunt mai mici decât în cazul unei strategii de cumpărare și deținere a titlului respectiv.

Medii mobile de 60 de zile:

Simbol	Cumpărare și deținere	Filtru 2%	Filtru 3%	Filtru 4%	Filtru 5%	Filtru 6%	Filtru 7%	Filtru 8%	Filtru 9%	Filtru 10%
ALR	89%	41%	47%	42%	42%	41%	23%	20%	20%	20%
ARC	31%	56%	49%	60%	50%	12%	9%	6%	4%	24%
ATB	1%	-16%	-19%	-29%	-24%	-14%	-1%	-1%	-1%	-13%
AZO	122%	113%	107%	130%	122%	122%	122%	122%	120%	160%
DAC	22%	-25%	-23%	-28%	-6%	-7%	-11%	-16%	-16%	-20%
ELJ	-40%	-2%	-3%	-6%	-7%	-9%	-9%	-13%	-14%	-14%
OIL	25%	-18%	-10%	-22%	-24%	-16%	-11%	-13%	-13%	-15%
OLT	-8%	43%	41%	47%	44%	44%	42%	40%	27%	27%
PCL	-7%	-34%	-34%	-35%	-36%	-44%	-45%	-37%	-35%	-43%
TLV	7%	-5%	11%	11%	15%	-10%	-11%	-13%	-13%	9%
<b>BET</b>	<b>31%</b>	<b>2%</b>	<b>4%</b>	<b>9%</b>	<b>4%</b>	<b>16%</b>	<b>14%</b>	<b>8%</b>	<b>6%</b>	<b>6%</b>
<b>Media</b>	<b>24%</b>	<b>15%</b>	<b>17%</b>	<b>17%</b>	<b>18%</b>	<b>12%</b>	<b>11%</b>	<b>10%</b>	<b>8%</b>	<b>13%</b>

Medii mobile pe 100 de zile:

Simbol	Cumpărare și deținere	Filtru 2%	Filtru 3%	Filtru 4%	Filtru 5%	Filtru 6%	Filtru 7%	Filtru 8%	Filtru 9%	Filtru 10%
ALR	89%	50%	37%	36%	28%	28%	23%	23%	22%	17%
ARC	31%	36%	45%	44%	36%	36%	35%	28%	32%	23%
ATB	1%	-19%	-10%	-10%	0%	-3%	-7%	-10%	-10%	-16%
AZO	122%	127%	127%	105%	105%	135%	135%	135%	135%	129%
DAC	22%	-7%	-8%	-11%	-18%	-22%	-9%	-9%	-9%	-12%
ELJ	-40%	-12%	-9%	-11%	-13%	-14%	-14%	-18%	-18%	-2%
OIL	25%	-34%	-36%	-30%	-34%	-28%	-2%	-2%	-2%	-2%
OLT	-8%	16%	27%	30%	29%	23%	23%	23%	12%	8%
PCL	-7%	-30%	-25%	-27%	-34%	-34%	-38%	-23%	-24%	-5%
TLV	7%	26%	26%	26%	9%	9%	9%	9%	-9%	-9%
<b>BET</b>	<b>31%</b>	<b>12%</b>	<b>8%</b>	<b>6%</b>	<b>3%</b>	<b>1%</b>	<b>13%</b>	<b>10%</b>	<b>6%</b>	<b>6%</b>
<b>Media</b>	<b>24%</b>	<b>15%</b>	<b>17%</b>	<b>15%</b>	<b>11%</b>	<b>13%</b>	<b>16%</b>	<b>16%</b>	<b>13%</b>	<b>13%</b>

<sup>47</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brown Higher Education, p 362

<sup>48</sup> Pentru calcularea indicatorilor s-au folosit cursurile medii zilnice pe perioada martie 1998 – decembrie 1999

Medii mobile pe 150 de zile:

Simbol	Cumpărare și deținere	Filtru 2%	Filtru 3%	Filtru 4%	Filtru 5%	Filtru 6%	Filtru 7%	Filtru 8%	Filtru 9%	Filtru 10%
ALR	89%	38%	44%	60%	60%	43%	43%	37%	36%	28%
ARC	31%	47%	44%	39%	34%	13%	13%	9%	9%	9%
ATB	1%	-11%	-12%	-16%	-16%	-21%	-24%	-11%	-15%	-15%
AZO	122%	125%	125%	121%	121%	121%	107%	107%	107%	107%
DAC	22%	-13%	-16%	-20%	-10%	0%	0%	-3%	-3%	-6%
ELJ	-40%	-21%	-20%	-13%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%
OIL	25%	-23%	-30%	-35%	-41%	-10%	-4%	-4%	-4%	-15%
OLT	-8%	-7%	-22%	-22%	-12%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%
PCL	-7%	-21%	-17%	-17%	-17%	-24%	-18%	-18%	-17%	-17%
TLV	7%	-18%	-13%	-13%	-5%	-5%	-3%	-10%	-10%	-10%
<b>BET</b>	<b>31%</b>	<b>23%</b>	<b>19%</b>	<b>17%</b>	<b>12%</b>	<b>8%</b>	<b>8%</b>	<b>3%</b>	<b>3%</b>	<b>29%</b>
<b>Media</b>	<b>24%</b>	<b>9%</b>	<b>8%</b>	<b>8%</b>	<b>11%</b>	<b>11%</b>	<b>11%</b>	<b>10%</b>	<b>10%</b>	<b>8%</b>

Medii mobile pe 200 de zile:

Simbol	Cumpărare și deținere	Filtru 2%	Filtru 3%	Filtru 4%	Filtru 5%	Filtru 6%	Filtru 7%	Filtru 8%	Filtru 9%	Filtru 10%
ALR	89%	68%	68%	68%	68%	68%	66%	68%	68%	68%
ARC	31%	17%	16%	16%	16%	13%	13%	13%	13%	9%
ATB	1%	-12%	-16%	-20%	-24%	-25%	-29%	-29%	-28%	-15%
AZO	122%	103%	103%	95%	95%	95%	95%	87%	87%	87%
DAC	22%	-9%	-4%	-4%	10%	1%	1%	1%	21%	21%
ELJ	-40%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%	-26%
OIL	25%	-28%	-25%	-19%	-28%	-29%	-24%	-28%	-28%	-8%
OLT	-8%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%	-2%
PCL	-7%	-20%	-26%	-27%	-38%	-28%	-34%	-34%	-34%	-34%
TLV	7%	-10%	-10%	-10%	-10%	-10%	-12%	-12%	-12%	-14%
<b>BET</b>	<b>31%</b>	<b>35%</b>	<b>35%</b>	<b>35%</b>	<b>31%</b>	<b>31%</b>	<b>31%</b>	<b>27%</b>	<b>27%</b>	<b>27%</b>
<b>Media</b>	<b>24%</b>	<b>11%</b>	<b>10%</b>	<b>10%</b>	<b>9%</b>	<b>8%</b>	<b>7%</b>	<b>6%</b>	<b>8%</b>	<b>9%</b>

3. **puterea relativă (relative strength)**: definită ca raportul dintre prețul curent al unei acțiuni și indicele agregat al pieței. Robert A. Levy a testat o variantă a acestei reguli<sup>49</sup>. El a calculat raportul dintre cursul la un moment dat și media mobilă a acestui curs pe 26 săptămâni. A ordonat toate acțiunile în funcție de valoarea acestui raport. Inițial a investit aceeași sumă în primele  $x\%$  acțiuni. În perioada următoare, a făcut o nouă clasificare: dacă una dintre acțiunile din portofoliu are o nouă putere relativă astfel încât să i se schimbe poziția în plasament și să coboare sub primele  $y\%$  acțiuni, atunci va vinde acțiunea respectivă și va cumpăra acțiuni care au intrat în primele  $x\%$ . Testul a fost realizat pe baza cursurilor din 1960 – 1965.

În timpul acestei perioade, o strategie de cumpărare și deținere pe baza a 200 de acțiuni ar fi adus un randament mediu anual de 13,4%. Utilizând un filtru cu  $x = 10\%$  pentru anumite valori ale lui  $y$ , randamentul ar fi fost mai mic, dar pentru altele nu. De exemplu pentru  $y = 80\%$ , randamentul mediu anual ar fi fost de 20,0%. Levy a obținut profituri folosind aceste

<sup>49</sup> Bodie, Zvi; Alex Kane; Alan J Marcus (1989); „Investment”; Irwin, p 358

filtre și a demonstrat că regulile tehnice de tranzacționare pot fi mai bune decât o strategie de cumpărare și deținere.

În privința regulilor de tranzacționare, studii recente<sup>50</sup> au arătat că, în foarte multe cazuri, odată ce o regulă de tranzacționare (o anomalie) este descoperită și documentată, ea încetează să existe (Fisher Black – 1993) sau nu mai poate fi folosită având o valoare așteptată a randamentului negativă (Richard Roll - 1994).

### Studii asupra potențialului regulilor de tranzacționare pe baza PE și a efectului firmelor mici

**Efectul P/E - firme mici.** Până la sfârșitul anilor '70, multe studii sugerau că acțiunile care aveau un *PER* mic aveau randament mai mare decât cele cu un *PER* mai mare. Basu, în 1977, a făcut un test pe baza cursurilor a 500 de acțiuni din perioada 1956-1969<sup>51</sup>. Pentru fiecare an a fost calculat indicatorul *PER* pentru fiecare acțiune și plasat într-una dintre cele cinci grupe *PER*. Din acțiunile din fiecare grupă s-a construit câte un portofoliu și acțiunile aveau pondere egală în acest portofoliu. Apoi s-a calculat randamentul lunar pentru fiecare portofoliu folosind strategia de cumpărare și deținere pe o perioadă de 12 luni. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos.

	Grupa				
	A	B	C	D	E
PER mediu	35,8	19,1	15,0	12,8	9,8
Randamentul mediu anual (%)	9,34	9,28	11,65	13,55	16,30
Beta estimat	1,11	1,04	0,97	0,94	0,99

Sursa: Radcliffe, Robert C.; *Investment. Concepts, Analysis, Strategy; Third Edition; Scott Foresman/Little, Brown Higher Education, 1990*

Portofoliul *A* cuprinde acțiunile cu cel mai mare *PER* în timp ce portofoliul *B* cuprinde acțiunile cu cel mai mic *PER*. Randamentele medii anuale au fost cele mai mici pentru firmele care au cel mai mare *PER* și cele mai mari pentru firmele cu cel mai mic *PER*. *PER*-ul și randamentul mediu anual sunt invers proporționale. Această afirmație ar fi putut avea sens dacă firmele cu un *PER* scăzut ar fi avut riscul sistematic mare. Dar din tabel rezultă contrariul.

Basu apoi a simulat excesul în randament pe care diferite tipuri de investitori l-ar fi avut deținând portofoliul *E* față de portofolii care aveau același beta și fără constrângeri privind indicatorul *PER*. Acesta a variat între 0,5% și 3,5% (au fost luate în considerare taxele și costurile de tranzacționare). Acest test a contrazis teoria piețelor eficiente.

În 1981 Reinganum a confirmat rezultatele lui Basu și a sugerat că nu indicatorul *PER* scăzut a cauzat excesul de rentabilitate, ci efectul firmelor mici.

<sup>50</sup> Dimson, Elroy; Paul Marsh (August 1998); „Murphy’s Law and the Market Anomalies”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

<sup>51</sup> Haugen, Robert A. (1990); „Modern Investment Theory. Second Edition”; Prentice Hall; p 649

Problema de bază în determinarea factorului cu importanță mai mare în determinarea rentabilității (dintre *PER* și capitalizarea) este că cei doi sunt puternic corelați. Firmele mici tind să aibă un *PER* scăzut în timp ce firmele mari un *PER* ridicat.

Basu a încercat să examineze separat efectul *PER* și capitalizarea asupra excesului de rentabilitate. Astfel el a descoperit că firmele cu capitalizare mică au cei mai mari beta și firmele înalt capitalizate au cei mai mici beta. Excesul de rentabilitate este mai mare pentru acțiunile firmelor slab capitalizate și, pe măsură ce capitalizarea crește, excesul scade. De asemenea, firmele slab capitalizate și cu un *PER* redus au un exces de randament mai mare.

Pentru corectarea excesului de rentabilitate al firmelor mici care conducea la infirmarea modelelor de evaluare, Fama și French au extins modelul *CAPM* standard astfel încât el să ia în considerare și efectul introdus de firmele mici. Astfel, sporul de rentabilitate peste rentabilitatea fără risc a unei companii (prima de risc) este dat de următoarea ecuație<sup>52</sup>:

$$R_i - R_F = \beta_i(R_m - R_F) + (s_i \times SMB) + (h_i \times HML), \text{ unde:}$$

$R_i - R_F$  reprezintă prima de risc pentru compania  $i$ ;

$\beta_i, s_i, h_i$  - coeficienți de regresie pentru compania  $i$ ;

$R_m - R_F$  - prima de risc așteptată pentru piața respectivă;

*SMB* – factorul de risc care depinde de mărimea companiei (“size factor risc”). Acesta este egal cu diferența dintre randamentul așteptat al acțiunilor firmelor mici și randamentul așteptat al acțiunilor firmelor mari;

*HML* – factorul de risc legat de stress<sup>53</sup> (“distress factor risc”) calculat ca diferență dintre randamentul așteptat al acțiunilor pentru care acest raport are valori mari și randamentul așteptat pentru acțiunile pentru care valoarea acestui raport este mică.

Dimson și Marsh<sup>54</sup> au realizat un studiu în anul 1988 asupra randamentului firmelor mici, studiind evoluția indicelui HGSC (Hoare Govett Smaller Companies Index), indice care arată evoluția ultimilor 10%, în funcție de capitalizarea bursieră, din firmele cotate pe piața de capital a Regatului Unit al Marii Britanii. Acest indice este comparat cu indicele tuturor acțiunilor cotate pe piață.

În decursul perioadei 1955 – 1987, indicele companiilor mici a avut un randament (în medie) cu 6 puncte procentuale mai mare decât randamentul indicelui ce exprimă evoluția tuturor acțiunilor. Dar, după anul 1988, indicele HGSC a avut un randament mai mic decât randamentul indicelui general. În perioada 1989 – 1997, randamentul indicelui HGSC a fost, în medie de –6% pe an. Conform acelorași autori, pe piața Statelor Unite, titlurile firmelor cu capitalizare mică au evoluat asemănător.

### **Testarea corelației dintre *PER* și randament pentru titlurile cotate la BVB**

Modelul pe baza căruia s-a făcut testul este:

<sup>52</sup> Annin, Michael; Domonic Falaschetti (Jan/Feb 1998); „Equity Risk Premium Still Produces Debate”; Valuation Strategies

<sup>53</sup> stresul este calculat ca raport între capitalul social (reflectat în bilanț) și valoarea de piață a acțiunilor

<sup>54</sup> Dimson, Elroy; Paul Marsh (August 1998); „Murphy’s Law and the Market Anomalies”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

$R_i = c_1 + c_2 PE_1 + c_3 PE_2 + c_4 PE_3 + c_5 PE_4 + c_6 PE_5 + c_7 PE_6 + c_8 PE_7$ , unde  $R_i$  reprezintă randamentul titlului  $i$ , iar  $PE_i$  sunt variabilele dummy definite astfel:

$$PE_1 = \begin{cases} 1, & \text{daca, } pe \in [9,13) \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

$$PE_2 = \begin{cases} 1, & \text{daca, } pe \in [13,16) \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

$$PE_3 = \begin{cases} 1, & \text{daca, } pe \in [16,20) \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

$$PE_4 = \begin{cases} 1, & \text{daca, } pe \in [20,30) \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

$$PE_5 = \begin{cases} 1, & \text{daca, } pe \in [30,40) \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

$$PE_6 = \begin{cases} 1, & \text{daca, } pe \geq 40 \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

$$PE_7 = \begin{cases} 1, & \text{daca, } \textit{firma\_nu\_are\_profit} \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

Au fost folosite variabilele dummy deoarece altfel nu poate fi cuantificat faptul ca o firmă nu are profit. Rentabilitatea și indicatorul  $PER$  sunt prezentate în Anexa 1.

Rezultatele regresiei sunt<sup>55</sup>:

Dependent Variable: RETURN

Method: Least Squares

Sample: 1 81

Included observations: 81

RETURN=C(1)+C(2)\*PE1+C(3)\*PE2+C(4)\*PE3+C(5)\*PE4+C(6)\*PE5+C(7)\*PE6+C(8)\*PE7

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.096551	0.121130	0.797087	0.4280
C(2)	0.588399	0.397152	1.481546	0.1428
C(3)	-0.271371	0.359330	-0.755214	0.4526
C(4)	-0.200818	0.453228	-0.443084	0.6590
C(5)	-0.104051	0.453228	-0.229578	0.8191
C(6)	-0.258151	0.548440	-0.470701	0.6393
C(7)	-0.032651	0.359330	-0.090867	0.9278
C(8)	0.258504	0.208048	1.242520	0.2180
R-squared	0.069571	Mean dependent var		0.153004
Adjusted R-squared	-0.019648	S.D. dependent var		0.749134
S.E. of regression	0.756458	Akaike info criterion		2.373201

<sup>55</sup> Regresia a fost făcută pe baza cursurilor zilnice ale titlurilor cotate la BVB în perioada 04.01.1999 – 30.11.1999

Sum squared resid	41.77266	Schwarz criterion	2.609690
Log likelihood	-88.11463	F-statistic	0.779781
Durbin-Watson stat	1.705532	Prob(F-statistic)	0.606258

Rezultatele regresiei nu sunt concludente, deși, din  $c(3)$ ,  $c(4)$ ,  $c(5)$ ,  $c(6)$ ,  $c(7)$ , se observă că randamentul evoluează invers proporțional cu indicatorul  $PER$ . Pe ansamblu, pentru titlurile cotate la Bursa de Valori București, conform acestei regresii, se poate spune că nu există corelație între randamente și  $PER$ .

Dacă nu sunt luate în considerare titlurile care nu au înregistrat profit și se face regresia:  
 $return = c(1) + c(2) \times PER$  rezultă:

Dependent Variable: RETURNFFP

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 1 60

Included observations: 60 after adjusting endpoints

RETURNFFP=C(1)+C(2)\*PEFFP

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	9.711036	7.982946	1.216473	0.2287
C(2)	-0.028042	0.057372	-0.488777	0.6268
R-squared	0.004102	Mean dependent var	8.820333	
Adjusted R-squared	-0.013069	S.D. dependent var	59.81340	
S.E. of regression	60.20297	Akaike info criterion	11.06609	
Sum squared resid	210215.0	Schwarz criterion	11.13590	
Log likelihood	-329.9826	F-statistic	0.238903	
Durbin-Watson stat	2.330617	Prob(F-statistic)	0.626843	

Nici prin această regresie nu se confirmă existența unei legături între indicatorul  $PER$  și randament. Testul de cauzalitate Granger (alături de coeficientul de corelație de  $-0.064$ ) confirmă această afirmație:

Pairwise Granger Causality Tests

Sample: 1 81

Lags: 2

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Probability
RETURNFFP does not Granger Cause PEFFP	58	0.10611	0.89951
PEFFP does not Granger Cause RETURNFFP		0.57940	0.56374

Din F-statistic și probabilitatea asociată, nu se poate respinge ipoteza nulă (că o serie nu este influențată de cealaltă), deci nu se poate afirma că există cauzalitate între  $PER$  și randament.

## 2.2. Forma semitare de eficiență

Forma semi-tare de eficiență presupune ipoteza că prețurile acțiunilor se ajustează rapid ca urmare a apariției de noi informații publice, astfel, cursurile vor reflecta toate informațiile publice. Această formă de eficiență include forma slabă de eficiență, deoarece toate informațiile privind evoluția pieței sunt publice. Informațiile publice includ de asemenea toate celelalte informații care nu se referă la piață ("nonmarket information") cum ar fi câștigurile, divizările de acțiuni, știrile economice și politice. Deci, investitorii care acționează la o



informație nouă importantă după ce ea este făcută publică, nu ar trebui să obțină câștiguri peste medie, deoarece prețul acțiunii deja reflectă efectul acestei noi informații.

Într-o piață perfectă eficientă, cursurile se ajustează instantaneu la noile informații. De exemplu, dacă Texas Instruments anunță că are patentul unui nou cip, care este mai ieftin de produs și, în plus, are o viață mai lungă, prețul acțiunilor sale va crește imediat la un nou nivel de echilibru. Dacă participanții pe piață nu recunosc imediat importanța anunțului făcut de firmă, va apare o întârziere în ajustarea prețului. Dar investitorii pot supraevalua importanța noilor informații și, ca urmare, prețurile pot sări peste nivelul de echilibru, urmând ca apoi să coboare.

Testele empirice ale formei semiforte de eficiență sunt mai puține decât cele care testează forma slabă deoarece este dificil să se identifice cu precizie data la care o anumită informație devine cunoscută.

### 2.2.1. Metodologia aplicată divizărilor de acțiuni

O diviziune de acțiuni reprezintă o creștere în numărul de acțiuni emise de o corporație. De exemplu, într-o diviziune 2:1, acționarii vor primi două acțiuni noi pentru o acțiune veche. Deoarece diviziunea nu are nici un efect asupra investițiilor sau structurii financiare a firmei, ea nu ar trebui să aibă nici un efect asupra valorii de piață a firmei.

Fama, Fisher, Jensen și Rol (FFJR) au examinat 940 de diviziuni petrecute la NYSE între anii 1927 – 1959<sup>56</sup>. Practic au fost examinate toate diviziunile mai mari decât 5:4. Ipoteza de la care s-a plecat era că diviziunile nu reprezintă informații noi despre o firmă. Mișcările prețurilor la alte nivele decât cele sugerate prin diviziune, ar trebui să fie datorate altor informații fundamentale cum ar fi anunțurile privind dividendele. De exemplu, o acțiune de 80 USD supusă unei diviziuni de 2:1 ar trebui să dea un randament egal cu zero în ziua

diviziunii: 
$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}} = \frac{40 \times 2 - 80 + 0}{80} = 0,0.$$

Conform modelului CAPM, randamentele acțiunilor sunt afectate atât de informațiile referitoare la piață în ansamblul ei, cât și de informațiile referitoare la firma respectivă.

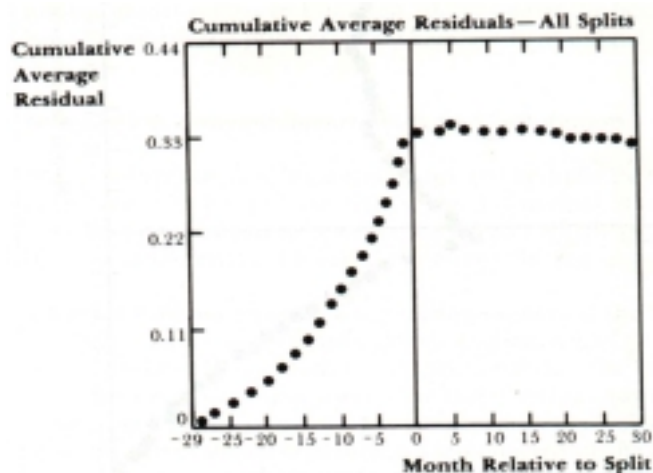
Într-o încercare de izola randamentul acțiunii datorat numai informațiilor legate de companie, FFJR au examinat erorile reziduale ale modelului pieței:  $\tilde{R}_t = a + b(\tilde{R}\tilde{M}) + \tilde{\epsilon}_t$ , unde  $\tilde{R}_t$  este randamentul acțiunii în perioada  $t$ ,  $a$  este randamentul mediu constant,  $b$  este beta pentru acțiune (sau coeficientul rezultat din regresie),  $\tilde{R}\tilde{M}_t$  este randamentul portofoliului pieței în perioada  $t$ ,  $\tilde{\epsilon}_t$  este randamentul datorat informațiilor noi privitoare la firmă (considerată eroarea reziduală în perioada  $t$ ). Estimarea lui  $a$  și  $b$  pot fi realizate printr-o ecuație de regresie pe baza randamentelor istorice ale acțiunii și pieței. Folosind estimările lui  $a$  și  $b$  pe baza regresiei FFJR a calculat valorile  $\tilde{\epsilon}_t$  pentru fiecare diviziune de acțiuni pe o perioadă de 29 de luni înaintea diviziunii și 30 de luni după diviziune.

Înainte de analiza datelor au fost realizați doi pași adiționali. Primul pas este calcularea randamentului mediu pe firmă ( $AR$ , „average firm-unique return”) pentru fiecare lună

<sup>56</sup> Reilly, Frank K. (1989); „Investment Analysis and Portfolio Management. Third Edition”; The Dryden Press; p 219

dinaintea și după divizare:  $AR_t = \frac{\sum_{i=1}^N e_{i,t}}{N}$ , unde  $t$  este fiecare lună dintre cele 29 dinainte de diviziune și 30 de luni de după diviziune;  $e_{i,t}$  este randamentul firmei  $i$  în timpul lunii  $t$ ;  $N$  este numărul de divizări examinate într-o anumită lună. Al doilea pas este calculul randamentului mediu cumulativ al firmei ( $CAR$ , „cumulative average firm-unique return”) calculat prin însumarea tuturor randamentelor unei firme într-o anumită lună:  $CAR_t = \sum_{K=-29}^t AR_K$ .

În figura de mai jos, este reprezentat indicatorul  $CAR$  pentru fiecare din cele 60 luni din jurul unei divizări. Luna zero reprezintă luna în care s-a realizat divizarea.

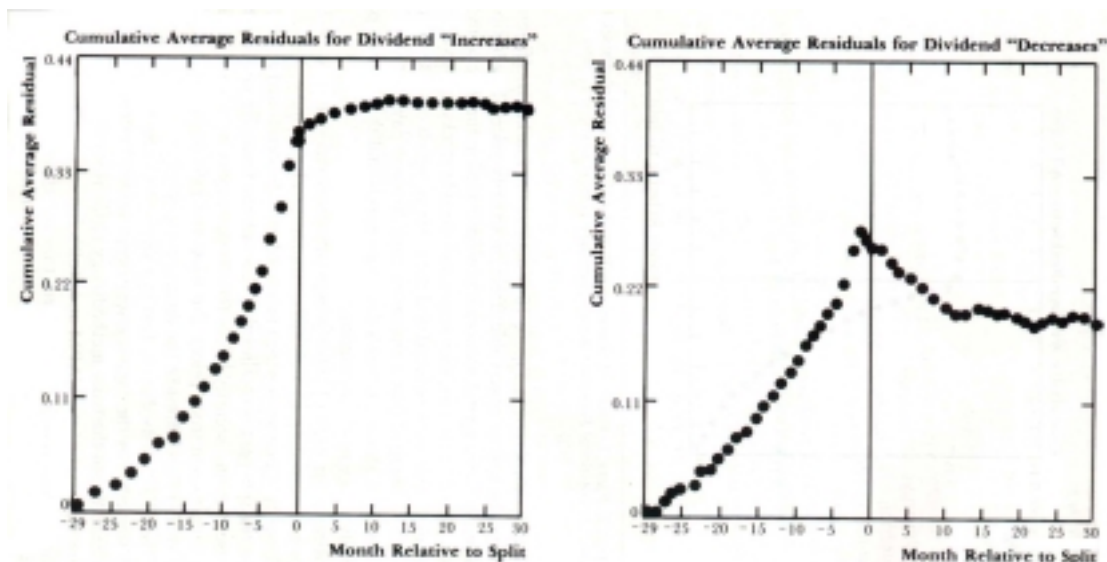


Sursa: Radcliffe, Robert C.; *Investment. Concepts, Analysis, Strategy; Third Edition*; Scott Foresman/Little, Brown Higher Education, 1990

Din grafic rezultă:

1. Acțiunile care se divizează au o creștere dramatică în preț în timpul celor 29 de luni înainte de divizare. Acest fapt se reflectă în creșterea substanțială a indicatorului  $CAR$  înaintea datei de divizare. Dar aceste creșteri de preț nu pot fi atribuite deoarece foarte rar o divizare este anunțată cu mai mult de patru luni înainte.
2. După data divizării indicatorul  $CAR$  este remarcabil de stabil. Aceasta implică faptul că randamentul firmelor („firm-unique returns”) de după divizare este zero. Divizarea nu are un impact imediat și nici pe termen lung asupra prețurilor acțiunilor.

Rezultatele din figura de mai sus sugerează că piața este eficientă și divizările nu au nici un efect asupra prețului. În plus, FFJR au examinat cum noile informații din timpul divizărilor afectează prețurile acțiunilor. Pentru a realiza acest fapt, ei au împărțit acțiunile în două grupe: una în care dividendele s-au redus și alta în care dividendele au crescut. Ei au pornit de la ipoteza că o schimbare în dividende furnizează informații indirecte despre dezvoltarea viitoare a firmei și cursurile se vor ajusta rapid la aceste noi informații. Rezultatele sunt prezentate în graficele de mai jos.



Sursa: Radcliffe, Robert C; *Investment. Concepts, Analysis, Strategy; Third Edition; Scott Foresman/Little, Brown Higher Education, 1990*

Companiile care au înregistrat creșteri ale dividendelor au avut creșteri în indicatorul *CAR* după diviziune (prețurile au continuat să crească). Pentru acțiunile care au înregistrat scăderi ale dividendelor, prețurile acțiunilor au scăzut. Astfel, pe ansamblu, numai diviziunile par să nu aibă nici un impact asupra prețurilor acțiunilor. Dar când informații reale sunt date publicității în același timp cu diviziunea, prețurile se ajustează în direcția așteptată.

### Teste pentru piața românească de capital

În cadrul Bursei de Valori București au fost realizate patru divizări de acțiuni: Imsat, Banca Agricolă și Impact.

Modelul de regresie este următorul:  $\tilde{R}_t = a + b(\tilde{R}\tilde{M}) + \tilde{e}_t$ , unde  $\tilde{R}_t$  este randamentul acțiunii în perioada  $t$ ,  $a$  este randamentul mediu constant,  $b$  este beta pentru acțiune (sau coeficientul rezultat din regresie),  $\tilde{R}\tilde{M}_t$  este randamentul portofoliului pieței în perioada  $t$ ,  $\tilde{e}_t$  este randamentul datorat informațiilor noi privitoare la firmă (considerată eroarea reziduală în perioada  $t$ ).

Pe baza  $\tilde{e}_t$  se calculează  $AR_t = \frac{\sum_{i=1}^N e_{i,t}}{N}$  și  $CAR_t = \sum_{K=-29}^t AR_K$ . Apoi este reprezentată grafic *CAR* pentru fiecare lună dinaintea și de după divizare.

## IMSAT<sup>57</sup>

Diviziunea acțiunilor: 28 februarie 2000

Înainte de divizare:

Dependent Variable: RETIMS

Method: Least Squares

Sample: 1 462

Included observations: 462

RETIMS=C(1)+C(2)\*RETBETC

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.001226	0.001977	0.620078	0.5355
C(2)	0.608058	0.117989	5.153516	0.0000
R-squared	0.054585	Mean dependent var		0.000541
Adjusted R-squared	0.052530	S.D. dependent var		0.043566
S.E. of regression	0.042406	Akaike info criterion		-3.478733
Sum squared resid	0.827205	Schwarz criterion		-3.460830
Log likelihood	805.5873	F-statistic		26.55872
Durbin-Watson stat	1.822244	Prob(F-statistic)		0.000000

După divizare:

Dependent Variable: RETIMS

Method: Least Squares

Sample: 1 41

Included observations: 41

RETIMS=C(1)+C(2)\*RETBETC

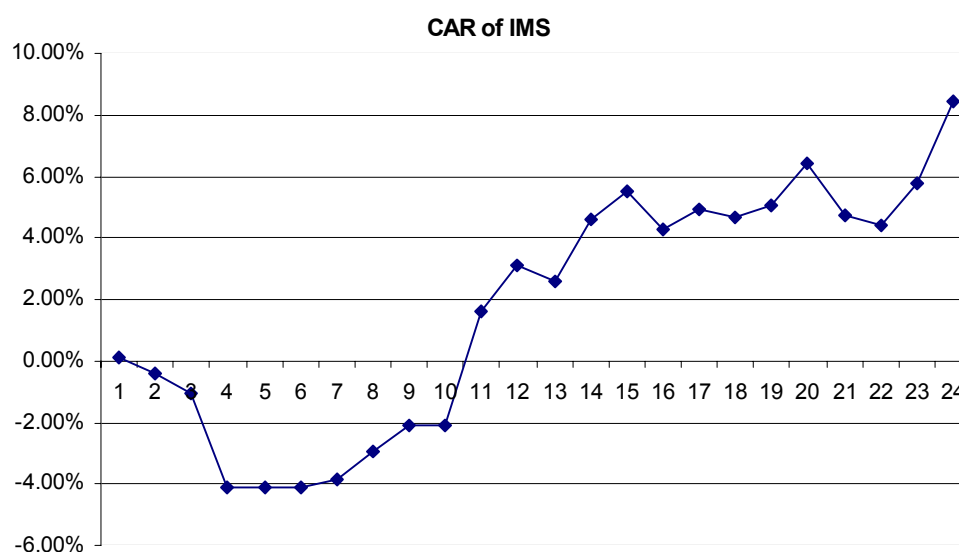
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.033504	0.021927	-1.527958	0.1346
C(2)	-2.206194	1.868443	-1.180766	0.2448
R-squared	0.034515	Mean dependent var		-0.023902
Adjusted R-squared	0.009759	S.D. dependent var		0.131032
S.E. of regression	0.130391	Akaike info criterion		-1.189007
Sum squared resid	0.663071	Schwarz criterion		-1.105418
Log likelihood	26.37463	F-statistic		1.394210
Durbin-Watson stat	1.231332	Prob(F-statistic)		0.244847

Reziduul mediu lunar:

Luna	AR	CAR
1	0.11%	0.11%
2	-0.49%	-0.38%
3	-0.66%	-1.03%
4	-3.06%	-4.10%
5	-0.05%	-4.14%
6	0.06%	-4.09%
7	0.21%	-3.87%
8	0.91%	-2.97%
9	0.87%	-2.10%
10	0.02%	-2.08%
11	3.69%	1.61%
12	1.52%	3.12%
13	-0.56%	2.56%

<sup>57</sup> Pentru calcularea indicatorilor, a fost folosit cursul mediu zilnic, din perioada aprilie 1998 – aprilie 2000

14	2.04%	4.60%
15	0.88%	5.49%
16	-1.18%	4.31%
17	0.65%	4.96%
18	-0.29%	4.66%
19	0.40%	5.07%
20	1.36%	6.42%
21	-1.67%	4.75%
22	-0.32%	4.43%
1	1.35%	5.78%
2	2.68%	8.46%



După divizare CAR a crescut. Explicatia poate fi dată de faptul că cererea era mare înainte de divizare, iar prin divizare a fost redus prețul acțiunii pentru a o face mai accesibilă.

### IMPACT<sup>58</sup>

Divizarea acțiunilor a avut loc la data de 3 august 1998 și 9 noiembrie 1999.

Regresia înainte de divizarea din 3 august:

Dependent Variable: IMPRET

Method: Least Squares

Sample: 1 72

Included observations: 72

IMPRET=C(1)+C(2)\*BETCRET

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.007767	0.008877	0.874989	0.3846
C(2)	-0.039614	0.590403	-0.067097	0.9467
R-squared	0.000064	Mean dependent var		0.007926
Adjusted R-squared	-0.014220	S.D. dependent var		0.072094
S.E. of regression	0.072604	Akaike info criterion		-2.380196
Sum squared resid	0.368999	Schwarz criterion		-2.316955
Log likelihood	87.68705	F-statistic		0.004502
Durbin-Watson stat	2.940102	Prob(F-statistic)		0.946696

<sup>58</sup> Pentru calcularea indicatorilor, a fost folosit cursul mediu zilnic, din perioada aprilie 1998 – aprilie 2000

Regresia pe perioada 3 august 1998 - 9 noiembrie 1999:

Dependent Variable: IMPRET

Method: Least Squares

Sample: 1 327

Included observations: 327

IMPRET=C(1)+C(2)\*BETCRET

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.002394	0.004248	0.563519	0.5735
C(2)	0.095726	0.257892	0.371185	0.7107
R-squared	0.000424	Mean dependent var		0.002283
Adjusted R-squared	-0.002652	S.D. dependent var		0.076528
S.E. of regression	0.076630	Akaike info criterion		-2.293562
Sum squared resid	1.908445	Schwarz criterion		-2.270382
Log likelihood	376.9974	F-statistic		0.137778
Durbin-Watson stat	1.904382	Prob(F-statistic)		0.710742

Regresia pe perioada de după 9 noiembrie 1999:

Dependent Variable: IMPRET

Method: Least Squares

Sample: 1 104

Included observations: 104

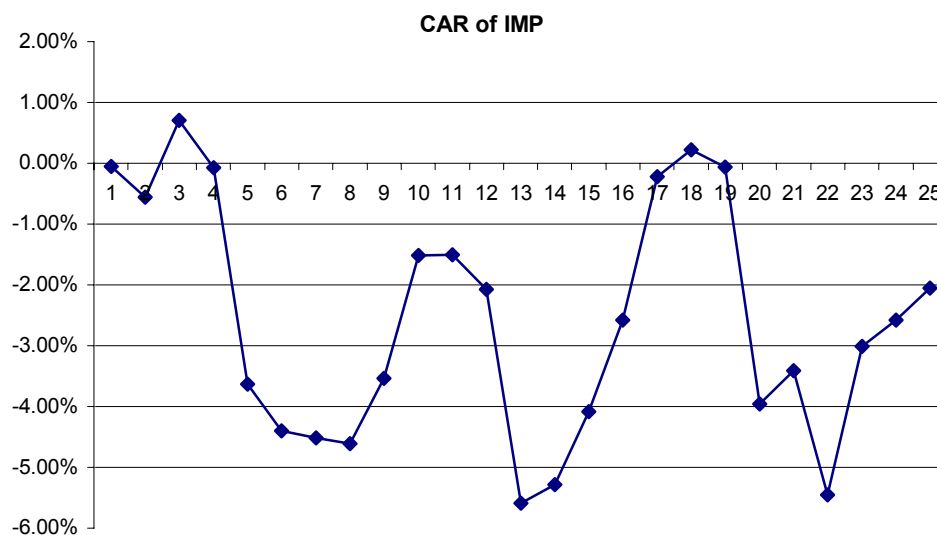
IMPRET=C(1)+C(2)\*BETCRET

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.005716	0.010184	-0.561320	0.5758
C(2)	0.621094	0.595752	1.042537	0.2996
R-squared	0.010543	Mean dependent var		-0.005870
Adjusted R-squared	0.000843	S.D. dependent var		0.103888
S.E. of regression	0.103844	Akaike info criterion		-1.672803
Sum squared resid	1.099933	Schwarz criterion		-1.621949
Log likelihood	88.98575	F-statistic		1.086884
Durbin-Watson stat	2.041920	Prob(F-statistic)		0.299627

Indicatorul CAR:

Luna	AR	CAR
1	-0.05%	-0.05%
2	-0.51%	-0.56%
3	1.26%	0.71%
4	-0.78%	-0.08%
5	-3.55%	-3.63%
6	-0.77%	-4.40%
7	-0.11%	-4.51%
8	-0.09%	-4.61%
9	1.07%	-3.54%
10	2.02%	-1.52%
11	0.01%	-1.50%
12	-0.57%	-2.08%
13	-3.52%	-5.59%
14	0.30%	-5.29%
15	1.21%	-4.08%
16	1.51%	-2.57%
17	2.35%	-0.22%
18	0.45%	0.22%

19	-0.29%	-0.07%
20	-3.89%	-3.96%
21	0.55%	-3.41%
22	-2.05%	-5.45%
23	2.44%	-3.01%
24	0.44%	-2.58%
25	0.53%	-2.05%



Rezultatele sunt contradictorii: după prima divizare se constată o scădere a randamentului reziduu iar după a doua diviziune o creștere.

### Banca Agricolă<sup>59</sup>

Divizarea a avut loc la data de 29 septembrie 1999.

Regresia înainte de diviziune:

Dependent Variable: AGRRET

Method: Least Squares

Sample: 1 203

Included observations: 203

AGRRET=C(1)+C(2)\*BETCRET

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.003149	0.004755	-0.662288	0.5085
C(2)	1.157502	0.392959	2.945601	0.0036
R-squared	0.041381	Mean dependent var		-0.001970
Adjusted R-squared	0.036611	S.D. dependent var		0.068773
S.E. of regression	0.067503	Akaike info criterion		-2.543499
Sum squared resid	0.915876	Schwarz criterion		-2.510856
Log likelihood	260.1651	F-statistic		8.676566
Durbin-Watson stat	1.547148	Prob(F-statistic)		0.003604

<sup>59</sup> Pentru calcularea indicatorilor, a fost folosit cursul mediu zilnic, din perioada decembrie 1998 – ianuarie 2000

Regresia după diviziune:

Dependent Variable: AGRRET

Method: Least Squares

Sample: 1 72

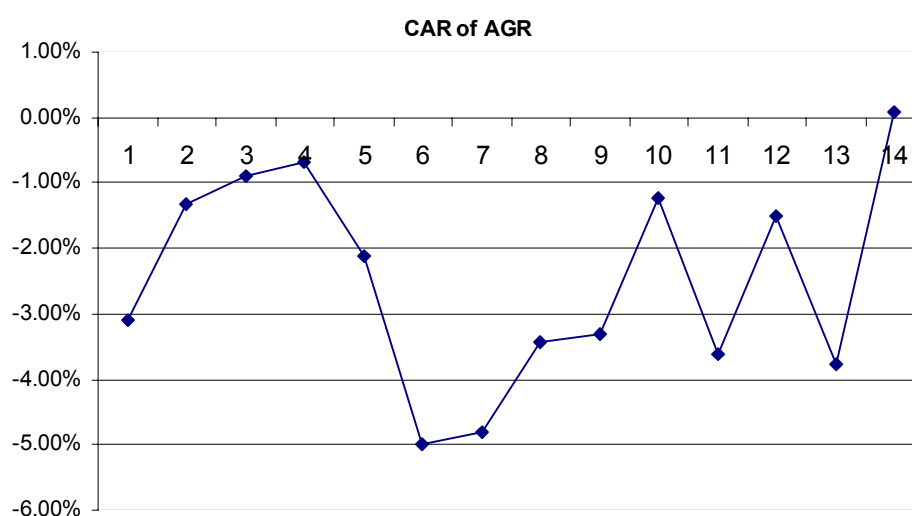
Included observations: 72

AGRRET=C(1)+C(2)\*BETCRET

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.013676	0.021884	-0.624919	0.5341
C(2)	2.582281	1.021827	2.527122	0.0138
R-squared	0.083606	Mean dependent var		-0.015694
Adjusted R-squared	0.070514	S.D. dependent var		0.192477
S.E. of regression	0.185567	Akaike info criterion		-0.503420
Sum squared resid	2.410451	Schwarz criterion		-0.440179
Log likelihood	20.12310	F-statistic		6.386344
Durbin-Watson stat	1.925152	Prob(F-statistic)		0.013762

Tabelul cu indicatorii CAR:

Luna	AR	CAR
1	-3.09%	-3.09%
2	1.76%	-1.34%
3	0.44%	-0.90%
4	0.21%	-0.69%
5	-1.44%	-2.13%
6	-2.86%	-4.99%
7	0.18%	-4.81%
8	1.37%	-3.45%
9	0.14%	-3.31%
10	2.09%	-1.22%
11	-2.40%	-3.62%
12	2.11%	-1.51%
13	-2.25%	-3.76%
14	3.84%	0.08%



Înainte de diviziune, randamentul reziduu a înregistrat o creștere, iar după diviziune nu a mai avut nici o tendință. Acest fapt este în concordanță cu forma semiforte de eficiență. În cazul



Băcii Agricole era cunoscut faptul că se confrunta cu probleme financiare, iar prețurile s-au ajustat la aceste informații conform teoriei piețelor eficiente.

## 2.2.2. Listarea de noi companii la bursa

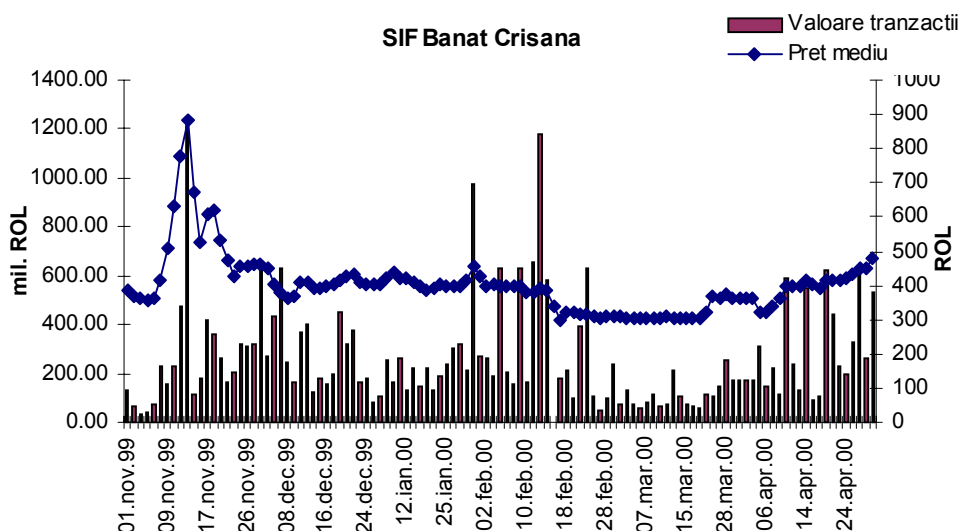
În privința cotării companiilor la cota bursei de valori apar două probleme: prima, dacă cotarea unei companii va conduce la creșterea în mod permanent a valorii firmei și a doua, datorită expectațiilor și percepțiilor privind listarea companiilor dacă este posibil de obținut câștiguri peste medie prin investirea în titlurile firmei în momentul în care aceasta dă publicității anunțul privind cotarea sau în momentul când compania este listată.

În privința acestor întrebări, Van Horne<sup>60</sup>, a găsit evoluții pozitive ale cursurilor acțiunilor pentru noile titluri emise în perioada anterioară listării, dar dacă se iau în considerare și costurile de tranzacționare, el a concluzionat că nu a fost posibilă obținerea de profituri peste medie din aceste evenimente.

Alte teste au fost realizate de Sanger și McConnel<sup>61</sup>, care au ajuns la concluzia că în perioada cuprinsă între publicarea anunțului și listarea efectivă a titlului la cota bursei s-au înregistrat randamente pozitive superioare mediei (anormale), iar după listare randamente negative anormale ceea ce contrazice ipoteza piețelor eficiente. Concluzia lor a fost că, în general investitorii cumpără titlurile după publicarea anunțului de cotare, le vând short la o perioadă scurtă după cotarea efectivă și le vând efectiv la scurt timp după vânzarea short.

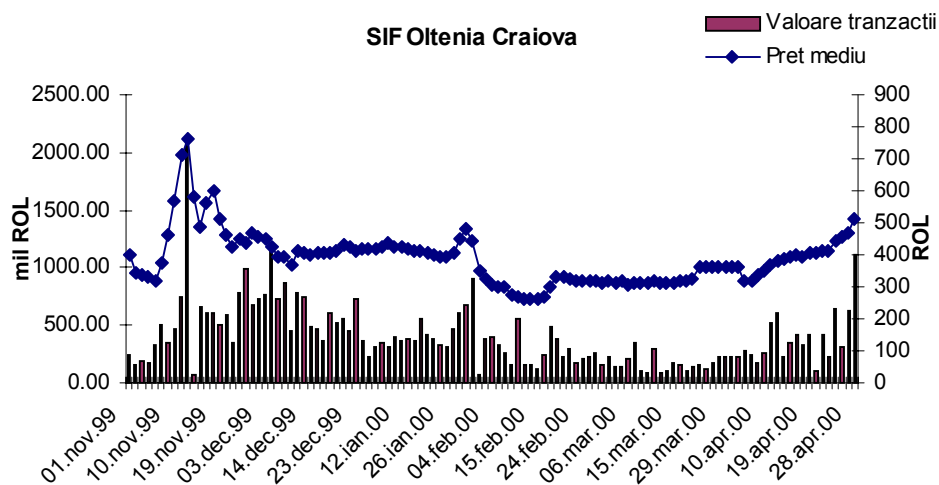
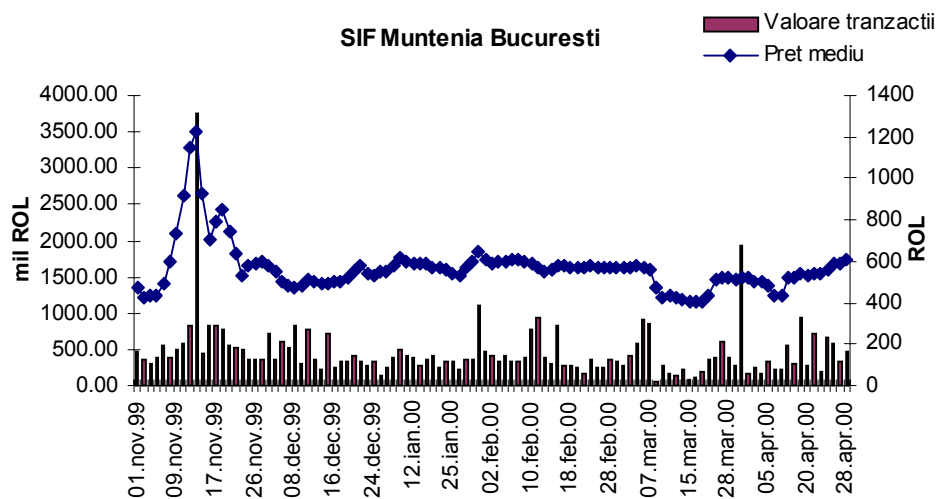
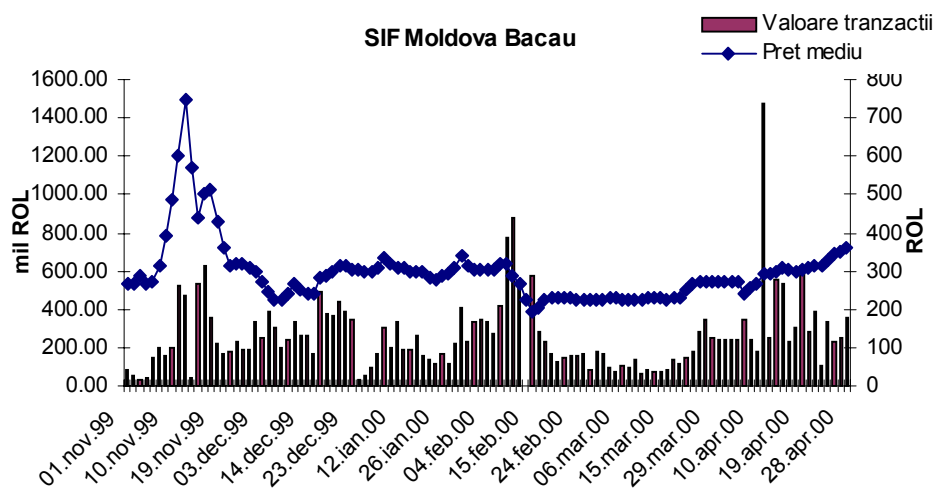
### Teste pentru piața românească de capital

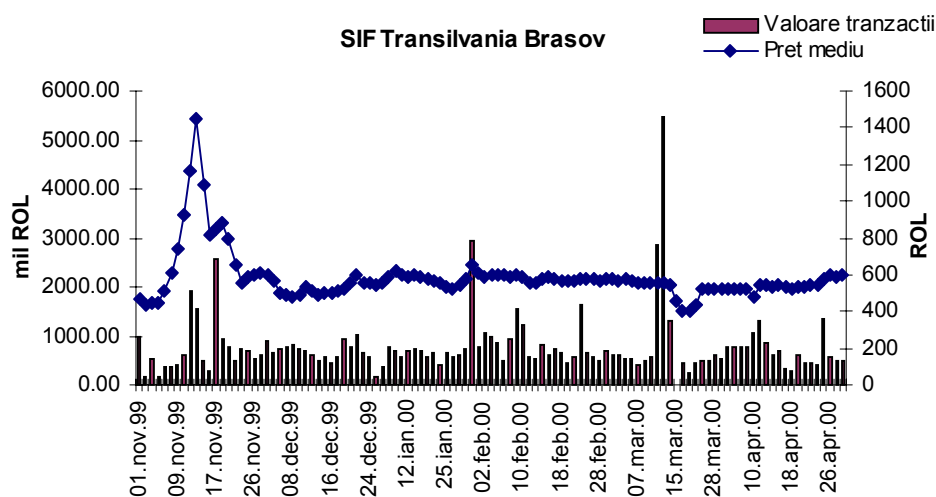
Pentru a vedea modul cum evoluează cursul bursier la cotarea la Bursa de Valori București a noilor companii, în graficele de mai jos sunt prezentate evoluțiile cursurilor fondurilor închise de investiții cotate. Aceste fonduri de investiții, având portofolii de acțiuni, structura acestor portofolii fiind accesibilă publicului, sunt ușor de evaluat, și deci, valoarea unui titlu este ușor de evaluat.



<sup>60</sup> Reilly, Frank K. (1989); „Investment Analysis and Portfolio Management. Third Edition”; The Dryden Press; p 223

<sup>61</sup> Reilly, Frank K. (1989); „Investment Analysis and Portfolio Management. Third Edition”; The Dryden Press; p 224





Cursul tuturor acestor societăți, după cotare, a înregistrat creșteri abrupte, după care au urmat scăderi abrupte, iar apoi cursul a fost foarte stabil. În concluzie, a existat o suprareacție a pieței, ceea ce nu corespunde formei semiforte de eficiență.

### 2.2.3. Anunțuri informative realizate de firme

Sursele majore de informații sunt anunțurile publice periodice realizate de purtătorii de cuvânt ai firmelor și bilanțurile contabile anuale.

#### Anunțurile privind câștigurile

Studiile mai vechi au examinat comportarea prețurilor în timpul săptămânilor dinaintea și de după publicarea anunțurilor privind câștigurile și concluzia a fost că aceste anunțuri au o componentă informațională și valoarea acestor informații a fost rapid reflectată în prețuri. Întrebarea principală nu este dacă anunțurile au sau nu o valoare informațională, ci impactul pe care îl au anunțurile așteptate și neașteptate privind câștigurile asupra prețurilor. Anunțurile corporațiilor privind câștigurile pot sau nu reprezenta noi informații pentru investitori. Dacă câștigurile sunt așteptate, în momentul anunțului prețurile sunt deja corectate cu nivelul de venituri anunțat. Dacă câștigurile anunțate nu sunt așteptate, va fi necesară o ajustare a prețului. În acest caz, dacă piețele sunt eficiente, ajustarea prețului va fi instantanee. Dacă acestea sunt ineficiente, va exista o întârziere în ajustare și, deci, posibilitatea unor profituri speculative.

Ball și Brown au examinat impactul anunțurilor privind câștigurile neașteptate asupra prețului bursier, folosind date de la 261 de firme din perioada 1946 – 1966<sup>62</sup>. Ei au identificat fiecare anunț ca fiind favorabil sau nefavorabil. Anunțurile favorabile au fost considerate acelea în care câștigurile raportate au fost mai mari decât cele previzionate prin diferite modele. Anunțurile nefavorabile au fost acelea în care câștigurile raportate au fost mai mici decât cele prognozate. Pentru fiecare grup, Ball și Brown au calculat indicatorul *CAR* pentru 12 luni înainte și 6 luni după anunț. Ei au ajuns la următoarele concluzii:

- Piața anticipează cu acuratețe rapoartele favorabile și nefavorabile privind câștigurile și prețurile sunt ajustate în concordanță cu aceste anticipări. Indicatorul *CAR* crește în timpul

<sup>62</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brown Higher Education; p 376

anului pentru câștigurile favorabile și scade pentru cele nefavorabile. Deci, piața este capabilă să prognozeze câștigurile unei companii și să ajusteze prețurile în consecință.

- O parte din anunțurile favorabile (sau nefavorabile) nu au fost anticipate complet și prețurile continuă să se ajusteze după anunțuri.

Când ajustarea prețurilor de după anunțuri nu este instantanee, modificările prețurilor sunt mici și nu sunt suficient de mari pentru a acoperi costurile de tranzacționare (comisioane și costuri de informare). Ball și Brown au concluzionat că nu mai mult de 10-15% din informația din raporturile anuale nu este anticipată de către piață.

Brown și Kennelly folosind o procedură îmbunătățită, au împărțit știrile în “bune”, “nefavorabile” și “indiferente”. Rezultatele au fost similare cu cele descoperite de Ball și Brown. Dar anumiți cercetători au descoperit o întârziere persistentă în ajustarea prețurilor. De exemplu, Brown, folosind randamentele zilnice, a observat un trend pozitiv al prețurilor pentru acțiunile emise de firme cu rapoarte anuale pozitive și un trend negativ pentru firmele cu rapoarte nefavorabile care au durat mai mult de 60 zile după anunț. Joy, Litzenberger și McEnally au folosit datele săptămânale de dinainte și după raportul trimestrial privind câștigurile și au observat că:

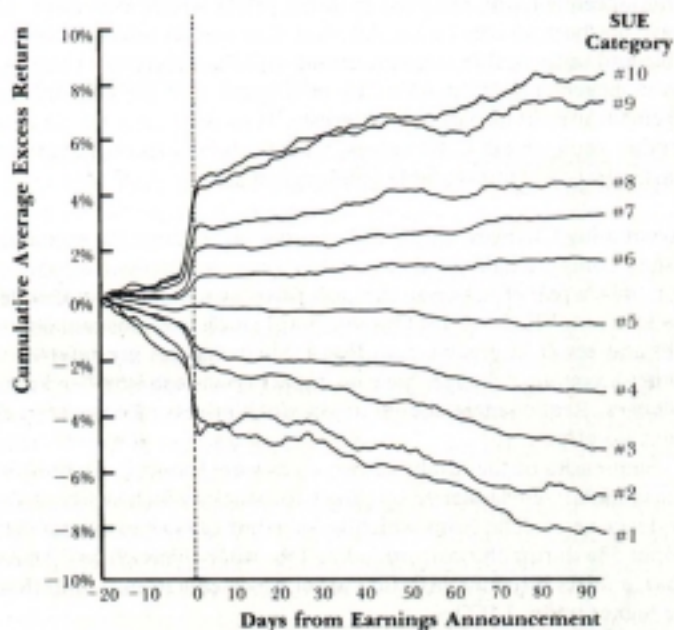
- în cazul câștigurilor așteptate, acțiunile nu prezintă nici un trend distinct;
- în cazul câștigurilor slabe neașteptate, ajustarea prețului se face imediat;
- în cazul câștigurilor bune neașteptate, ajustarea prețului continuă și după 26 de săptămâni după anunț.

Într-un alt studiu, Rendleman, Jones și Latane au împărțit mărimea câștigurilor neașteptate în 10 grupe<sup>63</sup>. Pentru a realiza acest lucru, ei au calculat câștigurile neașteptate standard (*SUE* – „standardized unexpected earnings”).  $SUE = \frac{EPS - E(eps)}{SEE}$ , unde *EPS* reprezintă câștigurile

pe acțiune anunțate pe un anumit trimestru, *E(eps)* este estimarea lui *EPS* prin regresie pe baza câștigurilor istorice, *SEE* este eroarea standard pentru estimare. S-au folosit anunțurile trimestriale privind câștigurile de la aproximativ 1000 firme în timpul perioadei 1972 – 1980. *SUE* a fost calculat pentru fiecare firmă pe un anumit trimestru și în funcție de această valoare firma a fost plasată într-una din cele 10 grupe. Acest algoritm a fost aplicat pentru toate trimestrele. În final a fost calculat indicatorul *CAR* pentru fiecare grupă începând cu 20 zile înainte de anunț și până la 90 zile după anunț. Rezultatele sunt prezentate în graficul următor.

---

<sup>63</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brawn Higher Education; p 377



Sursa: Radcliffe, Robert C.; *Investment. Concepts, Analysis, Strategy; Third Edition; Scott Foresman/Little, Brown Higher Education, 1990*

În ziua următoare anunțului, randamentele acțiunilor au evoluat în direcția așteptată. Firmele cu valori pozitive ale indicatorului *SUE* au avut randamente în exces față de randamentele sugerate prin modelul pieței iar firmele cu valori negative ale *SUE* randamente mai mici decât cele așteptate. Acest fapt este în concordanță cu ajustarea rapidă a prețurilor implicată de teoria piețelor eficiente. Rezultatele nu sunt în concordanță cu teoria piețelor eficiente. De exemplu, mișcările continue ale *CAR* după 90 de zile de la anunț. Pentru ca teoria piețelor eficiente să fie confirmată, toate ajustările prețurilor ar trebui să se întâmple la data anunțului. Dar în general prețurile par a se ajusta la anunțurile neașteptate, problema fiind rapiditatea acestei ajustări.

### Proгноzele managementului

Ocazional managementul prezintă prognoze privind câștigurile pe acțiune înainte publicării rapoartelor financiare. Unul dintre primele studii privind efectele asupra prețurilor ale unor astfel de anunțuri a fost Foster. El a sugerat că prognozele managementului au un conținut informațional numai dacă aceste prognoze diferă de așteptările pieței. El a concluzionat că orice conținut informațional din anunț este reflectat în prețurile acțiunilor în două zile. Studiile recente nu au obținut aceleași rezultate. Toate au arătat că cursurile pieței tind să anticipeze anunțurile favorabile și nefavorabile. Unele studii au arătat că după ziua anunțurilor valorile *CAR* sunt stabile în timp ce altele au arătat o deviație în *CAR* în special pentru anunțurile nefavorabile.

### Schimbările metodologiei contabile

Firmele ocazional își schimbă metodologia contabilă folosită pentru întocmirea bilanțului contabil și declarației de venit. În anumite cazuri, schimbările pot avea un efect real asupra cash-flow-urilor către deținătorii de acțiuni. De exemplu, schimbarea metodei de evaluare a inventarului de la FIFO la LIFO poate reduce substanțial taxele plătite de firmă rezultând cash-flow-uri mai mari. Aceste schimbări sunt denumite schimbări reale. Alte schimbări ale metodologiei contabile nu au nici un impact asupra cash-flow-urilor și sunt denumite

schimbări cosmetice. Schimbările reale afectează prețul acțiunilor în timp ce schimbările cosmetice nu afectează.

Multe studii au arătat cum schimbările metodologiei contabile afectează prețul acțiunilor. În general, ele indică că piața este destul de rațională pentru a face distincția între schimbările cosmetice și cele reale.

### **Tranzacțiile în blocuri mari**

Un bloc de acțiuni este considerat de către clasificarea Barron a avea un volum de 20000 acțiuni sau mai mult, dar frecvent se consideră că un bloc are 50000 acțiuni. Știind că teoria piețelor eficiente implică faptul că investitorii au așteptări omogene atunci curba cererii de acțiuni ar fi perfect elastică și orice schimbare în ofertă nu ar avea nici un impact asupra prețurilor. În timp ce prețurile ar putea să se schimbe la o anumită dată în momentul în care crește/scade numărul de acțiuni oferite spre vânzare, schimbarea prețului nu va fi datorată schimbărilor de ofertă ci informațiilor ce sosesc pe piață în acel moment. Într-un studiu Scholes<sup>64</sup> a examinat randamentele firmelor („firm-unique returns”) asociate cu oferte mari pe piața secundară și a concluzionat că vânzările de blocuri coincid cu o scădere de randament de 1% sau 2%. Din moment ce Scholes nu a găsit nici o relație între mărimea tranzacției și declinul prețului și nici o îmbunătățire ulterioară a prețului, el a concluzionat că declinul prețului nu s-a datorat vânzării de blocuri ci unor informații nefavorabile ce au determinat realizarea echilibrului la un nivel inferior. Rezultatele lui Scholes sunt în concordanță și cu ajustarea imediată a prețului la apariția unor noi informații și cu așteptările omogene.

Într-un alt studiu, Kraus și Stoll au examinat tranzacțiile de volum mare de la NYSE, dar nu au inclus și ofertele secundare. Rezultatele lor au fost puțin diferite față de cele ale lui Scholes. Ei au observat următoarea comportare a prețului în ziua unei tranzacții de volum mare. Pe măsură ce se caută potențiali cumpărători, prețul începe să scadă sub nivelele din zilele trecute. Blocul este vândut la un preț apropiat de cel mai mic preț al zilei (mai mic cu 1,86% decât prețul de deschidere). După tranzacție, prețul începe să crească dar nu va atinge prețul de deschidere din ziua respectivă (mai mic cu 1,148% față de prețul de deschidere). Kraus și Stoll cred că aceste rezultate implică două efecte ale tranzacțiilor în blocuri: impactul lichidității și impactul informațional. Impactul lichidității reprezintă diferența dintre prețul de tranzacționare al blocului și prețul de la sfârșitul zilei. Se crede că impactul lichidității reprezintă o reducere a prețului pentru a atrage cumpărători. Impactul informațional reprezintă diferența dintre prețul la sfârșitul zilei și prețul de deschidere și reflectă efectul informației negative datorată faptului că cineva dorește să renunțe la un număr foarte mare de acțiuni. Impactul informațional este în concordanță cu teoria piețelor eficiente, în timp ce cel de lichiditate nu este. În plus, impactul lichidității este mic (în medie aproape 0,7%) și nu indică o ineficiență majoră a pieței sau o sursă de profituri speculative mari, în special după plata comisioanelor.

### **Noi emisiuni de acțiuni**

Conform teoriei piețelor eficiente, cursurile la care noile acțiuni sunt oferite publicului ar trebui în medie să fie egale cu nivelul lor de echilibru. Nu ar trebui ca noile acțiuni să fie subevaluate din moment ce emitenții corporativi insistă ca intermediarii lor pentru plasarea emisiunii să obțină cele mai bune prețuri posibile. Similar, nu ar trebui nici ca acțiunile să fie

<sup>64</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brawn Higher Education; p 378

supraevaluate din moment ce cumpărătorii doresc să plătească cel mai mic preț. Dacă investitorii au așteptări omogene, prețurile noilor emisiuni ar trebui să fie egale cu nivelul lor de echilibru. Ibbotson a investigat comportarea prețurilor istorice ale noilor emisiuni în timpul primelor 60 de luni de după emisiune și a obținut niște rezultate neconcludente<sup>65</sup>. Astfel, cumpărările inițiale de noi acțiuni par a avea un randament anormal de 11-12% în timpul primei luni de deținere a titlului, dar de la a treia lună prețurile noilor acțiuni par a atinge nivelul de echilibru. Rezultatele lui Ibbotson sugerează scăderea continuă a riscului beta în primele 60 de luni de după emisiune. De asemenea există posibilitatea existenței unui risc mare, incomensurabil în primele două luni de la emitere – ceea ce poate explica randamentul anormal de 11-12%. Dar, până la mai buna înțelegere a unor asemenea riscuri, rezultatele sunt contrare formei semitare de eficiență.

### Alte studii

1. *Creșterea ofertei de monedă*. Studii realizate de Rozeff, de Cooper și de Rogalski și Vinso sugerează că creșterea ofertei de monedă afectează direct cursurile acțiunilor. Schimbările anticipate și neanticipate ale ofertei de monedă sunt aproape instantaneu reflectate în prețuri.
2. *Schimbarea dividendului*. Atât Watts, cât și Pettit au modelat variația dividendelor și au arătat că prețurile tind să anticipeze asemenea schimbări.
3. *Recomandările de investiții*. Davies și Canes au analizat impactul asupra prețului a recomandărilor favorabile și nefavorabile. Informația pare să aibă un efect imediat asupra cursurilor în direcția așteptată.
4. *Opțiuni*. Chiras și Manaster au prezentat faptul că există dezechilibre temporare între opțiuni și cursurile acțiunilor ce pot produce randamente anormale.

### Îndoieli privind validitatea formei semitare de eficiență

Două tipuri de studii – ambele bazate pe reacția exagerată a pieței – au pus la îndoială validitatea teoriei piețelor eficiente. Primul tip de studii se concentrează asupra prețurilor indicilor și sugerează că randamentele indicilor sunt mult mai volatile decât ar trebui să fie. Al doilea se concentrează asupra acțiunilor individuale și sugerează că participanții pe piață reacționează exagerat la știri referitoare la companii individuale.

#### 2.2.4. Ineficiența pieței pe termen lung

O altă părere în privința eficienței pieței de capital este că prețul acțiunilor se ajustează lent la noile informații, și din această cauză trebuie examinat randamentul pe termen lung pentru a se forma o imagine completă asupra eficienței pieței de capital.

Piața generează pe termen lung supra-reacții („over-reactions”) și reacții slabe („under-reactions”). Conform lui Fama<sup>66</sup>, dacă piața este eficientă, anomaliile vor fi împărțite aleator, deci supra-reacțiile vor fi la fel de frecvente ca și reacțiile slabe.

<sup>65</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brown Higher Education; p 382

<sup>66</sup> Fama, Eugene F. (June 1997); „Market Efficiency, Long-Term Returns, and Behavioral Finance”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

Una dintre primele lucrari referitoare la suprareacțiile pe termen lung a fost realizată de DeBondt și Thaler<sup>67</sup> (1985). Ei au arătat că atunci când titlurile sunt ordonate în funcție de rentabilitatea din ultimii 3 – 5 ani, titlurile care în perioada anterioară au avut cel mai mare randament tind să aibă un randament scăzut în perioada următoare și vice-versa. Ei atribuie aceste anomalii pe seama supra-reacțiilor la informații. În formarea expectațiilor, investitorii acordă o importanță mult mai mare performanțelor trecute ale firmelor și mult prea mică faptului că aceste performanțe se pot inversa.

Un alt studiu a fost realizat de Lakonishok, Schleifer și Vishny (1994)<sup>68</sup>. Ei consideră că firmele cu *PER*, *Cash Flow/preț* mari tind să aibă o creștere a veniturilor mică în perioada anterioară, iar firmele cu *PER*, *CF/P* mici tind să aibă creștere puternică a veniturilor în perioada trecută. Din cauză că piața supra-reacționează, firmele cu *PER* și *CF/P* mici (care au avut performanțe slabe în perioada anterioară) au randamente mari în perioada următoare, în timp ce celelalte (care au avut performanțe bune în perioada anterioară) au randamente viitoare scăzute.

În privința reacțiilor slabe<sup>69</sup>, Ball și Brown (1968), Bernard și Thomas (1990) au arătat că prețurile tind să răspundă la venituri la o perioadă de aproximativ un an de la anunțarea acestora.

Desai și Jain (1997) și Ikenberry, Rankine și Stice (1996) au arătat că firmele care își divizează acțiunile beneficiază de randamente pozitive anormale pe termen lung atât înainte, cât și după diviziune. Ei consideră că randamentele de după diviziune se datorează unei reacții slabe a pieței la informațiile semnalizate de diviziune.

Lakonishok și Vermaelen (1990) și Ikenberry, Lakonishok și Vermaelen (1995) au observat un randament pozitiv anormal după producerea evenimentului („post-event”) pe termen lung pentru acțiunile firmelor care își achiziționează acțiunile proprii de pe piață. Explicația este că piața reacționează slab la semnalul pozitiv (referitor la performanța viitoare) dat de firmă în momentul cumpărării propriilor acțiuni de pe piață.

Anumite anomalii ale randamentului pe termen lung sunt mai dificil de clarificat. De exemplu, Asquith (1983) și Agrawal, Jaffe și Mandelker (1992)<sup>70</sup> au descoperit randamente pe termen lung negative premergătoare fuziunilor pentru firmele ce achiziționează alte companii. Acest fapt poate fi atribuit unei reacții slabe a pieței față de o decizie de investiții discutabilă (Roll – 1996) sau unei supra-reacții față de performanța bună a firmelor ce achiziționează companii înainte de fuziune (Mitchell și Stafford – 1997).

Modelele de evaluare a activelor financiare s-au bazat pe următoarele premise: procesarea informațiilor este complet rațională și completa cunoaștere (fundamentală) a structurii economiei. Cu alte cuvinte, investitorii din modelele tradiționale, ar fi trebuit să se comporte perfect. Din această cauză, pentru explicarea comportamentului mai puțin perfect al investitorilor, cercetătorii au trebuit să relaxeze cele două ipoteze.

Teoria finanțelor comportamentale relaxează prima ipoteză, astfel se considera că anumiți agenți nu se comportă perfect rațional la un moment dat. Conform acestor teorii, investitorii

<sup>67</sup> Fama, Eugene F. (June 1997); „Market Efficiency, Long-Term Returns, and Behavioral Finance”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

Fama, Eugene F. (June 1997); „Market Efficiency, Long-Term Returns, and Behavioral Finance”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

Fama, Eugene F. (June 1997); „Market Efficiency, Long-Term Returns, and Behavioral Finance”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

<sup>70</sup> Fama, Eugene F. (June 1997); „Market Efficiency, Long-Term Returns, and Behavioral Finance”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>



nu pot procesa corect informațiile disponibile datorită faptului ca aceștia suferă de “deregleri” cognitive („cognitive biases”). Astfel, ei pot afecta prețurile chiar și atunci când dispun de informații considerabile.

Un alt set de teorii care explică anomaliile financiare menține ipoteza de rationalitate completă în privința expectațiilor rationale, dar relaxează ipoteza că investitorii au o cunoaștere completă a structurii (fundamentale) a economiei. Pentru a aprecia aceste teorii, este esențială cunoașterea diferenței dintre “raționalitatea axiomatică” și “expectații raționale”. Așa cum explică Friedman (1979)<sup>71</sup>, distincția dintre raționalitatea axiomatică și expectațiile raționale este distincția dintre exploatarea informațiilor și disponibilitatea informațiilor. Investitorii raționali, într-o lume a expectațiilor raționale nu numai că exploatează complet și optim toate informațiile disponibile, ci și setul informațiilor disponibile este setul complet de informații. Investitorii axiomatic raționali, care trăiesc în afara unei lumi a expectațiilor raționale, exploatează complet și optim toate informațiile disponibile, dar nu dispun de toate informațiile relevante cu privire la starea economiei. Modelele de “incertitudine structurală” generează anomalii financiare din greșelile care pot rezulta atunci când acești investitori raționali rămân neinformați cu privire la mediul economic în care acționează.

### **2.3. Forma tare de eficiență**

Conform formei tari de eficiență, cursurile bursiere reflectă toate informațiile (publice sau altfel); nici un grup de investitori neavând un monopol asupra accesului la informații relevante referitoare la formarea cursurilor. Astfel, nici un grup de investitori nu va putea obține profituri peste medie. Forma tare de eficiență include celelalte două forme de eficiență. Mai mult, presupune nu numai ca piața să fie eficientă (prețurile se ajustează rapid odată cu apariția unor noi informații publice), ci și ca piața să fie perfectă – toate informațiile să fie disponibile oricui în același moment de timp.

Conform formei tari de eficiență, toți indivizii au același set de informații. Nici unul nu are monopol asupra unei informații relevante. Deoarece anumite grupuri – analiști, manageri de portofoliu, persoane care dețin funcții de conducere în corporații – sunt considerați a avea cele mai multe informații despre acțiuni, testele privind forma tare de eficiență se concentrează pe performanța acestor grupuri printr-o strategie de cumpărare și deținere.

**Analiștii bursieri.** Cunoscând tehnici de analiză sofisticate și dedicându-și timpul disponibil analizei acțiunilor, ei ar trebui să fie singurii capabili să identifice acțiunile sub- și supra-evaluate. Dar nu întotdeauna este astfel.

Diefenbach a examinat utilitatea recomandărilor făcute clienților instituționali de către analiștii bursieri<sup>72</sup>. În general, asemenea recomandări nu sunt disponibile publicului. Diefenbach a colectat toate recomandările primite de o firmă de investiții între noiembrie 1967 – mai 1969. Apoi a fost măsurată performanța fiecărei acțiuni recomandate pentru a fi cumpărată sau vândută în următoarele 52 de săptămâni și comparate cu performanța indicelui Standard & Poor’s Industrial Index. Rezultatele au arătat că raportul dintre recomandările de

<sup>71</sup> Brav, Alon; J. B. Heaton (January 2000); „Competing Theories of Financial Anomalies”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

<sup>72</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brawn Higher Education; p 388

cumpărare și cele de vânzare este de 26:1. În medie, acțiunile recomandate pentru cumpărare au înregistrat o scădere de -0,3%, și numai 47% dintre acțiunile recomandate au înregistrat o creștere mai mare decât cea a indicelui S&P Industrial. În schimb, recomandările de vânzare au fost mult mai exacte. 74% dintre acțiunile recomandate pentru vânzare au înregistrat o scădere mai mare decât cea a indicelui S&P Industrial.

Într-un alt studiu, Logue și Tuttle au examinat performanța recomandărilor făcute de analiști publicului larg<sup>73</sup>. Utilizând aproape orice recomandare făcută de șase firme majore de brokeraj, în perioada iulie 1970 – iunie 1971, ei au calificat, subiectiv, fiecare recomandare ca “cumpără”, “cumpără moderat”, “deține”, “vinde moderat” și “vinde”. În medie, recomandările nu s-au comportat mai bine sau mai rău în raport de cumpărarea/vânzarea aleatoare de acțiuni. Ca și Diefenbach, și Logue și Tuttle au observat o tendință de randamente mai mari la recomandările de vânzare. Cu toate acestea, ei au concluzionat că un investitor care urmează sfaturile unei firme de brokeraj, în medie, obține același randament ca și când ar alege aleator titlurile.

Dar atât în studiile lui Diefenbach, cât și ale lui Logue și Tuttle, au existat anumiți analiști care în mod consistent au obținut randamente superioare. De exemplu, Groth, Lewellen, Schlarbaum și Lease au observat un exces de randament pozitiv în luna în care analiștii de la o firmă de brokeraj au făcut recomandări de cumpărare/vânzare. Recent, Bjerring, Kakonishola și Versmaelen, într-un studiu, au arătat că recomandările realizate de o firmă importantă canadiană de brokeraj au adus un randament anormal pozitiv semnificativ după luarea în considerare a costurilor de tranzacții<sup>74</sup>. Pe ansamblu, există evidența că analiștii bursieri pot prognoza mai bine evoluția pieței astfel încât se pot obține randamente superioare celor normale.

Un alt grup care are acces monopolistic informații este și cel al specialiștilor bursieri (market makers), și pot folosi aceste informații pentru obținerea de profituri peste medie.

**Managerii de portofolii.** În favoarea lor sunt considerate două avantaje, din care doar primul este recunoscut de către teoria piețelor eficiente:

- reunind mai multe fonduri ale unor investitori diverși se ajunge la creșterea diversificării;
- fondurile gestionate de către profesioniști au randamente mai mari decât celelalte fonduri.

Mai multe studii au examinat performanța istorică a portofoliilor gestionate profesionist. De exemplu, în studiul lui Jensen asupra randamentelor fondurilor mutuale dintre 1955 – 1964<sup>75</sup> s-a arătat că randamentul mediu a fost mai mic decât randamentul unei strategii de cumpărare și deținere; și fondurile care au avut randamente superioare acestei strategii într-o perioadă, de obicei, în perioada următoare au avut randamente mai mici. Fondurile ce au realizat randamente superioare în ambele perioade pot datora acest lucru șansei.

Pe ansamblu, există foarte puține dovezi că managementul profesionist al portofoliilor este capabil să obțină în mod consistent randamente superioare față de o strategie de cumpărare și deținere.

<sup>73</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brown Higher Education; p 388

<sup>74</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brown Higher Education; p 388

<sup>75</sup> Haugen, Robert A. (1990); „Modern Investment Theory. Second Edition”; Prentice Hall; p 655

**Persoane din conducerea companiilor (insiders).** Este vorba de directori, ofițeri și principalii acționari. Datorită cunoașterii îndeaproape a firmei, aceste persoane pot deține informațiile din care să rezulte profituri speculative.

Pentru a testa dacă *insiderii* posedă și folosesc informații speciale, Jaffe a examinat tranzacțiile insiderilor cu 200 de acțiuni cotate la NYSE la date diferite între 1962 – 1968<sup>76</sup>. Randamentul mediu rezidual cumulativ a fost calculat la trei momente după tranzacția insiderului (una, două și opt luni) într-o încercare de a examina comportarea prețului pe termen scurt și pe termen lung. Indicatorul *CAR* pentru tot eșantionul nu este în mod special mare. Dar randamentele pentru prima și a doua lună după tranzacție sunt suficient de mari pentru a nu fi atribuite șansei. Până la sfârșitul primei luni randamentul anualizat este de 7,3%. Astfel, studiul lui Jaffe pare să demonstreze că insiderii au acces la informații privilegiate și obțin profit pe seama lor.

Tranzacțiile făcute de către insideri sunt publicate în “Official Summary of Insiders Trading” de către Security and Exchange Comision după două luni de la realizare. Jaffe a demonstrat că cei care utilizează aceste informații obțin după plata costurilor tranzacțiilor profituri speculative de 2,5%. Astfel, această realitate contrazice forma de eficiență semitare și tare a teoriei piețelor eficiente.

Conform lui Fama, forma tare a piețelor eficiente este văzută în general ca modelul ideal și pe baza ei pot fi puse în lumină ineficiențele (deviațiile) pieței. Cele mai bine documentate deviații<sup>77</sup> sunt: una dintre deviații a fost documentată de Niederhoffer și Osborne, care au aratat că specialiștii bursieri de pe piețele bursiere majore au acces monopolistic la informații și pot obține câștiguri peste medie. Acest fapt ridică problema dacă funcția de market maket a unui specialist nu poate fi realizată prin alte mecanisme care nu implică acces monopolistic la informații. O altă deviație, pusă în evidență de Scholes, constă în faptul că persoanele din interiorul corporațiilor au acces monopolistic la informațiile din interiorul firmei lor.

### **2.3.1. Testarea formei tari de eficiență pe piața românească de capital**

Testul a fost făcut pe baza performanței istorice a majorității fondurilor mutuale care operează în România în anul 1999. A fost realizată structura de portofoliu agregată. Apoi, pe baza acestei structuri de portofoliu s-a calculat rentabilitatea anuală (implicită), calculată lunar, ținând cont de ratele de randament din economie. Această rentabilitate (implicită) a fost comparată cu rentabilitatea reală înregistrată de către fondurile mutuale.

Fondurile mutuale pe baza randamentelor cărora s-a realizat testul sunt:

- Active Clasic
- Active Dinamic
- Active Junior
- Ardaf
- Armonia
- Capital Plus
- FCE

<sup>76</sup> Radcliffe, Robert C. (1990); „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brawn Higher Education; p 389

<sup>77</sup> Fama, Eugene F. (1970); „Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work”; The Journal of Finance

- FIDE
- Fortuna Clasic
- Stabilo
- Tezaur
- Transilvania

Structura portofoliului cumulat al acestor fonduri:

<b>Luna</b>	<b>Disponibil (%)</b>	<b>Certificate de trezorerie (%)</b>	<b>Depozite bancare (%)</b>	<b>Actiuni (%)</b>	<b>Alte active (%)</b>
ianuarie	1.4577	21.5459	63.8073	2.8093	10.3797
februarie	1.1318	30.7556	50.8695	2.3329	14.8923
martie	2.0294	45.5122	40.0638	2.4652	9.9420
aprilie	4.0792	45.0512	36.9476	1.7918	12.1302
mai	8.6513	61.4811	25.1148	1.6090	3.1436
iunie	2.2765	72.5609	21.0963	0.8443	3.2351
iulie	1.7773	73.4176	20.8656	0.6262	3.3142
august	2.1870	74.5352	20.2917	0.5424	2.4323
septembrie	1.1402	65.2318	29.6013	0.3995	3.6387
octombrie	0.7547	69.9136	21.1069	0.5076	7.7314
noiembrie	0.6126	69.7395	19.9723	0.5790	9.0966
decembrie	0.6954	74.2801	13.3261	0.5508	11.3631

Randamentul realizat:

<b>Luna</b>	<b>Randament lunar (%)</b>	<b>Randament anualizat</b>
ianuarie	4.3974	68%
februarie	6.0743	103%
martie	7.2286	131%
aprilie	7.0861	127%
mai	7.3352	134%
iunie	7.1895	130%
iulie	6.6706	117%
august	5.5318	91%
septembrie	4.4416	68%
octombrie	3.9377	59%
noiembrie	3.6605	54%
decembrie	4.0573	61%

Ratele de randament (anualizate) din economie:

Luna	Cont curent	Certificate de trezorerie	Depozite bancare	Ațiuni	Alte active	Randament anual
ianuarie	5.00%	70.36%	68.06%	1.68%	70.36%	<b>66.01%</b>
februarie	5.00%	89.57%	110.24%	-2.16%	110.24%	<b>100.05%</b>
martie	5.00%	78.51%	132.89%	-5.98%	132.89%	<b>102.14%</b>
aprilie	5.00%	111.80%	143.57%	-5.54%	143.57%	<b>120.93%</b>
mai	5.00%	106.97%	84.97%	13.47%	106.97%	<b>91.12%</b>
iunie	5.00%	100.40%	88.84%	16.47%	100.40%	<b>95.09%</b>
iulie	5.00%	74.40%	72.54%	-3.28%	74.40%	<b>72.29%</b>
august	5.00%	68.99%	54.63%	10.91%	68.99%	<b>64.35%</b>
septembrie	5.00%	55.85%	42.74%	-7.45%	55.85%	<b>51.14%</b>
octombrie	5.00%	52.11%	46.40%	0.50%	52.11%	<b>50.29%</b>
noiembrie	5.00%	62.79%	50.61%	-4.36%	62.79%	<b>59.62%</b>
decembrie	5.00%	73.47%	65.78%	-4.90%	73.47%	<b>71.70%</b>

Calculul randamentului în excess:

Luna	Randament	Randamentul strategiei de cumpărare și deținere (implicit)	Excesul de randament
ianuarie	67.60%	66.01%	<b>1.59%</b>
februarie	102.92%	100.05%	<b>2.87%</b>
martie	131.06%	102.14%	<b>28.92%</b>
aprilie	127.40%	120.93%	<b>6.47%</b>
mai	133.83%	91.12%	<b>42.72%</b>
iunie	130.05%	95.09%	<b>34.96%</b>
iulie	117.04%	72.29%	<b>44.75%</b>
august	90.81%	64.35%	<b>26.46%</b>
septembrie	68.45%	51.14%	<b>17.31%</b>
octombrie	58.96%	50.29%	<b>8.66%</b>
noiembrie	53.94%	59.62%	<b>-5.67%</b>
decembrie	61.16%	71.70%	<b>-10.53%</b>
<b>Media</b>	<b>95.27%</b>	<b>78.73%</b>	<b>16.54%</b>

În medie, randamentul în excess în anul 1999 a fost cu 16,54 puncte procentuale peste randamentul implicit (sau cu 19% peste randamentul implicit) ceea ce înseamnă că au fost folosite informații confidențiale de către managerii de portofolii, deci piața, din acest punct de vedere nu poate fi considerată eficientă în forma tare.



### 3. Metode de îmbunătățire a teoriei piețelor eficiente

Pentru a face operațională teoria piețelor eficiente, trebuie specificate structuri adiționale cum ar fi de exemplu preferințele investitorilor, structura informațiilor. Un test al teoriei piețelor eficiente devine un test al câtorva ipoteze auxiliare.

Ipoteza că investitorii sunt agenți complet raționali care procesează instantaneu și corect toată informația disponibilă este în mod sigur nerealistă, raționalitatea este dificil de definit, comportamentul uman este de multe ori nepredictibil, informația poate fi dificil de interpretat, tehnologia și instituțiile se schimbă în mod constant și, de asemenea, adunarea și procesarea informațiilor, precum și realizarea tranzacțiilor necesită costuri semnificative.

O nouă direcție în privința teoriei piețelor eficiente este tratarea acestei teorii un model ideal pe baza căruia poate fi explicată comportarea pieței. De exemplu, se poate observa eficiența relativă a unei piețe față de altă piață.

Un alt punct de vedere este extinderea definiției piețelor eficiente astfel încât să considere că este posibilă obținerea de profituri în exces de către investitorii care beneficiază de avantaje competitive. Motivația pentru acest punct de vedere reiese din aplicarea teoriei clasice a piețelor eficiente unui context nefinanciar cum ar fi o firmă de biotehnologie care încearcă să descopere un vaccin pentru virusul HIV. Dacă piața biotehnologiei este eficientă în sensul clasic al teoriei piețelor eficiente, un asemenea vaccin nu poate fi descoperit niciodată – dacă ar fi putut fi descoperit, cineva ar fi trebuit deja să îl fi descoperit. În cazul în care o companie de biotehnologie descoperă un asemenea vaccin, profiturile sale ar fi imense. Se pune întrebarea dacă ar trebui sau nu să fie considerate profituri în exces sau recompense pentru competență și inovație. În cazul piețelor financiare asemenea profituri nu trebuie considerate dovezi ale ineficienței ale pieței ci recompense pentru descoperiri în știința finanțelor.

Datorită controverselor pe baza teoriei piețelor eficiente, s-au format noi direcții de cercetare, unele dintre ele concentrându-se pe modele matematice mai elaborate, altele pe baze complet noi care privesc piețele financiare din perspective complet noi. Unele dintre acestea privesc piețele financiare dintr-o perspectivă biologică, mai exact din cea evoluționistă, în care piețele, instrumentele, instituțiile și investitorii interacționează și evoluează în mod dinamic, conform „legilor” selecției economice. Pe baza acestui punct de vedere, agenții financiari concurează și se adaptează, dar nu în mod necesar pe baza unui comportament optim.

Dorința de construire de teorii financiare bazate pe ipoteze mai realiste a condus la noi abordări<sup>78</sup> cum ar fi cea psihologică asupra comportamentului de asumare de riscuri (Kahneman și Tversky – 1979; Thaler – 1993, Lo – 1999), teoria evoluționistă a jocurilor (Friedman – 1991) și modelarea pe bază de agenți a piețelor financiare (Arthur – 1997).

Modelele psihologice ale pieței financiare pun baza pe modul în care psihologia umană influențează procesul de luare a deciziilor și explicarea îndepărtării investitorilor de raționalitate. La procesul decizional<sup>79</sup> (modelul consumatorului rațional)<sup>80</sup> contribuie

<sup>78</sup> Farmer, J. Doyne; Andrew W Lo. (April 1999); „Frontiers of Finance: Evolution and Efficient Markets”

<sup>79</sup> Mc Fadden, Daniel (September 1998); „Rationality for Economists?”; Department of Economics, University of California, Berkeley

percepțiile și cunoștințele individului iar decizia se ia pe baza informațiilor disponibile și este influențată de preferințe, atitudini, sentimente și motive. Percepțiile reprezintă conștientizarea senzațiilor. Cunoștințele se definesc prin modele mentale asupra mediului înconjurător. Sentimentele se referă la starea emoțională a agentului. Atitudinile sunt considerate tendințe psihologice stabile de evaluare a entităților particulare (în favoarea sau nu a unei anumite activități). Preferințele sunt judecări comparative între mai multe entități, și se pot defini prin utilitate. Motivele sunt date de urmărirea unui anumit scop.

Teoria evoluționistă a jocurilor studiază evoluția și echilibrul unei populații cu strategii concurente.

Modelele pe bază de agenți urmăresc captarea comportamentului complex de învățare și dinamica în piețele financiare folosind piețe, strategii și structuri informaționale mai realiste.

### **3.1. Teorii comportamentale de explicare a anomaliilor**

În ultimii ani, mai multe studii au pus la îndoială faptul că titlurile financiare sunt corect evaluate la apariția de noi informații publice pe piață. Cele mai întâlnite anomalii sunt<sup>81</sup>:

- predictibilitatea randamentelor bazată pe evenimente;
- autocorelații pozitive pe termen scurt pentru titluri individuale și pentru piață ca întreg;
- schimbarea semnului randamentului pe termen lung (autocorelații negative pe termen scurt separate de laguri lungi sau de supra-reactii);
- volatilitate mare a activelor financiare comparativ cu cea obținută prin analiza fundamentală;

Cele mai importante modele de comportament au fost dezvoltate de Barberis, Schleifer și Vishny (BSV – 1996) și de Daniel, Hirshleifer și Subramanyam (DHS – 1997)<sup>82</sup> și explică modul în care comportamentul investitorilor poate crea suprareacții și reacții slabe.

#### **3.2.1. Modelul BHV**

Modelul BSV este motivat de descoperirile psihologiei cognitive și are două ipoteze:

- indivizii acordă prea multă importanță evoluțiilor recente și prea puțină caracteristicilor populației care a generat aceste evoluții;
- conservatorismul – actualizarea lentă a modelelor în fața noilor realități.

În modelul de evoluție a prețului acțiunilor propus de BSV, veniturile sunt considerate un proces random walk, dar investitorii, în mod eronat percep două regimuri de câștig. În regimul A, pe care investitorii îl presupun cel mai des, veniturile (în medie) își schimbă sensul (semnul). Atunci când investitorii presupun regimul A, prețul acțiunilor under-react la o

---

<sup>80</sup> Conform modelului economic neoclasic și psihologiei, procesul de luare a deciziilor este văzut altfel. În primul rând, scopul primar al psihologilor este înțelegerea naturii acestor decizii a modului în care ele sunt luate și influențate de experiență și a modului prin care agenții își determină valorile. Scopul primar al economiștilor constă în aflarea modului prin care de la imputuri de informație se ajunge la decizii. Preferințele și valorile pot fi tratate ca primitive ale analizei iar procesul decizional ca o cutie neagră.

<sup>81</sup> Daniel, Kent; David Hirshleifer; Avandhar Subrahmanyam (May, 1998); „Investor Psychology and Security Market Under- and Overreactions”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

<sup>82</sup> Fama, Eugene F. (June 1997); „Market Efficiency, Long-Term Returns, and Behavioral Finance”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>



schimbare a veniturilor deoarece investitorii, în mod gresit, consideră că schimbarea este posibil să fie temporară. În regimul *B*, care este considerat de investitori mai puțin probabil, schimbarea de același semn (ca și cea precedentă) a veniturilor, conduce investitorii să considere că veniturile firmei evoluează după un trend. Astfel, ei în mod incorect extrapolează trendul și cursul supra-reacționează. Deoarece câștigurile sunt random walk, supra-reacția este expusă de veniturile viitoare, și conduce la o schimbare de sens contrar a randamentelor pe termen lung.

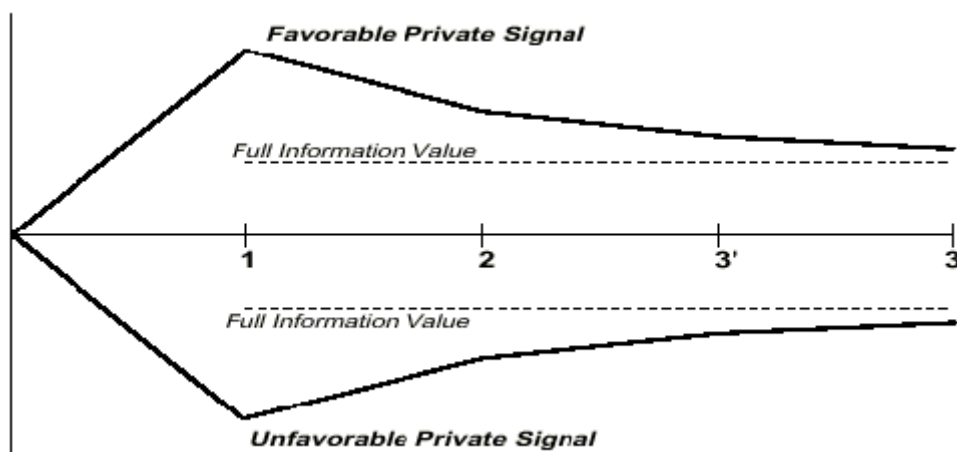
### 3.2.2. Modelul DHS

Modelul DHS are ipoteze diferite. În acest model sunt investitori informați și investitori neinformați. Cursurile acțiunilor sunt determinate de investitorii informați. Aceștia au două caracteristici:

- prea multă încredere de sine: ceea ce conduce la exagerarea preciziei semnalelor private referitoare la valoarea acțiunilor;
- tendința de atribuire de sine („self-attribution”): ceea ce îi conduce la acordarea unei ponderi mici semnalelor publice referitoare la valoarea titlurilor, în special atunci când aceste semnale sunt în contradicție cu semnalele lor private.

Supra-reacțiile la informațiile private și reacțiile slabe la informațiile publice tind să producă o continuare pe termen scurt a randamentelor, dar pe termen lung se produce inversarea semnului randamentelor pe măsură ce informațiile publice le copleșesc pe cele private.

Evoluția cursului pe baza acestor ipoteze este prezentată în graficul de mai jos<sup>83</sup>:



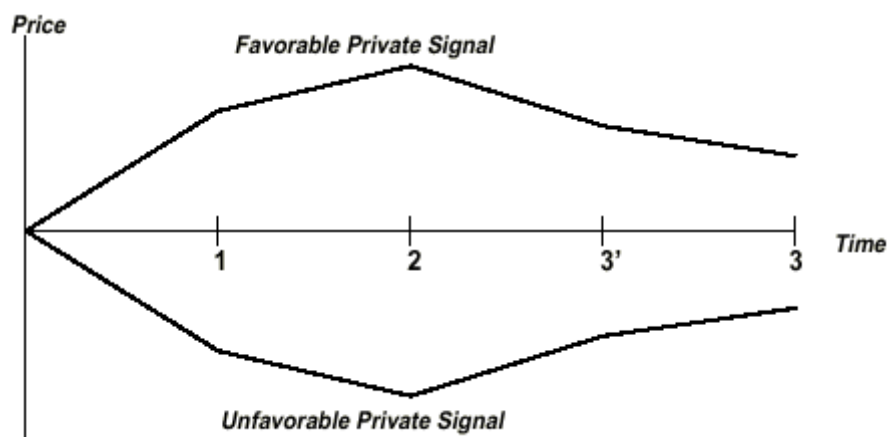
Presupunem că investitorii încep la momentul 0 și la momentul 1 investitorii informați își reconsideră părerea față de titluri pe baza semnalelor private. Curba crescătoare este funcția impuls de răspuns (faza de supra-reacție). Ea arată prețurile așteptate, condiționate de semnalele private de la momentul 1. Linia punctată arată cum ar fi trebuit să fie cursul dacă investitorii ar fi fost complet raționali. Se presupune că investitorii informați își supraestimează precizia semnalelor lor private și subestimează semnalele publice. Ca rezultat

<sup>83</sup> Daniel, Kent; David Hirshleifer; Avanidhar Subrahmanyam (February, 1997); „A Theory of Overconfidence, Self-Attribution, and Security Market Under- and Over-reactions”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

cursul supra-reactioneaza. La momentul 2, când ajung informațiile publice, deviația ineficientă a cursului va fi parțial corectată. Apoi, în momentele următoare, pe măsură ce ajung noi informații, cursul va tinde către valoarea dată de toate informațiile disponibile (faza de corecție).

În versiunea dinamică a acestui model, atunci când confidența de sine fluctuează funcție de confirmarea sau neconfirmarea semnalelor publice, supra-reacția la informațiile private poate continua pe o anumită perioadă de timp.

Conform teoriei atribuirii (Bem – 1965)<sup>84</sup>, când evenimentele ulterioare confirmă validitatea acțiunilor unui individ, aceasta consideră că aceasta se datorează propriilor sale abilități, în schimb, dacă evenimente ulterioare infirmă validitatea acțiunilor sale, acest fapt este atribuit de către individ “zgomotului extern” sau sabotajului. Dacă un investitor realizează o tranzacție pe baza unui semnal privat, atunci spunem că un semnal public îi confirmă tranzacția dacă are același semn (apar vești bune după o cumpărare sau vești rele după o vânzare). Pe baza teoriei atribuției, presupunem că atunci când individul primește semnale publice confirmatoare, încrederea sa de sine crește și atunci când primește informații publice infirmatoare, încrederea sa de sine se reduce doar foarte puțin. Atunci când sunt două semnale favorabile consecutive, al doilea semnal este întărit de încrederea de sine sporită. Astfel, funcția răspuns la semnalele private devine<sup>85</sup>:



În privința acestor anomalii, Fama consideră că ele apar numai la acțiunile firmelor mici<sup>86</sup>. În această afirmație, el se bazează pe faptul că acțiunile firmelor mici au pus probleme în testele modelelor de evaluare a activelor și deci, ele sunt principalele candidate pentru generarea problemelor “de alegere greșită a modelului” în testele care testează eficiența pieței și randamentele pe termen lung.

<sup>84</sup> Daniel, Kent; David Hirshleifer; Avanidhar Subrahmanyam (February, 1997); „A Theory of Overconfidence, Self-Attribution, and Security Market Under- and Over-reactions”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

<sup>85</sup> Daniel, Kent; David Hirshleifer; Avanidhar Subrahmanyam (February, 1997); „A Theory of Overconfidence, Self-Attribution, and Security Market Under- and Over-reactions”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

<sup>86</sup> Fama, Eugene F. (June 1997); „Market Efficiency, Long-Term Returns, and Behavioral Finance”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

### 3.2.3. Alte abordări

Alte modele, pun accent pe interacțiunea dintre agenți eterogeni.

Hong și Stein (1997)<sup>87</sup>, împart agenții care acționează pe piața de capital în “urmăritori de știri” și traderi ai momentului (“momentum traders”). Nici unul dintre acești agenți nu este complet rațional în sensul obișnuit, deoarece fiecare tip de agenți este capabil numai să proceseze un anumit subset din informațiile public disponibile. Agenții care urmăresc știrile fac prognozele (indicatorilor fundamentali) pe baza știrilor pe care le primesc în mod privat. Limitarea lor este datorată faptului că ei nu își condiționează analiza de prețurile trecute sau prezente. În schimb, al doilea grup de agenți își condiționează prognozele pe baza evoluției trecute a cursurilor. Limitarea lor se datorează faptului că prognoza lor trebuie să fie simplă, funcție de cursurile trecute.

În plus, față de aceste ipoteze, se mai adaugă încă una: informațiile private se difuzează gradual în populația de agenți care urmăresc știrile.

Atunci când sunt activi numai agenții care urmăresc știrile, prețurile se ajustează încet la noile informații – atunci există o reacție slabă (și niciodată o supra-reacție). Aceasta rezultă din faptul că informația se difuzează gradual iar acești agenți nu extrag informație din prețuri. Apoi, se adaugă și celălalt grup de agenți. Aceștia își condiționează tranzațiile funcție de prețurile trecute și arbitrează orice reacție slabă („over-reaction”) a agenților care urmăresc știrile. În acest mod ei forțează piața să devină aproximativ eficientă. Dar această intuiție este incompletă dacă traderii “momentului” sunt limitați la strategii simple. De exemplu, presupunem că un trader al momentului în momentul  $t$  își bazează strategia de tranzacționare numai pe mișcarea cursului pe o perioadă anterioară, de exemplu, de la  $t - 2$  la  $t - 1$ . În acest caz el încearcă să profite din reacția slabă a agenților ce urmăresc știrile, iar acțiunile lui pot cauza ca reacția prețurilor în direcția prețului rezultat prin analiza fundamentală să fie accelerată, dar, în același timp, se poate crea o supra-reacție la orice fel de știri. Această judecată se poate aplica atunci când traderii momentului au o atitudine neutrală la risc.

Cheia pentru ajungerea la un asemenea rezultat este faptul că traderii momentului folosesc strategii simple (caută trendul) și, de exemplu, nu își condiționează acțiunile de informațiile publice. Dar, dacă un agent din acest grup își poate condiționa acțiunile de mai multe informații, va obține un venit mai mare decât ceilalți. În mod special, strategia sa va aduce profiturile maxime dacă agentul ia deciziile la începutul “ciclului momentului” („momentum cycle”), adică imediat după ce știri substanțiale au ajuns la agenții ce urmăresc știrile și pierde bani dacă ia deciziile mai târziu în desfășurarea ciclului (la acel moment cursurile deja au încorporat o mare parte din informații).

Presupunem că la momentul  $t$  apar noi informații “bune” cunoscute numai de agenții care caută informații. Aceștia, prin acțiunile lor, fac ca prețul să crească, dar nu în așa măsură încât să încorporeze toate informațiile (la nivelul prețului pe termen lung). La momentul  $t + 1$  există un număr de traderi ai momentului care cumpără aceste acțiuni pentru a realiza câștiguri. Aceste cumpărări ale agenților momentului vor continua și în momentele următoare, dar va exista un  $i$  astfel încât agenții care cumpără la  $t + i$ , vor înregistra pierderi deoarece ei vor cumpăra la un preț mai mare decât prețul pe termen lung.

<sup>87</sup> Hong, Harrison; Jeremy C. Stein (November 1998); „A Unified Theory of Underreaction, Momentum Trading and Overreaction in Asset Markets”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

În acest fel o reacție slabă a agenților (care caută informații), în timp, se transformă într-o supra-reacție (cauzată de traderii momentului).

### **3.2. Teoria evoluționistă**

Un model bazat pe agenți al piețelor financiare conform teoriei evoluționiste poate fi conceput astfel<sup>88</sup>: participanții pe piață sunt tratați ca entități computaționale și folosesc strategii bazate pe informație limitată. Prin acțiunile lor (care câteodată pot să nu fie optime), ei obțin câștiguri sau pierderi. Strategiile profitabile, odată cu trecerea timpului acumulează capital iar strategiile neprofitabile pierd bani și în final dispar. Astfel, piața poate fi văzută ca un sistem în evoluție de strategii de tranzacționare. Strategia este asemănătoare unei specii biologice și capitalul investit de agenții care urmăresc o strategie dată este analog populației care face parte dintr-o anumită specie. Crearea de noi strategii poate altera profitabilitatea strategiilor existente, în unele cazuri înlocuindu-le sau cauzându-le dispariția.

Pe măsură ce populația de strategii evoluează, piața tinde să devină din ce în ce mai eficientă.

Prețurile fluctuează în timp din cauza interacțiunii dintre diversele tehnici de tranzacționare. Prețurile nu reflectă în mod necesar „valoarea reală” a titlurilor, ceea ce înseamnă că ineficiența acelei piețe poate fi substanțială. Modelele de evoluție a prețurilor tind să dispară pe măsură ce agenții dezvoltă strategii profitabile pentru a le exploata, dar acest fapt se produce după o anumită perioadă, în timpul căreia se pot acumula profituri substanțiale și pot apare noi modele de evoluție a cursului.

Modele dinamice pe bază de agenți sunt realizate cu ajutorul rețelelor neuronale, algoritmilor genetici și logicii fuzzy.

Modelarea neuronală încearcă să dezvolte sisteme instruibile pentru scopuri generale, care pornesc cu o cantitate mică de cunoștințe inițiale. Astfel de sisteme se numesc rețele neuronale, sisteme cu auto-organizare sau sisteme conexiuniste. Ele permit rezolvarea unor probleme pentru care nu există un algoritm secvențial, dar pentru care există exemple de soluții. Un sistem de acest tip constă dintr-o rețea de elemente interconectate de tip neuron care realizează anumite funcții logice simple. Sistemul învață prin modificarea intensității de conexiune dintre elemente, adică schimbând ponderile asociate acestor conexiuni. Rețelele neuronale au, deci, ca punct principal de inspirație sistemul nervos și se ocupă de interpretarea funcționării acestuia. Rețeaua neuronală artificială este o rețea de modele de neuroni interconectați prin intermediul unor sinapse ajustabile ce permit rezolvarea unor probleme complexe care nu pot fi soluționate cu ajutorul algoritmilor secvențiali. Învățând din exemple în faza de instruire rețeaua va fi capabilă să trateze cazuri similare în perioada de lucru.

Un mare avantaj al rețelelor neuronale artificiale îl constituie faptul că ele sunt capabile să descrie și în același timp să rezolve o problemă prin auto-organizare și nu prin program. Acest proces de auto-organizare are loc pe parcursul unui proces de învățare prin utilizarea concertată a unei topologii inițiale, a unor reguli de învățare și a unui număr mare de antrenamente.

---

<sup>88</sup> Farmer, J. Doyne; Andrew W. Lo (April 1999); „Frontiers of Finance: Evolution and Efficient Markets”

Cele mai importante caracteristici ale rețelelor neuronale sunt următoarele:

- capacitatea de a învăța – rețelele neuronale nu necesită programe puternice, soluțiile obținute fiind mai degrabă rezultatele unui lung șir de antrenamente;
- capacitatea de generalizare – dacă sunt antrenate corespunzător, rețelele sunt capabile să dea răspunsuri corecte pentru intrări diferite față de cele utilizate în perioada de antrenare atâta timp cât acestea nu sunt foarte diferite;
- capacitatea de sinteză – rețelele neuronale artificiale pot lua decizii sau trage concluzii când sunt confruntate cu informații complexe, chiar și atunci când acestea conțin componente irelevante sau sunt parțiale; rețeaua poate învăța să producă ceva ce n-a mai văzut înainte.

Teoria mulțimilor fuzzy reprezintă un instrument matematic pentru tratarea ambiguității de natură nestatistică și pentru modelarea raționamentului nuanțat și aproximativ. Această teorie a furnizat calculului neuronal o serie de modele extrem de interesante. Utilizând mulțimile nuanțate se pot realiza rețele neuronale capabile să învețe din date de instruire incomplete, ambigue sau contradictorii. Teoreticienii prevăd o creștere a rolului modelelor de învățare bazate pe utilizarea conceptelor mulțimilor nuanțate și pe raționamentul aproximativ. Rețelele neuronale bazate pe astfel de modele vor avea un grad sporit de robustețe și coeficient mai ridicat de inteligență.

O tendință recentă este utilizarea algoritmilor genetici și evolutivi atât pentru instruirea rețelelor neuronale cât și pentru stabilirea arhitecturii acestora.

Algoritmii genetici sunt o familie de modele de calcul inspirate de teoria evoluției. Aceștia codifică soluțiile posibile ale unor probleme specifice într-o structură de date de tip cromozom și aplică acestor structuri operatori de recombinare pentru a păstra informația utilă. Deși algoritmii genetici sunt deseori văzuți ca optimizând funcții, domeniul de probleme la care au fost aplicați este destul de larg.

Implementarea unui algoritm genetic începe cu o populație de cromozomi (în general aleasă aleator). Se evaluează, apoi, aceste structuri și se repartizează facilități reproductive astfel încât acei cromozomi care reprezintă o soluție mai bună pentru problema scop să aibă mai multe șanse de reproducere decât cei ce sunt soluții mai proaste. O soluție “bună” se definește, în general, în raport cu populația curentă.

Un algoritm genetic constă într-un număr de arbori ce conțin informație despre comportarea în mediul lor și anumiți operatori ce modifică acești arbori. După „comportare” arborii sunt evaluați de o funcție de reglare, cei mai bine adaptați obținând scoruri mai mari. Aceste scoruri sunt importante deoarece, cu cât sunt mai mari, cu atât crește mai mult probabilitatea de a fi aleși de un operator de selecție care determină ce arbori pot să se reproducă. Apoi arborii aleși prin proceduri de mutație și de încrucișare generează noi lanțuri (noua populație fiind creată fie prin apariția indivizilor existenți în noua populație, fie prin selectarea aleatoare a unei noi perechi de arbori din vechea populație și recombinarea lor în subarbori pentru a produce un nou arbore) În acest mod, programarea prin algoritmi genetici găsește soluții îmbunătățite în mediile înconjurătoare în schimbare sau confuze.

Brian Arthur, John Holland, Blake LeBaron, Richard palmer și Paul Taylor la institutul Santa Fe au dezvoltat o bursă de valori artificială pe bază de agenți<sup>89</sup>. Piața constă într-o populație de agenți eterogeni care cumpără, vând și dețin acțiuni și obligațiuni. Decizia unui agent de a cumpăra, vinde sau deține titluri se bazează pe credința agentului că prețul și dividendul acțiunii este posibil să crească sau să scadă, această credință fiind determinată de un set de reguli de prognoză a pieței a cărui acuratețe este în mod continuu evaluată. În timp setul de reguli al unui agent evoluează sub acțiunea unui algoritm genetic.

Piața conține un număr fix de agenți și fiecare dintre ei în momentul inițial deține o anumită sumă de bani (arbitrar aleasă). Timpul este discret. În fiecare perioadă de timp agenții trebuie să decidă dacă să își investească banii într-o acțiune riscantă sau într-un activ fără risc analog cu bonurile de tezaur din lumea reală. Oferta de active fără risc este nelimitată iar rata dobânzii fără risc este constantă (arbitrar aleasă la 10%). Activul riscant emis într-un număr de  $N$  acțiuni plătește un dividend stohastic care variază în timp. Fluxul de dividende este un proces stohastic exogen a cărui valoare prezentă nu este cunoscută de către agenți. Agenții (care au aversiune față de risc: funcția de utilitate are forma  $U(c) = -e^{\lambda * c}$ , unde  $\lambda$  măsoară aversiunea față de risc) aplică regulile lor de prognozare a pieței pe baza unoștințelor asupra evoluției trecute a prețurilor și dividendelor. În acest mod hotărând cum să își investească banii în fiecare perioadă de timp. Prețul acțiunii crește dacă cererea pentru ea e mai mare decât oferta și scade în cazul contrar. Fiecare agent din piață poate emite fie un ordin de cumpărare, fie un ordin de vânzare, iar cerera agregată pentru acțiune nu poate depăși numărul de acțiuni din piață. Agenții iau deciziile de investiție pe baza unui set de ipoteze sau reguli de prognozare a comportării pieței. La fiecare perioadă de timp, fiecare agent ia în considerare un număr fix (ales arbitrar) de reguli de prognozare. Regulile determină valorile  $a$  și  $b$  care sunt folosite pentru o prognoză liniară a prețului și dividendului din perioada următoare:  $E(p_{t+1} + d_{t+1}) = a(p_t + d_t) + b$ , unde  $p$  este prețul iar  $d$  este dividendul.

Un algoritm genetic determină evoluția populației de reguli de prognozare în timp. El substituie noi reguli de prognozare pentru ultimele ( $x\%$  cu  $x$  ales arbitrar) din regulile cu rezultatele cele mai slabe. Aplicând operatorii genetici de mutație și încrucișare, asupra regulilor cu cele mai bune rezultate se creează noi reguli. Noilor reguli li se atașează o acuratețe inițială ca medie a acurateții regulilor părinte.

Ei (Brian Arthur, John Holland, Blake LeBaron, Richard palmer și Paul Taylor) au arătat că variind rata la care agenții individuali învață noi strategii de investiții, se evidențiază două tipuri diferite de comportare de ansamblu a pieței. Dacă strategiile de investiții evoluează lent, comportarea pieței este compatibilă cu prognoza realizată prin teoria economică tradițională. Dar dacă strategiile sunt lăsate să evolueze mai rapid, piața arată tipul de instabilități și de proprietăți statistice observate în piețele din lumea reală. Lucrările lor sugerează faptul că și cauza comportării complexe a piețelor financiare poate implica și rata la care strategiile de investiții evoluează.

Rezultatele obținute au fost:

1. Inexistența evoluției implică neschimbarea regulilor.
2. O evoluție prea rapidă împiedică schimbarea regulilor.
3. O evoluție lentă permite doar o schimbare lentă a regulilor.
4. O evoluție rapidă încurajează schimbarea frecventă a regulilor.

<sup>89</sup> Joshi, Shareen; Mark A. Bedau (December 1998); "An Explanation of Generic Behavior in an Evolving Financial Market); Reed College, <http://www.reed.edu>

Modelele evoluționiste sunt caracterizate atât de nivelul la care funcționează mecanismele, cât și la dimensionalitatea sistemului. În mod normal, aceste caracteristici sunt cuplate până la un anumit nivel, așa încât, modelele de dimensionalitate mică reflectă mecanisme la un nivel de sistem mai înalt. De asemenea, sunt modele bazate pe componente microscopice care interacționează și se organizează sub forma rețelelor catalitice.

O altă clasă de modele sunt bazate pe instrucțiuni în memoria unui computer. Asemenea instrucțiuni se pot organiza într-o structură care poate fi interpretată ca un organism. Apoi, interacțiunile dintre organisme nu sunt fixate de către model, ci vor fi rezultatul evoluției.

### **3.3. Teoria evoluționistă a jocurilor**

Aceste modele se bazează pe faptul că există o strategie care este stabilă din punct de vedere evolutiv (sau un set de strategii care împreună formează un punct fix în dinamica evolutivă. O strategie dinamică din punct de vedere evolutiv, nu poate fi invadată de orice altă strategie care, la momentul inițial este prezentă într-o cantitate mică arbitrar aleasă (dilema prizonierului). Acest model este potrivit pentru modelarea interacțiunii dintre indivizi într-o populație care evoluează. Sunt multe variații ale jocului care oferă probleme neobișnuite pentru indivizi și, cu toate acestea, interacțiunea poate fi rezolvată analitic pe baza codului genetic pentru strategii.

De exemplu, într-un joc al dilemei prizonierului cu doi jucători, aceștia aleg simultan fie să coopereze fie să concureze, fiecare necunoscând alegerea oponentului. Dacă ambii cooperează, obțin cel mai mare randament total ( $R$ ), dar dacă există vreo tentație de concurență din cauza randamentului mai mare pe care îl obține jucătorul ce face această alegere ( $T > R$ ), jucătorul ce a ales să coopereze obține cel mai mic randament. În caz că ambii aleg să concureze, ei obțin cel mai mic randament total.

Acest joc poate fi complicat prin introducerea zgomotului („noise”) și prin mărirea numărului de jucători. Acesta poate sau să modifice acțiunea astfel încât acțiunea realizată să fie contrară celei intenționate să fie realizată sau informația pe care o deține un jucător despre comportamentul celorlalți să fie confuză.

## 4. Alternative la teoria piețelor eficiente, teoria haosului și ipoteza piețelor fractale

### 4.1. Deficiențele teoriei piețelor eficiente

Premisele conceptului de piețe eficiente sunt:

- Investitorii sunt raționali. Investitorii au aversiune față de risc și doresc active care au cel mai mare randament pentru un anumit nivel de risc.
- Cursurile curente reflectă toate informațiile disponibile sau publice.
- Randamentele sunt independente. Schimbările cursurilor pot fi determinate numai de noi informații. Randamentul din ziua  $t$  este necorelat cu randamentul din ziua  $t + 1$ .
- Piețele au o mișcare a pașilor aleatori (“random walk”). Probabilitatea distribuției randamentelor este aproximativ aceeași cu distribuția normală (clopotul lui Gauss).

Dar, în realitate, premisele care stau la baza teoriei piețelor eficiente nu sunt reale: investitorii nu au întotdeauna aversiune față de risc și de asemenea, ei nu reacționează la informații imediat, ci, în multe cazuri, reacționează târziu, ghidându-se după trend (care încorporează informațiile trecute) în strategiile prezente. Oamenii nu întotdeauna se comportă într-un mod linear la informațiile noi, încorporându-le imediat, așa cum necesită EMH; oamenii se comportă neliniar.

Din această cauză, premisa că investitorii sunt raționali și, deci, modificările cursurilor sunt independente și piețele au o mișcare a pașilor aleatori nu pot fi acceptate. Asimilarea neregulată a informației, așa cum se întâmplă în realitate, poate conduce la o *tendință* de mișcare aleatoare – “biased random walk”, numită serie de timp fractală.

În sprijinul folosirii mișcării browniene este faptul ca aceasta are câteva caracteristici dezirabile pentru un matematician. Indicatorii statistici pot fi estimați cu precizie mare, și pot fi calculate probabilitățile. Dar, având în vedere faptul că, distribuția randamentelor nu este normală (ci leptokurtotică) și are cozile mai groase, rezultă că riscul de apariție a unor evenimente extreme este mai mare decât cel presupus de teoria piețelor eficiente. În plus, conform lui Peters<sup>90</sup>, acest risc este ecelași, indiferent de orizontul de timp ales, cu alte cuvinte rentabilitatea are aceeași distribuție, indiferent de orizontul de timp ales. În Anexa 3, este prezentată distribuția rentabilității pentru orizonturi de timp diferite (de la 1 la 6 zile).

În privința structurii la termen a volatilității, aceasta crește cu o rată mai mare (pe măsură ce scala crește), decât  $\sqrt{t}$ . Dar, după o perioadă suficient de mare (Peters a estimat-o la 1000 de zile pentru indicele Dow Jones)<sup>91</sup>, volatilitatea scade abrupt. Această scădere e pusă pe seama creșterii primei de risc odată cu creșterea orizontului de timp. Existența unei structuri la termen a volatilității infirmă existența mișcării random walk a cursului bursier.

<sup>90</sup> Peters, Edgar E. (1994); „Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics”; John Wiley & Sons, Inc. p 27

<sup>91</sup> Peters, Edgar E. (1994); „Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics”; John Wiley & Sons, Inc., p 28

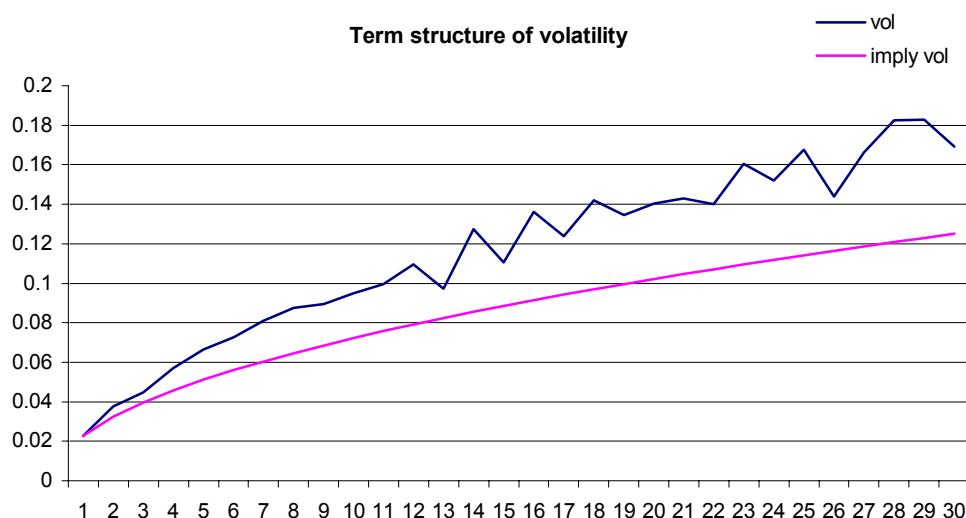


În privința raportului lui Sharpe  $\left( \frac{R_i - R_f}{\sigma_i} \right)$ , acesta scade pe măsură ce scala crește (datorită creșterii volatilității).

### Structura la termen a volatilității pentru Bursa de Valori București

Tabelul volatilității reale și a volatilității implicite pentru indicele BET:

Zile	sqrt (t)	Volatilitatea	Volatilitatea implicită	Diferența relativă
1	1	0.022839	0.022839	0.0%
2	1.414214	0.037558	0.032299	16.3%
3	1.732051	0.044847	0.039558	13.4%
4	2	0.056939	0.045678	24.7%
5	2.236068	0.066378	0.05107	30.0%
6	2.44949	0.072752	0.055944	30.0%
7	2.645751	0.081103	0.060426	34.2%
8	2.828427	0.087581	0.064598	35.6%
9	3	0.089391	0.068517	30.5%
10	3.162278	0.095059	0.072223	31.6%
11	3.316625	0.09961	0.075748	31.5%
12	3.464102	0.109711	0.079117	38.7%
13	3.605551	0.097277	0.082347	18.1%
14	3.741657	0.127237	0.085456	48.9%
15	3.872983	0.110499	0.088455	24.9%
16	4	0.135982	0.091356	48.8%
17	4.123106	0.123953	0.094168	31.6%
18	4.242641	0.141826	0.096898	46.4%
19	4.358899	0.134555	0.099553	35.2%
20	4.472136	0.140225	0.102139	37.3%
21	4.582576	0.142876	0.104661	36.5%
22	4.690416	0.14014	0.107124	30.8%
23	4.795832	0.160443	0.109532	46.5%
24	4.898979	0.151969	0.111888	35.8%
25	5	0.16746	0.114195	46.6%
26	5.09902	0.143771	0.116457	23.5%
27	5.196152	0.166298	0.118675	40.1%
28	5.291503	0.182565	0.120853	51.1%
29	5.385165	0.182895	0.122992	48.7%
30	5.477226	0.169121	0.125094	35.2%



Se observă că există o structură a volatilității indicelui BET, ceea ce conduce la infirmarea regulii  $\sqrt{t}$ .

Conform lui LeBaron<sup>92</sup>, unul dintre cele mai mari deviații de la evoluția pur aleatoare în seriile de timp financiare este persistența volatilității. Mișcările randamentului sunt foarte greu de prognozat, dar magnitudinea mișcărilor este predictibilă. Le Baron a arătat în 1992 că autocorelațiile între randamentele acțiunilor și cursului valutar se schimbă în funcție de volatilitatea estimată recent. LeBaron, a arătat că multe dintre seriile de timp financiare urmează un proces care arată astfel:

$$r_t = \log(p_t) - \log(p_{t-1})$$

$$r_t = f(\sigma_t^2)r_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \sum_{i=1}^N r_{t-i}^2$$

De aici rezultă că  $f()$  este o funcție descrescătoare de varianța condițională, indicând faptul că predictibilitatea locală în serii de timp este mai mare în perioadele cu volatilitate mai mică.

## 4.2. Complexitate

Complexitatea<sup>93</sup> poate fi definită ca acea proprietate a modelelor care face dificilă formularea comportamentului de ansamblu într-o anumită limbă de reprezentare chiar și atunci când sunt date informații aproape complete asupra componentelor și a interacțiunilor dintre ele.

Complexitatea poate fi:

- *A mediului*: dificultatea unui agent de a face prognoze corecte asupra mediului (măsurată prin rata de eroare) folosind cel mai bun model care poate fi realizat pe baza informațiilor disponibile și resurselor de calcul.

<sup>92</sup> LeBaron, Blake (October 1994); „Chaos and Nonlinear Forecastability in Economics and Finance”; University of Wisconsin - Madison

<sup>93</sup> Edmonds, Bruce; „From Complexity to Agent Modelling and Back Again – some implications for economics”; <http://www.cpm.mmu.ac.uk/~bruce>

- *A modelului*: dificultatea computațională a obținerii și testării unui model ținând cont de constrângeri asupra limbajului și asupra rezultatelor ce trebuie obținute (ținând cont de datele disponibile).

Complexitatea mediului va afecta modul în care agentul trebuie să își evalueze modelele, în particular modul de alegere între complexitatea modelului, specificitate și eroare.

Pot fi considerate patru cazuri de complexitate a mediului:

- **Raționalitate ideală și informații perfecte.** Dacă un agent este în situația de a avea tot timpul de care are nevoie pentru calcul și pentru a învăța despre mediu (dacă mediul este relativ static, iar agentul are un timp lung între decizii sau dacă toată populația acționează pentru obținerea datelor și agentul are acces la rezultate).
- **Raționalitate ideală și informații "zgomotoase".** O ușoară creștere a complexității înconjurătoare pentru agent este atunci când el are date zgomotoase, iar acestea sunt suficiente pentru a determina mărimea zgomotului. Aceasta necesită ca agentul să realizeze numai o ușoară creștere a complexității – sunt date și resurse computaționale suficiente pentru a determina forma modelului corect, dar e posibil să fie necesară determinarea parametrilor modelului. Această situație a fost studiată în economie ca un simplu proces de învățare. Aici nu este nevoie de criteriul de acuratețe numai pentru determinarea celui mai bun model, ci și ca o caracterizare a comportamentului său rezultat.
- **Raționalitate ideală și informații inadecvate.** Complexitatea predicției este crescută prin informații inadecvate (zgomotoase și insuficiente) asupra mediului. Agentul poate lăsa loc pentru predicții inexacte folosind mecanisme ca termeni de eroare în limbajul său de reprezentare. De asemenea trebuie luată în considerare și specificitatea modelelor. Din moment ce agentul are informații insuficiente, el nu poate distinge cu certitudine între datele zgomotoase și comportarea foarte complexă și, deci, va fi inevitabilă alegerea între acuratețe și specificitate între modelele candidate. În general această alegere depinde de scopul agentului.
- **Raționalitate limitată și informații inadecvate.** În acest caz, pe lângă faptul că agentul are informații imprecise și insuficiente, agentul nu are nici resurse suficiente de calcul pentru a căuta modelul optim într-o mulțime de modele. În acest caz, complexitatea modelului trebuie luată în considerare împreună cu acuratețea și specificitatea în evaluarea modelelor candidate, pentru că va fi o limită a complexității modelelor ce sunt luate în considerare.

### 4.3. Teoria haosului

În filosofie, există trei școli principale de gândire în privința haosului. Prima școală se bazează pe teoriile orientale și vede haosul ca un principiu aducător al echilibrului. A doua școală se bazează pe teoriile creștine și iudaice și vede haosul ca un rezultat al încălcării legii divine și ca o metodă de pedepsire. A treia școală se bazează pe ideile filosofilor greci antici și a lui Nietzsche și consideră haosul ca o parte integrantă a creativității, libertății și dezvoltării.

Conform teoriilor lui Newton, așa cum ele sunt interpretate de Laplace, realitatea este **deterministică**. În concepția deterministă, toate evenimentele de pe parcursul timpului au fost fixate din momentul “creației”. Adepții acestei teorii sunt, din punct de vedere teologic, calvinistii, iar din punct de vedere științific, susținătorii teoriei “bing bang”. Dacă sunt cunoscute condițiile inițiale, viitorul poate fi prognozat cu mult înainte. În anul 1776, Laplace spunea: “Starea prezentă a unui sistem din natură este în mod evident o consecință a ceea ce a fost în momentul precedent, și dacă considerăm ca poate exista o (ființă) inteligentă, care la un moment dat este conștientă de toate relațiile dintre entitățile din univers, ea poate determina poziția, mișcarea și efectele tuturor acestor entități în orice moment din trecut sau din viitor”. În 1903, matematicianul Henri Poincare, care studia mișcarea planetelor, a revizuit concepția privind natura deterministă a fenomenelor: “Se poate întâmpla ca diferențe mici în condițiile inițiale să producă diferențe foarte mari în acest fel într-un fenomen. O mică eroare în condițiile inițiale poate conduce la o eroare enormă în condițiile finale. În acest caz, predicția fenomenului devine imposibilă”.

Apoi au apărut teoriile mecanicii cuantice, care acceptau incertitudinea și nedeterminismul, pe care nici chiar Einstein nu îl accepta, spunând că „Dumnezeu nu aruncă cu zarul” și că „orice efect are o cauză”. Consecința acestei afirmații era că, dacă nu se poate controla cauza, nu se poate controla efectul.

În timp, lent, s-a ajuns la concluzia că cele mai multe sisteme naturale sunt caracterizate prin evoluție aleatoare locală și determinism global (care dă legile naturale). Un sistem evolutiv nu trebuie numai să supraviețuiască șocurilor aleatoare ci și să absoarbă aceste șocuri pentru a-și îmbunătăți funcționarea când este cazul. În 1987, West și Goldberger<sup>94</sup> au postulat că structurile fizice fractale sunt generate de natură pentru că acestea sunt mai tolerante la erori decât structurile simetrice.

Un sistem haotic este definit prin:

- Neliniaritate;
- Traectorii – “strange attractors”.

Conform teoriei haosului sistemele haotice sunt:

- deterministice – aceasta înseamnă că există anumite ecuații deterministice care le guvernează comportarea;
- senzitive la condițiile inițiale, chiar și o schimbare foarte mică în condițiile inițiale poate conduce la rezultate foarte diferite;
- sistemele haotice nu sunt nici aleatoare și nici dezordonată.

Știința haosului caută modele caracteristice care apar în sistemele complexe. Dacă aceste caracteristici nu sunt simple<sup>95</sup> (cum ar fi un punct de echilibru sau o curbă sinusoidală), aceste caracteristici sunt numite atractorii stranii (“strange attractors”) și sunt făcute de către sisteme care se autoorganizează. În biologie aceste sisteme sunt numite modele de comportament colectiv animal sau social. În psihologia lui Jung – arhetipuri.

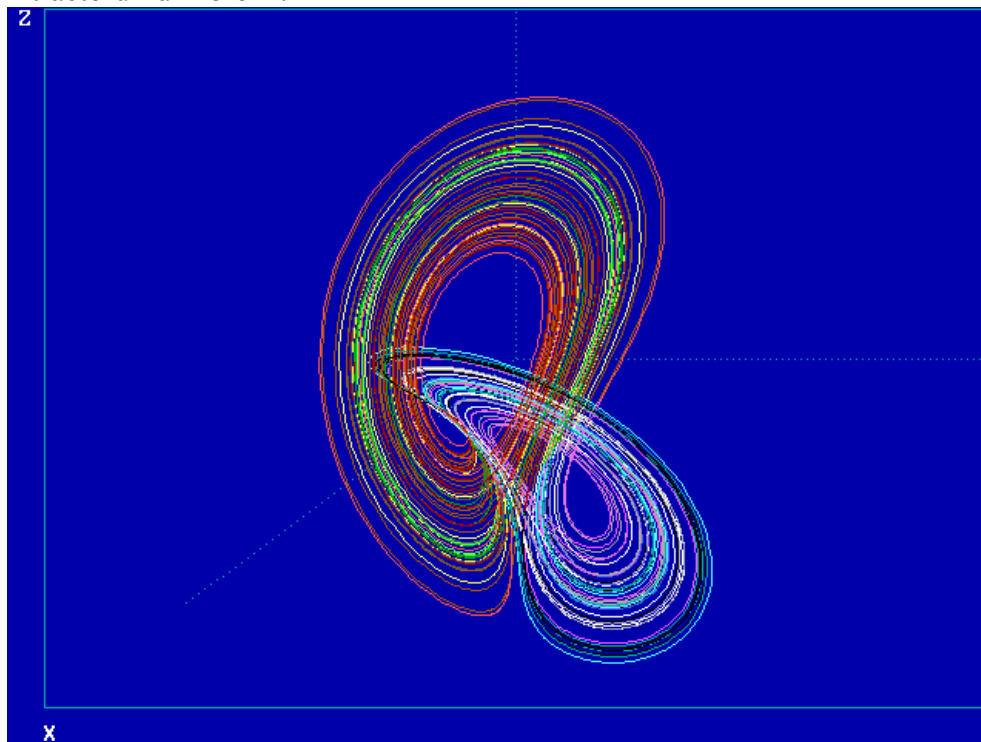
Principala caracteristică a haosului este că sisteme deterministice simple pot genera ceea ce este numită comportare aleatoare. De exemplu, programul prin care un computer generează numere aleatoare se obține din ecuații deterministice.

<sup>94</sup> Peters, Edgar E. (1994); „Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics”; John Wiley & Sons, Inc., p 7

<sup>95</sup> Ecuația unui atractor care are un singur punct – 0 – este, de exemplu,  $X(n + 1) = 0.9 X(n)$

În anul 1963, un meteorolog de la MIT – Lorenz a arătat că sistemele haotice sunt foarte sensitive la condițiile inițiale. Introducând aceeași variabilă, dar cu număr de zecimale cuprins între 3 și 6, el a observat că întreaga secvență de numere următoare devenea din ce în ce mai diferită. Pornind de la numere aproximativ egale, traiectoriile se diferențiau rapid, ceea ce însemna că predicția evoluției vremii devenea imposibilă. Exemplu în Anexa 3 – ecuația logistică. Soluțiile sub forma traiectoriilor diferite din ecuațiile haotice formează figuri numite strange attractors (atractori stranii). Dacă o figură similară apare într-un asemenea atractor la scale diferite (mai mici sau mai mari, guvernate de un multiplu de scară sau factor de scară  $r$ ) ea este numită fractal. Are o dimensiune fractală  $D$ , obținută din relația  $N = r^D$ .

Atraktorul lui Lorenz:



sursa: <http://www.aci.net/kalliste/chaos1.htm>

Ecuațiile pentru atraktorul lui Lorenz sunt:

$$\frac{dX}{dt} = -\sigma \times X + \sigma \times Y$$

$$\frac{dY}{dt} = -X \times Z + r \times X - Y$$

$$\frac{dZ}{dt} = X \times Y - b \times Z$$

$$\text{cu } \sigma = 10, b = \frac{8}{3}, r = 28$$

Unul din rolurile haosului este prevenirea sincronizării, dând posibilitatea componentelor dintr-un sistem să se comporte independent.

Rata exponențială de divergență a două traiectorii vecine este măsurată de exponentul lui Lyapunov ( $\lambda$ ). Pentru primele iterații, cele trei traiectorii din Anexa 3 arată aproximativ la

fel. Acest fapt sugerează faptul că prognoza pe termen scurt poate fi posibilă. Exponentul lui Lyapunov arată cât de mult diverg trajectoriile datorită erorilor mici de observație, șocurilor mici sau alte mici diferențe.

Notând cu  $\varepsilon$  eroarea din observația inițială sau diferența dintre două condiții inițiale (de exemplu diferența dintre 0.75 și 0.7499 sau diferența dintre 0.75 și 0.74999 (din Anexa 3)), cu  $R$  distanța în interval care include traectoria de referință, se dorește să se știe cât de repede cea de a doua traectoria care include și eroarea  $\varepsilon$ , va ieși din intervalul  $R$ . Raspunsul este o funcție de numărul de iterații  $n$ , și de exponentul Lyapunov  $\lambda$ :  $R = \varepsilon \times e^{\lambda n}$ .

Exponentul Lyapunov pentru o ecuație  $f(x(n))$  este valoarea medie absolută a logaritmului

natural din derivata sa: 
$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left| \frac{df}{dx(n)} \right|$$

Dacă coeficientul Lyapunov este negativ, expresia lui  $R$  devine din ce în ce mai mică cu fiecare iterație, ceea ce înseamnă că pentru ca un sistem să fie haotic, coeficientul Lyapunov trebuie să fie pozitiv.

În cazul general, un sistem cu  $M$  variabile poate avea până la  $M$  coeficienți Lyapunov. În acest caz, un atractor este haotic dacă cel puțin unul dintre coeficienții săi Lyapunov este pozitiv.

Motivul pentru care este folosită teoria haosului în finanțe este faptul că, piețele sunt sisteme dinamice neliniare, și, datorită acestui fapt, folosirea modelelor statistice pentru analiza datelor standard random walk generează rezultate greșite. Un sistem dinamic este o colecție de subsisteme care interacționează între ele și, datorită acestei interacțiuni aceste subsisteme evoluează în timp. Un sistem neliniar este un sistem care are o rată a schimbării care nu este constantă. Majoritatea sistemelor din lumea reală sunt neliniare. Având o rată a schimbării care nu este constantă înseamnă că sistemul se schimbă la o rată variabilă (schimbătoare), ceea ce se întâmplă și cu cursul bursier.

#### 4.4. Obiecte fractale

Benoit Mandelbrot a definit un fractal ca fiind un obiect ale cărui dimensiuni Hausdorff și topologică sunt diferite. O altă definiție (data tot de Mandelbrot): un fractal este un obiect (suprafața sau curba) care este independent de scală. Această proprietate este denumită similaritate a unui obiect cu el însuși („self similarity”).

Caracteristica principală fractalilor este similaritatea, care poate fi precisă, atunci, când micșorarea scării are ca rezultat crearea aceluiași obiect (similaritate la orice scară), sau cantitativă (în lumea reală), atunci când obiectul sau procesul este similar (din punct de vedere statistic) la scări diferite în timp sau în spațiu (de exemplu, fiecare ramură individuală a unui copac este similară cu alte ramuri, dar nu este identică). Această proprietate face fractalul independent de scară.

Alte caracteristici:

- Perimetrul graniței este infinit;
- Granița este imprecizabilă (haotică) deși este rezultatul unei funcții simple;
- Definită matematic, granița are o dimensiune fracțională.

#### 4.4.1. Geometrie fractală

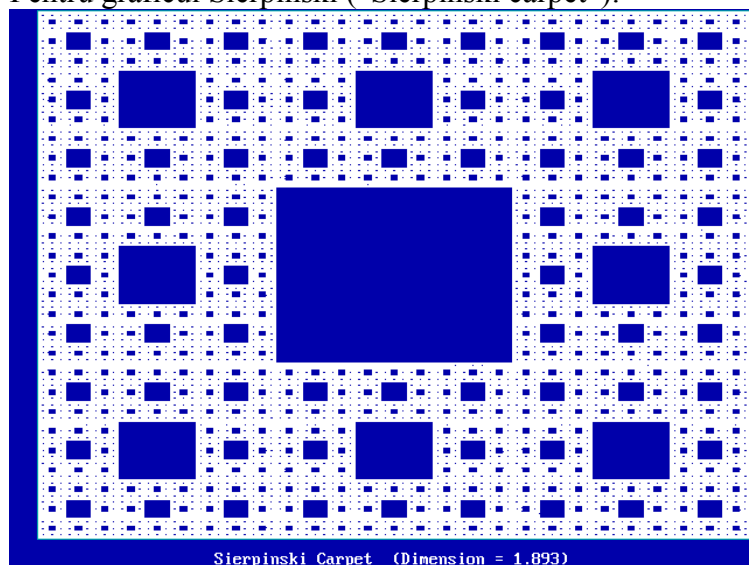
Geometria euclidiană este folositoare pentru o simplificare a lumii înconjurătoare. În contrast, geometria fractală, este caracterizată de similaritate („self similarity”) și creșterea complexității prin studierea mai de aproape (reducerea scalei).

Pentru măsurarea obiectelor se folosesc dimensiuni. Un punct are dimensiunea zero, o linie are dimensiunea unu, un pătrat sau un dreptunghi are dimensiunea doi, iar un cub trei. Aceste tipuri de dimensiuni sunt numite dimensiuni topologice. Pe lângă dimensiunea euclidiană, mai există și dimensiunea topologica, care reprezintă numărul de dimensiuni în care se reprezintă obiectul.

De exemplu dacă luăm un patrat și divizăm fiecare latura cu 10, se obțin 100 de patrate. Dacă se calculează dimensiunea patratului prin formula  $N = r^D$ , unde  $N = 100$ ,  $r$  (factorul de scara) = 10. Logaritmand relatia rezulta  $D = \frac{\ln 100}{\ln 10} = 2$ .

Dimensiunea calculată în acest mod (comparând numărul de obiecte similare  $N$  la diferite scale  $r$ ) se numește dimensiune Hausdorff. În acest caz, dimensiunea Hausdorff de 2 este la fel cu dimensiunea topologică.

Pentru graficul Sierpinski (“Sierpinski carpet”):



sursa: <http://www.aci.net/kalliste/chaos1.htm>

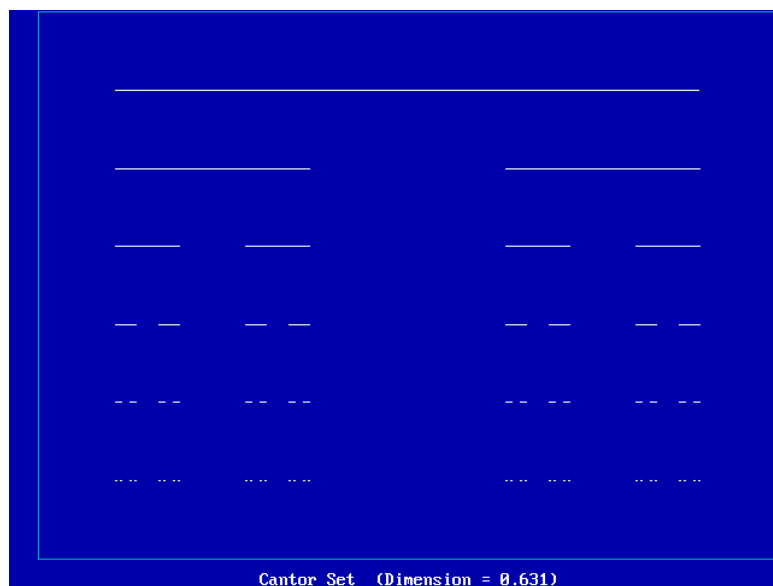
Dacă divizăm o latură a graficului Sierpinski cu 3 rezultă numai 8 copii ale figurii originale pentru că se elimină cea din centru. Dimensiunea ei Hausdorff este:  $D = \frac{\ln 8}{\ln 3} = 1.8927$ . Apoi divizând fiecare dintre aceste 8 copii cu 3 și renunțând la fiecare figură din centru rezulta 64 de copii ale originalului. Recalculând dimensiunea rezulta:  $D = \frac{\ln 64}{\ln 9} = 1.8927$ .

Pentru aceasta figura dimensiunea Euclidiană este 2 iar dimensiunea Hausdorff este 1.8927.

Aria graficului Sierpinski la prima iterație este  $\frac{8}{9}$  din aria figurii inițiale. La a doua iterație aria este  $\left(\frac{8}{9}\right)^2$  din aria figurii inițiale. După  $n$  iterații aria este  $\left(\frac{8}{9}\right)^n$  din aria figurii inițiale.

Când  $n \rightarrow \infty$ ,  $\left(\frac{8}{9}\right)^n \rightarrow 0$ , deci aria graficului Sierpinski este 0. După  $n$  iterații, dimensiunea topologică este 1. Deci, poate fi comparat cu o linie. Atunci când  $n$  tinde la infinit, lungimea acestei linii tinde la infinit.

Primul fractal a fost realizat de matematicianul George Cantor în 1870 și este numit praful lui Cantor ("Cantor dust"):



sursa: <http://www.aci.net/kalliste/chaos2.htm>

$$D = \frac{\ln 2}{\ln 3} = \frac{\ln 4}{\ln 9} = \dots = 0.6309$$

Când numărul de iterații tinde la infinit, rezultă un număr infinit de puncte, care vor avea dimensiunea topologică 0, iar lungimea totală va fi 0, în timp ce dimensiunea Hausdorff este 0.6309. Rezultă ca "praful lui Cantor" este un fractal. Dimensiunea euclidiană a acestui obiect este 1.

Pe piețele financiare, timpul este fractal. Într-un proces Bachelier, logaritmul probabilității evoluează după relația  $aT^{0.5}$ . Bachelier a observat că dacă intervalul de timp este multiplicat cu 4, intervalul de probabilitate crește de 2 ori. Cu alte cuvinte, la o scală  $r = 4$ , numărul  $N$  de probabilitati similare este 2. Atunci, dimensiunea Hausdorff pentru timp este:

$$D = \frac{\ln N}{\ln r} = \frac{\ln 2}{\ln 4} = 0.5.$$



Influența scării asupra lungimii (perimetrului):



Considerăm un segment de lungime  $L$ ,  $L = 1$  (a). Dacă divizăm acest segment în trei părți, fiecare parte de lungime  $1/3$  și înlăturăm partea din mijloc, dar o înlocuim cu două segmente, fiecare de lungime  $1/3$  rezulta (b). Atunci lungimea totală devine  $4(1/3) = 4/3$ . La pasul următor (c) rezulta 16 segmente, fiecare de lungime  $1/9$ . Deci, lungimea totală este  $16/9$  sau  $(4/3)^2$ . După  $n$  pași, lungimea este  $(4/3)^n$ , și, atunci când  $n$  tinde la infinit, și lungimea totală tinde la infinit. Când  $n$  tinde la infinit, curba obținută se numește curba lui Koch și este caracterizată prin faptul că în fiecare punct are un unghi ascuțit. Dimensiunea ei topologică este 1. Dimensiunea Hausdorff este (în cazul în care înlocuim fiecare segment cu  $N = 4$  segmente, după divizarea segmentului original cu un factor de scală  $r = 3$ )

$$D = \frac{\ln 4}{\ln 3} = 1.2618\dots \text{ Dimensiunea euclidiană a sa este } 2.$$

#### 4.4.2. Utilizarea fractalilor în finanțe

##### Principiul valurilor

În anii '30, Ralph Nelson Elliott (1871 – 1948), pe baza observațiilor empirice, a descoperit că schimbările în valoarea indicilor bursieri produc un număr limitat de modele („patterns”) numite valuri, care prezintă similaritate la diferite grade (la scară), sau mărimi ale trendului. Acestea diferă de un fractal identic („self-identical fractal”) - care are similaritate la orice scară (mărind o porțiune, rezultă același grafic) – figura 1, sau de un fractal nedefinit (ale cărui părți sunt similare, numai că părțile sunt neregulate la orice scară – figura 2.

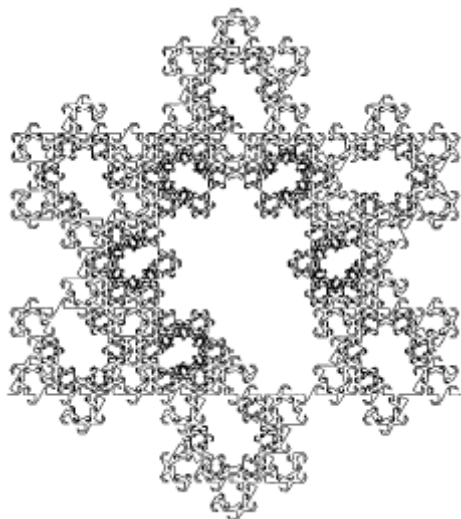


Figura 1: Fractal identic

Sursa: <http://www.elliottwave.com>

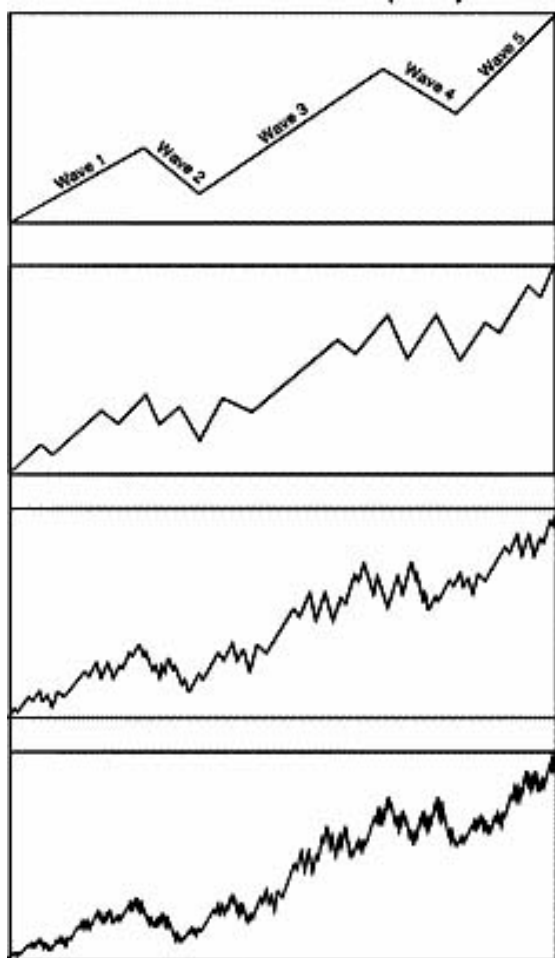


Figura 2: Fractal nedefinit

Sursa: <http://www.elliottwave.com>

Principiul valurilor, dezvoltat de Elliott se bazează pe teoria că un proces sub forma unui trend este generat de către cinci valuri (trei în sensul trendului și două în sens invers) și este urmat de o mișcare în sens contrar (netă) formată din trei valuri

Generarea unui fractal pe baza teoriei valurilor a lui Elliott:

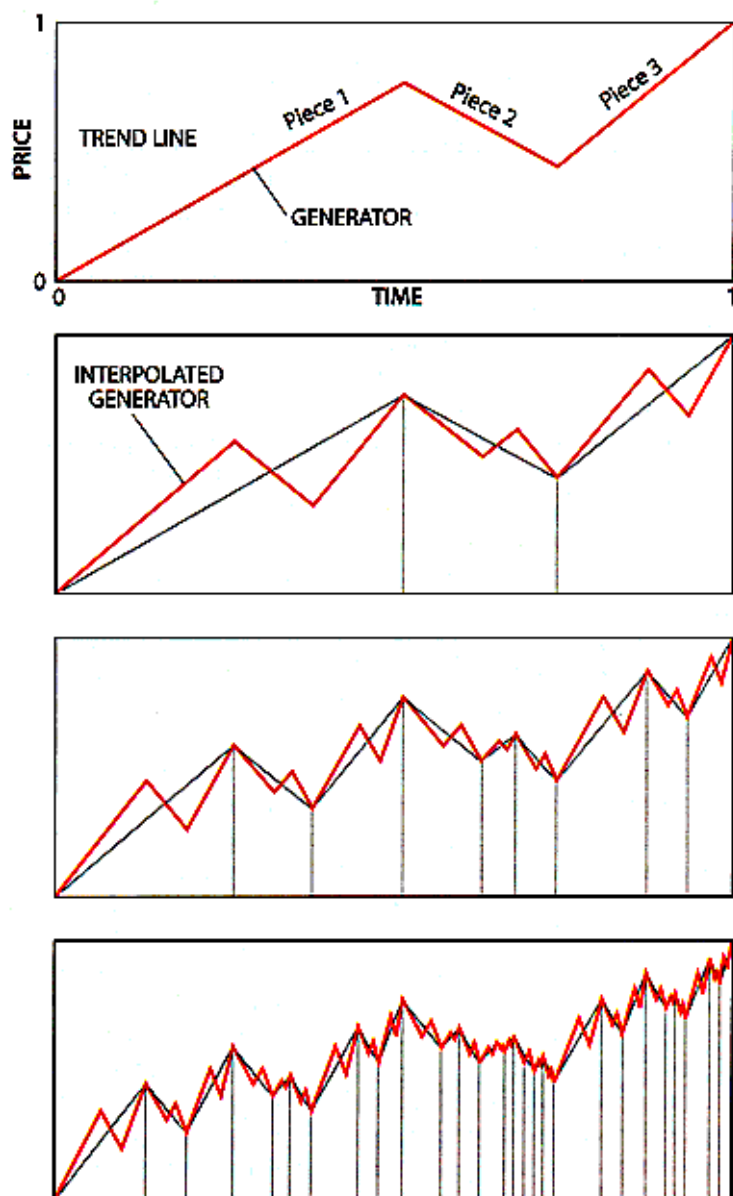


Sursa: <http://www.elliottwave.com>

## Teoria lui Mandelbrot

Un fractal este o figură geometrică care poate fi separată în mai multe părți, fiecare parte fiind o imagine la scară redusă a imaginii inițiale. În finanțe, conform acestui concept, evoluțiile cursului unui titlu sau a unei monede arată toate la fel atunci când graficul este mărit sau redus. Această proprietate se numește afinitatea unui obiect cu el însuși ("self affinity").

În graficul de mai jos este reprezentată grafic proprietatea de afinitate și un exemplu de generare a unui fractal:

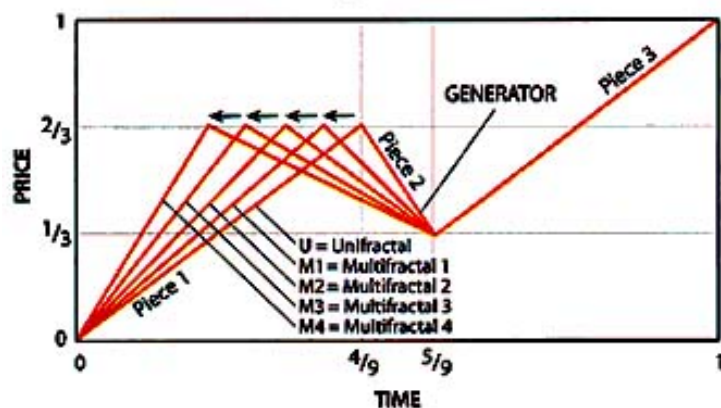


sursa: Benoit B. Mandelbrot, A Multifractal Walk Down Wall Street, Scientific American, February 1999

Procesul de generare a unui fractal începe cu o linie dreaptă (trendul). Apoi, sunt folosite trei segmente (o linie frântă - numită generator) pentru a crea graficul corespunzător unei mișcări oscilatorii a prețului. Apoi fiecare din cele trei segmente ce compun generatorul este înlocuit

cu alte trei segmente care reprezintă generatorul inițial, dar la o scară mai redusă. Și așa mai departe.

Pentru a se obține o simulare completă a fluctuației prețului se pot folosi multifractalii. Aceștia se obțin prin alterarea generatorului măbind sau micșorând axa orizontală a timpului. În figura de mai jos este prezentat generatorul unui multifractal:



sursa: Benoit B. Mandelbrot, A Multifractal Walk Down Wall Street, Scientific American, February 1999

#### 4.5. Teoria piețelor fractale

Această teorie este concepută de către Peters, ca o replică la teoria piețelor eficiente. În această teorie accentul nu mai este pus pe eficiența pieței, ci pe stabilitatea ei. Piața este considerată stabilă atunci când este "lichidă", în sensul unui volum de tranzacționare nebalansat. Dacă o piață este lichidă, atunci prețul de piață este aproape de cel "corect".

Dacă informația ar avea același impact asupra tuturor investitorilor, atunci piața nu va fi lichidă. Când investitorii vor primi informația, toți vor executa aceeași tranzacție, încercând să obțină același preț. Dar, investitorii nu sunt omogeni, ei apreciazând informația în funcție de orizontul lor de investiție. Fiecare investitor are un orizont de investiție diferit. În plus, informația care este necesară pentru fiecare orizont de investiție este diferită. De aici rezultă că sursa lichidității sunt investitorii cu orizonturi diferite de investiție, seturi diferite de informații și, ca o consecință, concepții diferite în privința "prețului corect".

Astfel, investitorii care au un orizont de timp foarte scurt („day traders”) folosesc în principal analiza tehnică în timp ce investitorii ce investesc pe termen lung, folosesc în principal analiza fundamentală. În acest caz, valoarea "corectă" a unui titlu este identificată în două moduri:

- pentru investitorii pe termen scurt, problema este să identifice minimumul și maximumul unei zile;
- pentru investitorii pe termen lung, decizia de a vinde sau de a cumpăra nu depinde în mod esențial de valoarea minimă sau maximă a unei zile. De exemplu, dacă randamentul pe o perioadă de șase luni este 31% în loc de 32% este considerat totuși acceptabil. În schimb, o diferență de 1% poate fi foarte semnificativă pentru un investitor cu un orizont de timp foarte scurt.

Lichiditatea depinde de asemenea de tipul de informație care circulă pe piață, și pentru ce orizont de investiție este ea importantă.

Ipoteza pietelor fractale pune accentul pe impactul lichidității și orizontului de investiție asupra comportamentului investitorilor. Conform acestei teorii, piața rămâne stabilă atunci când participă mulți investitori și aceștia au orizonturi de investiție diferite. De exemplu, atunci când un investitor care are un orizont scurt de timp este în criză, atâta timp cât există un alt investitor cu un alt orizont de timp, piața se va stabiliza. Pentru aceasta, investitorii trebuie să aibă aceleași nivele de risc (odată ce ajustarea este făcută pentru scala orizontului de investiție) iar riscul împartit de către investitori explică de ce frecvența distribuției randamentelor arată la fel pe diferite orizonturi de timp. Aceasta teorie este numită Ipoteza Piețelor Fractale din cauza structurii de similaritate a volatilității cu ea însăși (la scale diferite).

Piața devine instabilă atunci când se rupe structura fractală a sa. Ruperea structurii fractale apare atunci când investitorii cu orizonturi lungi de timp fie nu mai participă pe piață, fie își îngustează orizonturile de timp. Orizonturile de timp se îngustează atunci când investitorii consideră că informațiile fundamentale (pe termen lung), care sunt de bază pentru evaluarea pieței, nu mai sunt importante sau nu mai sunt credibile (cum ar fi crizele economice și politice, atunci când perspectivele pe termen lung devin incerte). În aceste momente, volatilitatea pe termen scurt este foarte înaltă.

Rezumând, teoria piețelor fractale propune următoarele:

1. Piața este stabilă atunci când în cadrul ei acționează investitori care au orizonturi de timp diferite. Datorită acestui fapt există o lichiditate mare.
2. Mulțimea informațiilor este legată mai mult de atitudinea pieței și de factori tehnici pe termen scurt (informații obținute prin analiză tehnică) decât pe informații valabile pe termen lung (obținute pe baza analizei fundamentale). Cu cât orizontul de timp crește, domină informațiile fundamentale pe termen lung (informațiile obținute pe baza analizei fundamentale). Astfel, schimbările prețului pot reflecta informații importante numai pentru acel orizont de timp.
3. Dacă apare un eveniment care face discutabilă validitatea unei informații fundamentale, investitorii pe termen lung ori își opresc participarea pe piață, ori încep să tranzacționeze pe baza mulțimii informațiilor pe termen scurt (atitudinea pieței și informații tehnice). În momentul în care toate orizonturile de investiție se îngustează la un nivel uniform, piața devine instabilă. Nu mai sunt investitori pe termen lung care să stabilizeze piața oferind lichiditate investitorilor pe termen scurt.
4. Prețurile reflectă o combinație de informații legate de analiza tehnică (pe termen scurt) și analiza fundamentală (pe termen lung). Din această cauză, schimbările prețurilor pe termen scurt sunt mai volatile sau mai zgomotoase (“noisier”) decât cele pe termen lung. Trendul de bază al pieței reflectă schimbările în veniturile așteptate, bazate pe schimbările climatului economic. Trendurile pe termen scurt sunt rezultatul comportamentului de grup (“crowd behaviour”). Nu există nici un motiv de a crede că lungimea (durata) trendului pe termen scurt are vreo legătură cu trendul economic de bază.

5. Dacă un titlu nu are nici o legătură cu ciclul economic, atunci nu va exista trend pe termen lung. Lichiditatea, informațiile pe termen scurt și cele legate de tranzacționare vor domina.

În contradicție cu teoria piețelor eficiente, teoria piețelor fractale consideră că informația nu are un impact uniform asupra cursurilor, informația este asimilată diferit, în funcție de diferitele orizonturi de investiție. Orizonturile de timp diferite evaluează informația diferit. La orice moment de timp, cursurile pot să nu reflecte toate informațiile disponibile, ci doar acele informații importante pentru orizontul de investiție.

#### 4.5.1. Analiza fractală (R/S)

Einstein a făcut studii extinse asupra mișcării browniene și studiul său a devenit modelul principal pentru modelul random walk în statistică. Einstein a descoperit că distanța acoperită de o particulă aleatoare, care este supusă unor coliziuni aleatoare din toate părțile este strâns legată de rădăcina pătrată a timpului.

Așadar:  $R = k \times T^{0.5}$ , unde  $R$  este distanța acoperită,  $k$  – o constantă și  $T$  – indicele timpului.

Utilizând analiza R/S, Hurst a sugerat o mișcare browniană generalizată, care poate fi aplicată unei clase mai întinse de serii de timp. Această ecuație mai generală este:  $R/S = k \times n^H$ , unde  $R/S$  este intervalul regradat (“rescaled range”) sau raportul dintre intervalul maxim și deviația standard (“range/standard deviation”),  $n$  – numărul de observații (timpul observației),  $k$  – o constantă a seriei de timp,  $H$  – *exponentul Hurst*. Deci, Hurst a generalizat legea  $T^{0.5}$  la legea  $T^H$ . Analog, mișcarea browniană poate fi generalizată la o mișcare browniană fractală (sau fracțională).

Dacă sistemul analizat este independent distribuit sau are o mișcare aleatoare (“random walk”), se va potrivi ecuația lui Einstein ( $T$  la puterea 0.5), iar valoarea exponentului Hurst va fi 1/2. În acest caz, dacă  $X(t)$  este poziția unei particule aleatoare la momentul  $t$  și  $\{e\}$  este un proces aleator gaussian, schimbarea poziției particulei de la momentul  $t_0$  la momentul  $t$  este:

$X(t) - X(t_0) \approx e \times |t - t_0|^H$ , pentru  $t \geq t_0$ , unde  $H = 0.50$  pentru mișcarea browniană.

$H$  poate lua trei tipuri de valori:

##### ➤ $H = 0.5$

**Serii independente:** sistemul urmează o mișcare aleatoare (“random walk”) – și atunci se folosesc proprietățile mișcării browniene. În acest caz, seriile sunt independente (zgomot brown, sau “Brown noise” sau mișcare browniană).

##### ➤ $0 \leq H < 0.5$

**Serii antipersistente** (“antipersistent series”) sau zgomot roz (“pink noise”): sistemul acoperă o distanță mai mică decât în cazul mișcării aleatoare. Din această cauză are tendința de a schimba des sensul. Dacă crește, este foarte posibil de a descrește în perioada următoare; dacă descrește, este foarte posibil să crească. O singură serie de timp a fost descoperită a avea această proprietate: volatilitatea pieței. Deoarece sistemul acopera o distanță mai mică, evoluția sa își schimbă semnul mai frecvent decât un proces aleator.

➤  $0.5 < H \leq 1$

**Serii persistente** (zgomot negru sau “black noise”): aceste serii acoperă o distanță mai mare decât o mișcare aleatoare. Astfel, dacă un sistem crește într-o anumită perioadă, este foarte probabil să crească în continuare în perioada imediat următoare. Această proprietate este denumit efectul Joseph. De asemenea, această serie are potențialul unor catastrofe neașteptate, proprietate denumită efectul Noah. Aceasta serie este caracterizată de efectele unei memorii lungi. Din punct de vedere teoretic, ce se întâmplă în momentul actual are un impact asupra viitorului totdeauna. În termenii dinamicii haotice, seria este senzitivă la condițiile inițiale. Aceasta memorie lungă este independentă de timp și de scală. Toate schimbările zilnice sunt corelate cu toate schimbările zilnice viitoare, toate schimbările săptămânale sunt corelate cu toate schimbările săptămânale viitoare. Nu există nici o caracteristică a scalei de timp - proprietate caracteristică seriilor de timp fractale.

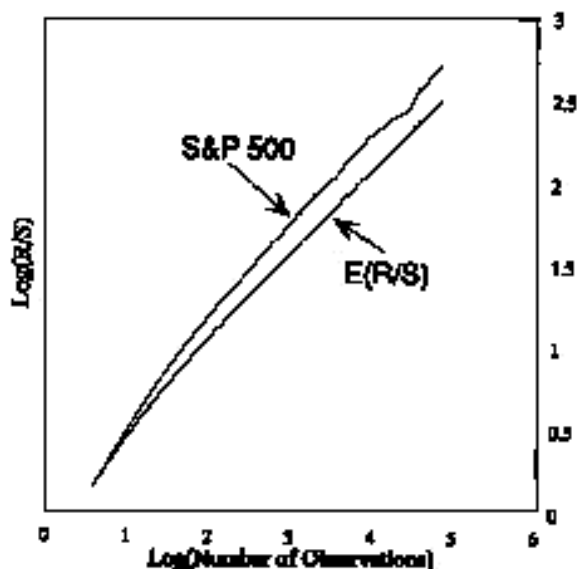
### Calcularea R/S pentru randamente

1. Plecând de la o serie de lungime  $M$ , se transformă într-o serie  $N = M - 1$  de diferență de logaritmi:  $N_i = \log\left(\frac{M_{i+1}}{M_i}\right)$ ;  $i = 1, 2, 3, \dots, (M - 1)$
2. Se divizează această perioadă de timp în  $A$  perioade de lungime  $n$ , astfel încât  $A \times n = N$ . Fiecare subperioadă este notată cu  $I_a$ , cu  $a = 1, 2, 3, \dots, A$ . Fiecare element  $I_a$  este notat cu  $N_{k,a}$ , astfel încât  $k = 1, 2, 3, \dots, n$ . Pentru fiecare  $I_a$  de lungime  $n$ , este calculată valoarea medie:  $e_a = \frac{1}{n} \times \sum_{k=1}^n N_{k,a}$ , unde  $e_a$  este valoarea medie a lui  $N_i$  conținută în subperioada  $I_a$  de lungime  $n$ .
3. Se calculează  $X_{k,a} = \sum_{i=1}^k (N_{i,a} - e_a)$ ;  $k = 1, 2, 3, \dots, n$
4. Intervalul („range”) este definit ca diferența dintre maximum și minimum valorilor  $X_{k,a}$  dinăuntrul fiecărei perioade  $I_a$ :  $R_{I_a} = \max(X_{k,a}) - \min(X_{k,a})$ , unde  $1 \leq k \leq n$ .
5. Pentru fiecare subperioadă  $I_a$  se calculează deviația standard:  $S_{I_a} = \sqrt{\frac{1}{n} \times \sum_{k=1}^n (N_{k,a} - e_a)^2}$
6. Fiecare interval,  $R_{I_a}$ , este apoi normalizat prin divizare cu  $S_{I_a}$ . Intervalul regradat pentru fiecare subperioadă  $I_a$  este egal cu  $\frac{R_{I_a}}{S_{I_a}}$ . Valoarea R/S pentru lungimea  $n$  este definită ca:
 
$$(R/S)_n = \frac{1}{A} \times \sum_{a=1}^A \frac{R_{I_a}}{S_{I_a}}$$
7. Lungimea  $n$  este crescută și se repetă procedura până când  $n = \frac{M - 1}{2}$ .

8. Apoi, prin regresie se stabilește valoarea coeficientului Hurst:

$$\log(R/S) = \log(k \times n^H) = \log(k) + H \log(n).$$

În graficul de mai jos este reprezentat  $R/S$  pentru randamentul pe intervalul de 3 minute al indicelui Standard & Poors 500 între anii 1989 – 1992:



(sursa: <http://ftp.ec.vanderbilt.edu/Chaos/FMH/>)

Se observă că:

- panta este relativ constantă;
- panta este aproximativ 0.603, care este semnificativ mai mare decât predicția prin EMH (care este de 0.5).

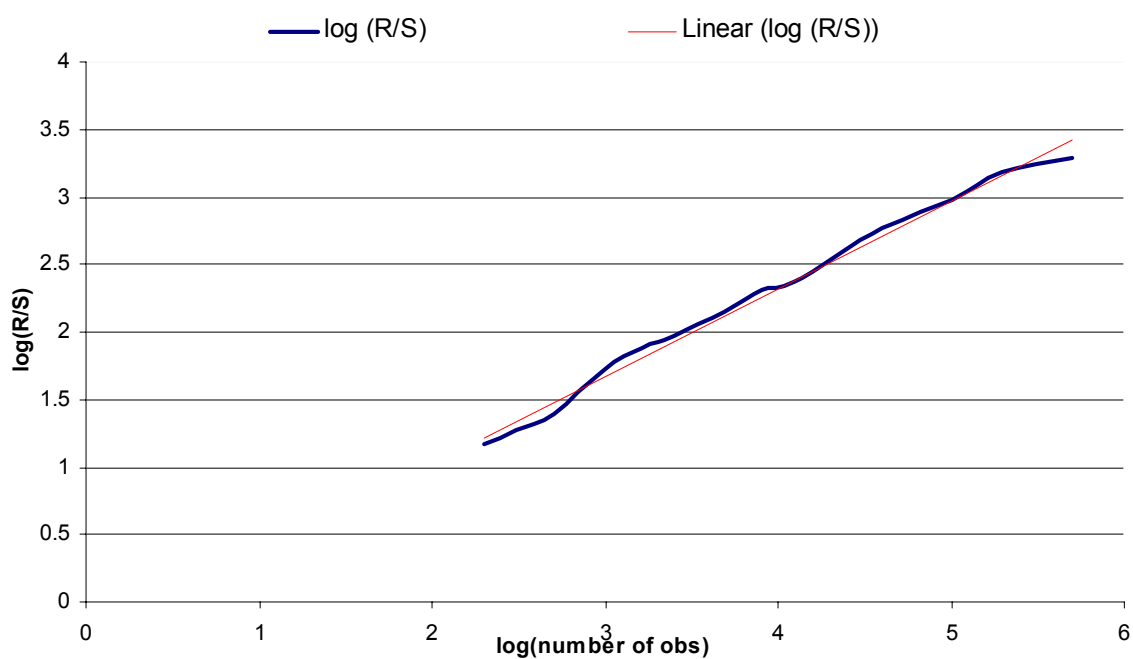
Cu toate că această metodă pare a se comporta bine pentru randamentul pe trei minute, randamentele pe termen lung ale pieței nu par a avea un exponent Hurst bine definit. Aceasta înseamnă că, pe perioade mai lungi de timp, randamentele pieței nu par a avea o mișcare browniană cu o memorie pe termen lung infinită, dar, în schimb, au o memorie pe un interval de timp finit. Deci, pentru analiza acestor randamente se studiază ciclurile neperiodice.



## Analiza R/S pentru randamentele pieței românești de capital

Pe baza metodei de mai sus s-au obținut următoarele rezultate pentru indicele BET<sup>96</sup>:

Orizont	R/S	log (oriz)	log (R/S)
10	3.223539	2.302585	1.17048
12	3.567989	2.484907	1.272002
15	4.042258	2.70805	1.396803
20	5.589519	2.995732	1.720893
25	6.52886	3.218876	1.876232
30	7.221912	3.401197	1.97712
40	8.55134	3.688879	2.146088
50	10.14781	3.912023	2.317258
60	10.69497	4.094345	2.369774
100	16.01264	4.60517	2.773378
150	19.59534	5.010635	2.975292
200	24.03935	5.298317	3.179692
300	26.66077	5.703782	3.283193



<sup>96</sup> Calculul indicatorilor s-a făcut pe baza valorilor zilnice ale indicelui BET pe perioada septembrie 1997, martie 2000

Pentru regresie s-a folosit următoarea ecuație:  $\log(R/S) = \log(k \times n^H) = \log(k) + H \log(n)$

Rezultatele regresiei sunt:

Dependent Variable: LOGRS

Method: Least Squares

Sample: 1 13

Included observations: 13

LOGRS=C(1)+C(2)\*LOGHORIZ

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.266171	0.070403	-3.780666	0.0030
C(2)	0.645802	0.017847	36.18620	0.0000
R-squared	0.991669	Mean dependent var		2.189093
Adjusted R-squared	0.990912	S.D. dependent var		0.710466
S.E. of regression	0.067729	Akaike info criterion		-2.405969
Sum squared resid	0.050459	Schwarz criterion		-2.319053
Log likelihood	17.63880	F-statistic		1309.441
Durbin-Watson stat	1.186917	Prob(F-statistic)		0.000000

De aici rezultă că  $H = 0.646$ , deci seria randamentelor este persistentă.

### Calcularea R/S pentru volatilitate

Se calculează randamentul titlului după formula:  $S_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ , unde  $S_t$  este randamentul în momentul  $t$  și  $P_t$  cursul în momentul  $t$ .

Volatilitatea este deviația standard a lui  $S_t$ :  $V_n = \frac{\sum_{t=1}^n (S_t - \bar{S})^2}{n-1}$ , unde  $V_n$  este varianța pe o perioadă de  $n$  zile (cel puțin 20),  $\bar{S}$  este valoarea medie a lui  $S$ .

Apoi se calculează schimbarea în volatilitate la momentul  $n$  ( $L_n$ ):  $L_n = \ln\left(\frac{V_n}{V_{n-1}}\right)$ .

Pe baza acestor date se face analiza R/S.

Peters<sup>97</sup> a calculat exponentului Hurst pentru volatilitatea indicelui S&P 500 și a obținut o valoare  $H = 0.31$ , de unde rezultă că volatilitatea (realizată) este antipersistentă, ceea ce înseamnă că își schimbă semnul de evoluție mai mult decât o serie aleatoare.

### Analiza R/S pentru volatilitatea pieței românești de capital

Calcularea exponentului Hurst pentru volatilitatea indicelui BET<sup>98</sup>:

Volatilitatea s-a calculat pe un orizont de 20 de zile, pe baza randamentului zilnic.

<sup>97</sup> Peters, Edgar E. (1994); „Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics”; John Wiley & Sons, Inc.

<sup>98</sup> Calculul indicatorilor s-a făcut pe baza randamentelor zilnice ale indicelui BET pe perioada septembrie 1997 – aprilie 2000

n	R/S	log (n)	log (R/S)
10	2.452354	2.302585	0.897048
15	2.700987	2.70805	0.993617

Regresia s-a făcut pe baza ecuației:

$$\log(R/S) = \log(k \times n^H) = \log(k) + H \log(n)$$

Dependent Variable: LOGRS

Method: Least Squares

Sample: 1 2

Included observations: 2

LOGRS=C(1)+C(2)\*LOGN

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.348646	NA	NA	NA
C(2)	0.238168	NA	NA	NA
R-squared	1.000000	Mean dependent var		0.945333
S.D. dependent var	0.068284	Sum squared resid		2.47E-30
Durbin-Watson stat	2.000000			

Exponentul Hurst pentru volatilitate este 0.238, deci seria volatilității este antipersistentă.

**Exponentul Hurst** este o instrument statistic robust și are următoarele proprietăți:

- Exponentul Hurst este un mijloc de măsurare a distribuției fractale. În această distribuție nu există o scară de timp caracteristică.
- Următoarele afirmații sunt considerate a fi echivalente pentru o serie de timp:
  1. Exponentul Hurst este bine definit pentru seria de timp.
  2. Seria de timp manifestă o mișcare browniană fracțională.
  3. Probabilitatea distribuției este stabilă (Paretian sau Levy).
  4. Panta graficului  $\log n$  (pe abscisă),  $\log R/S$  (pe ordonată) este o constantă.
- $1/H$  este dimensiunea fractală a spațiului de probabilitate (Mandelbrot 1972). Mișcarea aleatoare are dimensiunea fractală de  $1/0.5 = 2$ . Ca urmare aceasta acoperă complet faza (perioada) spațiului.
- $2 \times H - 1$  este rata de scădere a seriei Fourier; coeficienții Fourier scad în proporție cu
 
$$\frac{1}{f^{(2 \times H + 1)}}$$
- Estimarea lui  $H$  poate fi găsită pe panta graficului logaritmulor lui  $R/S$  în raport de logaritmul lui  $n$ .

$$\log(R/S) = \log(k \times n^H) = \log(k) + H \log(n)$$

#### 4.5.2. Cicluri neperiodice și analiza V

Pentru căutarea ciclurilor neperiodice este utilizată o variantă a analizei R/S numită *analiza V* (“V-analysis”).

Ciclurile neperiodice sunt o generalizare a ciclurilor periodice. Un “val” sinusoidal (o sinusoidă) are perioada  $2\pi$ . Seriile de timp aleatoare au tendința periodicității, dar perioada, este mai probabil, să fie aleatoare decât fixă. Deci, în locul unei perioade care are o valoare fixă, bine definită de  $2\pi$ , perioada poate varia la fiecare ciclu în funcție de o distribuție aleatoare. În anumite cazuri, distribuția aleatoare poate avea o formă gaussiană și ca urmare, aceasta va avea o medie și o varianță bine definite. În acest caz, se spune că seria de timp conține cicluri neperiodice. Astfel, o serie de timp conține cicluri neperiodice dacă are:

- o perioadă medie și
- o anumită deviație de la medie pentru această perioadă.

Mișcarea browniană fracțională nu îndeplinește aceste cerințe. Deși mișcarea browniană fracțională oscilează între valori mari și mici, nu există o perioadă medie și din acest motiv ea nu conține cicluri neperiodice.

Prin analiza R/S se poate determina durata unui ciclu, deoarece, odată ce sinusoidală a acoperit un ciclu complet, intervalul de variație nu mai crește, deoarece a atins amplitudinea maximă<sup>99</sup>.

Folosind analiza R/S, se observă că, pe termen scurt, piața are un exponent Hurst bine definit și de aici apare a fi o mișcare browniană fracțională. De aici rezultă că pe intervale scurte de timp, nu este probabil de definit un ciclu al pieței. Dar, pe termen lung, comportarea pieței este diferită. Diferența poate fi observată definind *V-statistic*:  $V = \frac{(R/S)}{\sqrt{n}}$ .

Această analiză este foarte apropiată de analiza R/S cu următoarele excepții:

1. Coeficientul R/S este folosit pe axa Y și nu este folosit logaritmul său;
2. R/S este divizat de rădăcina pătrată a timpului, și din această cauză, mișcarea browniană va avea o pantă netedă (dreaptă).

Axa X rămâne definită la fel ca în analiza R/S, ca logaritm din scara de timp (“time scale index”). Această variabilă a fost aleasă pentru a se putea observa caracteristicile seriilor de timp care apar ca “scări de timp caracteristice” (“characteristic time-scale”) de dimensiune  $n$ . O perioadă este un exemplu a unei asemenea caracteristici. Deci, intuitiv, ne așteptăm, că analiza R/S va fi aptă să ne arate ciclurile în seriile de timp. O dovadă a acestui lucru este mișcarea browniană fracțională.

<sup>99</sup> Karl Weierstrass, un matematician german, a creat prima funcție fractală. Această funcție era continuă în orice punct, dar nu era diferențiabilă în nici un punct. Funcția este o sumă infinită de serii de sinusuri (sau cosinusuri) în care amplitudinea scade, în timp ce frecvența crește datorită a diferiți factori. Se începe cu o frecvență majoră (sau fundamentală),  $w$ , cu amplitudinea 1. Apoi este adăugat un al doilea termen armonic, cu frecvența  $bw$  și amplitudinea  $1/a$ , cu  $a$  și  $b$  mai mari decât 1. Al treilea termen armonic este adăugat, cu frecvența  $b^2w$  și amplitudinea  $1/a^2$  și așa mai departe. Fiecare termen are o frecvență care este o putere a lui  $b$ , mai mare decât cea anterioară, iar amplitudinea care este o putere de un număr mai mic. Dimensiunea fractală  $D$  va fi  $\ln(a)/\ln(b)$ .

Ecuția lui Weierstrass, scrisă ca o serie Fourier este:  $F(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (1/a^n) \times \cos(b^n \times w \times t)$

Aceasta:

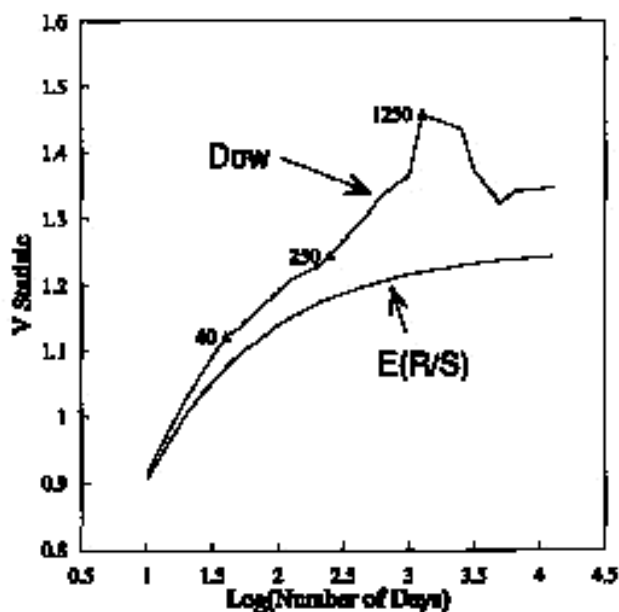
- nu prezintă cicluri;
- într-un grafic  $R/S$  are o pantă constantă.

De aici, cel puțin în cazul mișcării browniene fracționale, analiza  $R/S$  pare a fi capabilă să recunoască absența oricărei comportări ciclice. Deci, cel puțin la prima privire,  $R/S$ -statistic pare capabil să facă distincția dintre seriile de timp ciclice și cele neciclice.  $V$ -statistic este folosit pentru a amplifica semnalele, variațiile (“bumps”) care există într-un grafic datorită comportării ciclice.

Conform teoriei lui Peters, ciclurile neperiodice pot avea două surse:

1. Pot fi cicluri statistice, exemplificate de fenomenul Hurst de persistență (corelații pe termen lung) și schimbări abrupte ale direcției.
2. Pot fi rezultatul unui sistem dinamic neliniar sau a haosului deterministic.

În graficul de mai jos este prezentată analiza  $V$  pe baza randamentelor zilnice ale indicelui Dow Jones Industrials (DJIA) în perioada 2 ianuarie 1888 – 31 decembrie 1991.

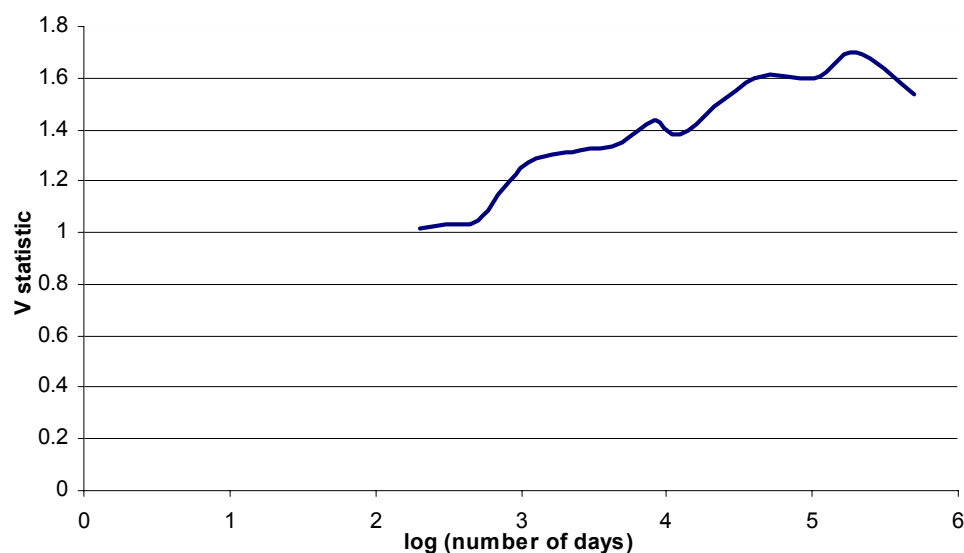


(sursa: <http://ftp.ec.vanderbilt.edu/Chaos/FMH/>)

Graficul superior prezintă un vârf pronunțat în jurul a 1250 zile lucrătoare – în jur de 4 ani – sugerând un ciclu de o perioadă medie de această lungime. Al doilea grafic,  $E(R/S)$ , este modul cum ar arăta graficul datorită mișcării browniene. Deci, în comportarea pe termen lung, piața nu pare a urma o mișcare browniană fracționară, ci pare a fi descrisă de cicluri. Din moment ce exponentul Hurst este o măsură a memoriei sistemului, și din moment ce ciclurile demonstrează un exponent Hurst slab definit (“ill-defined”), perioadele ciclului sunt o măsură a lungimii memoriei sistemului.

### V statistic pentru indicele BET<sup>100</sup>

Numărul de zile	R/S	V statistic
10	3.223539	1.019373
12	3.567989	1.02999
15	4.042258	1.043707
20	5.589519	1.249854
25	6.52886	1.305772
30	7.221912	1.318535
40	8.55134	1.352086
50	10.14781	1.435117
60	10.69497	1.380715
100	16.01264	1.601264
150	19.59534	1.599953
200	24.03935	1.699839
300	26.66077	1.53926



Graficul prezintă un vârf pronunțat la o valoare de aproximativ 200 de zile.

#### 4.5.3. Statistică fractală

##### Distribuția stabilă

În 1960, Mandelbrot și Fama au considerat că piețele speculative pot fi descrise de distribuții stabile sau Levy<sup>101</sup>. Acest set de distribuții include și distribuția Gauss, dar de asemenea includ și o varietate de distribuții fractale și toate pot fi generate prin mișcarea browniană fracțională.

<sup>100</sup> Calculul indicatorilor s-a făcut pe baza valorilor zilnice ale indicelui BET pe perioada septembrie 1997, martie 2000

<sup>101</sup> Sales, Mark, David McLaughlin (April 1997); „Fractals in Financial Markets”, <http://ftp.ec.vanderbilt.edu/Chaos/FMH/main.html>

Conform lui Levy, o funcție de distribuție  $F(x)$  este stabilă Levy, dacă pentru orice  $b_1, b_2 > 0$ ,

există  $b > 0$ , astfel încât:  $F\left(\frac{x}{b_1}\right) \times F\left(\frac{x}{b_2}\right) = F\left(\frac{x}{b}\right)$ .

O variabilă aleatoare  $X$  are o distribuție stabilă, dacă, pentru orice  $n \geq 2$ , există un număr pozitiv  $C_n$  și un număr real  $D_n$  astfel încât:  $X_1 + X_2 + \dots + X_{n-1} + X_n$  are aceeași distribuție ca și  $C_n X + D_n$ , unde  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sunt copii independente (au o distribuție identică cu cele) ale variabilei  $X$ . Cu alte cuvinte, dacă distribuția lor este stabilă, suma a  $n$  variabile aleatoare distribuite identic, are aceeași distribuție ca fiecare dintre ele, cu excepția multiplicării cu un factor de scală  $C_n$  și ajustarea cu (locatia)  $D_n$ . Asemănarea cu un fractal survine din faptul că un fractal este un obiect care arată la fel la diferite scale. În cazul distribuțiilor stabile există variabile aleatoare pentru care distribuția de probabilitate arată la fel la diferite scale (cu excepția factorului  $D_n$ ).

O variabilă cu o distribuție stabilă are o distribuție strict stabilă dacă  $D_n = 0$ . Aceste distribuții sunt fractale deoarece suma a  $n$  variabile care au distribuție identică arată la fel ca distribuția pe baza căreia au fost generate, ajustate cu un factor de scală  $C_n$ .

Un tip de distribuții strict stabile sunt distribuțiile stabile simetrice. O variabilă cu o distribuție stabilă are o distribuție simetric stabilă dacă distribuția sa este simetrică: dacă  $X$  și  $-X$  au aceeași distribuție.

Parametrul de scală  $C_n$  are forma:  $C_n = n^{\frac{1}{\alpha}}$ , unde  $0 < \alpha \leq 2$ .

Astfel, dacă avem  $n$  copii independente ale unei distribuții stabile simetrice, suma lor are aceeași distribuție cu o scală care este de  $n^{\frac{1}{\alpha}}$  mai mare. Pentru distribuția normală,  $\alpha = 2$ .

Pentru distribuția stabilă simetrică se poate calcula dimensiunea Hausdorff. Dacă se divizează o variabilă aleatoare  $X$ , cu distribuție stabilă simetrică, cu un factor de scală  $c = n^{\frac{1}{\alpha}}$ , se obține un număr  $N = n$  copii ale lui  $X/n^{\frac{1}{\alpha}}$ . Deci, dimensiunea Hausdorff va fi:

$$D = \frac{\ln N}{\ln c} = \frac{\ln n}{\ln n^{\frac{1}{\alpha}}} = \alpha.$$

Numele de “stabil” este folosit din moment ce există efecte multiple, fiecare având această distribuție, rezultatul net, de asemenea, va avea această distribuție. Deci, aceste distribuții sunt singurele care pot “supraviețui” în sisteme care au numeroși factori care contribuie la rezultatul net. Clopotul lui Gauss este un exemplu de distribuție stabilă, dar ea nu descrie mișcarea pieței. Distribuțiile stabile pot fi parametrizate cu patru parametri. Aceasta înseamnă că, ajustând continuu cei patru parametri, toate distribuțiile stabile pot fi obținute. Din păcate, cu excepția a două sau trei cazuri speciale (cum este cazul distribuției lui Gauss), nici una dintre aceste distribuții nu poate fi exprimată într-o formă analitică.

### Distribuția fractală (stabilă)

Aceasta are proprietatea că atunci când seria de timp corespunzătoare este reprezentată grafic, aceasta va avea o dimensiune fractală. Astfel, o serie de timp produsă de o distribuție fractală este (din punct de vedere statistic) independentă de scară ("scale independent"). Acesta este cazul distribuțiilor stabile (distribuția gaussiană este o excepție).

Pe baza  $F\left(\frac{x}{b_1}\right) \times F\left(\frac{x}{b_2}\right) = F\left(\frac{x}{b}\right)$ , se poate construi funcția caracteristică a lui  $F$ :

$f(b_1 \times t) \times f(b_2 \times t) = f(b \times t)$ . Folosind logaritmul funcțiilor caracteristice, Mandelbrot (1964)<sup>102</sup> a reprezentat distribuțiile stabile:

$$\begin{aligned}\phi(t) &= \ln[f(t)] = \ln[E(e^{i \times x \times t})] \\ &= i \times \delta \times t - |c \times t|^\alpha \times (1 - i \times \beta \times (t/|t|) \times \tan(\pi \times \alpha / 2)), \alpha \neq 1 \\ &= i \times \delta \times t - |c \times t|^\alpha \times (1 - i \times \beta \times (2/\pi) \times \ln|t|), \alpha = 1\end{aligned}$$

Distribuțiile stabile au patru parametri:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $c$  și  $\delta$ , fiecare parametru având propria lui funcție.  $\delta$  este parametrul de locație, distribuțiile putând avea medii diferite de zero, care depind de  $\delta$ . În cele mai multe cazuri, distribuția în studiu este normalizată și  $\delta = 0$ .  $c$  este parametrul de scală, fiind foarte important în momentul când se compară distribuțiile reale. Valoarea luată în mod normal de  $c$  este 1. Când  $c = 1$  și  $\delta = 0$  se spune că distribuția este în formă redusă.  $\beta$  este parametrul de asimetrie. El ia valori între  $-1$  și  $1$ . Când este egal cu  $0$ , distribuția este simetrică în jurul mediei.  $\alpha$  este exponentul caracteristic, care ia valori între  $0$  și  $2$ . Când  $\alpha$  este  $2$ , distribuția este normală iar varianța:  $2 \times c^2$ . Când  $\alpha < 2$ , momentul secund, varianța, define infinit sau nedefinit. Când  $1 < \alpha < 2$ , primul moment, media, există, iar când  $\alpha < 1$ , media populației devine infinită sau nedefinită. O astfel de distribuție este distribuția Cauchy.

Pentru  $S(x; 2, 0, c, \delta)$  rezultă:  $\phi(t) = i \times \delta \times t - \frac{\sigma^2}{2} t^2$ , unde  $\sigma^2$  este varianța distribuției normale. Acesta este cazul gaussian, când  $c = 2 \times \sigma^2$ . Atunci când  $\delta = 0$ , devine distribuția normală standard cu media  $0$  și dispersia  $1$ .

Pentru  $S(x; 1, 0, c, \delta)$  rezultă:  $\phi(t) = i \times \delta \times t - c \times |t|$ , distribuția Cauchy.

Conform studiilor lui Fan, Neogi și Yashima (1991)<sup>103</sup>, două distribuții sunt stabile, cu exponentul caracteristic  $\alpha$  dacă suma lor este de asemenea stabilă cu exponentul caracteristic  $\alpha$ . Aplicată la teoria portofoliului: dacă titlurile din portofoliu sunt stabile, cu aceeași valoare a lui  $\alpha$ , atunci, portofoliul este stabil cu aceeași valoare a lui  $\alpha$ .

<sup>102</sup> Peters, Edgar E. (1994); „Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics”; John Wiley & Sons, Inc.

<sup>103</sup> Peters, Edgar E. (1994); „Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics”; John Wiley & Sons, Inc.



## Proprietăți:

- Similaritate. Dacă exponentul caracteristic -  $\alpha$  , parametrul de asimetrie -  $\beta$  rămân la fel, dacă se schimbă  $c$ , se rescalează distribuția. Odată ce este ajustată scala, probabilitățile rămân la fel la toate scalele cu valori egale a lui  $\alpha$  și  $\beta$  ;  $\alpha$  și  $\beta$  nu sunt dependente de scală, în timp ce  $c$  și  $\delta$  sunt. Această proprietate face distribuțiile stabile să aibă similaritate odată cu schimbarea scalei. Seria și distribuția sunt infinit divizibile. Structura statistică similară este motivul pentru care distribuțiile stabile Levy sunt denumite distribuții fractale. Exponentul caracteristic  $\alpha$  , care ia valori fracționale între 1 și 2 este dimensiunea fractală a spațiului de probabilitate. La fel ca toate dimensiunile fractale, este proprietatea de scalare a procesului.
- Proprietăți aditive. Distribuțiile fractale sunt invariante în cazul aditivității. Aceasta înseamnă că distribuțiile stabile sunt aditive. Două acțiuni cu aceeași valoare a lui  $\alpha$  și  $\beta$  pot fi luate împreună, și distribuția de probabilitate rezultată va avea aceleași valori ale lui  $\alpha$  și  $\beta$  , deși  $c$  și  $\delta$  ar putea să se schimbe. Distribuția normală are aceeași caracteristică.
- Discontinuități. Cozile groase ale distribuțiilor fractale sunt cauzate de amplificare, și această amplificare în seriile de timp cauzează salturi în proces. O schimbare mare într-un proces fractal este datorată unui număr mic de schimbări mari și nu de un număr mare de schimbări mici cum implică modelul gaussian. Aceste schimbări tind să fie abrupte și discontinue (o altă manifestare a efectului Noah). Mandelbrot (1972, 1982) le-a numit sindromul varianței infinite. Pe piețe aceste fenomene apar în momentele de panică. Panica amplifică sentimentele de piață în creștere sau în scădere și cauzează discontinuități ale cursului. Conform ipotezei piețelor fractale, aceste perioade de instabilitate apar atunci când piața își pierde structura fractală, atunci când investitorii pe termen lung nu mai participă și riscul este concentrat într-un singur orizont de timp (de obicei orizont pe termen scurt). În plus, sindromul varianței infinite afectează toate orizonturile de investiție.
- Pentru măsurarea lui  $\alpha$  poate fi folosită analiza R/S. Dacă notăm cu  $R_n$  suma unei variabile stabile într-un interval particular  $n$ , și cu  $R_1$  valoarea inițială, atunci:

$R_n = R_1 \times n^{\frac{1}{\alpha}}$ . De exemplu, suma randamentului pe 5 zile cu  $\alpha$  caracteristic este egală

randamentul pe o zi înmulțit cu  $5^{\frac{1}{\alpha}}$ . Din  $R_n = R_1 \times n^{\frac{1}{\alpha}}$ , prin logaritmare rezultă

$$\alpha = \frac{\log(n)}{\log(R_n) - \log(R_1)}. \text{ Dar } H = \frac{\log(R/S)}{\log(n)}. \text{ Dacă logaritmul distanței } R_n - R_1 \text{ este}$$

aproximativ egal cu intervalul regradat R/S, atunci  $\alpha = \frac{1}{H}$ .

Pe piața românească de capital, pentru seria randamentelor indicelui BET,

$$\alpha = \frac{1}{H} = \frac{1}{0.646} = 1.548. \text{ În acest caz, varianța seriei randamentelor devine nedefinită. În}$$

acest caz, distribuția randamentelor este fractală, având o dimensiune fractală (Hausdorf) de 1.548.

## Zgomot fracțional

Zgomotul fracțional (zgomotul  $\frac{1}{f}$ ) este strâns legat de procesele de relaxare. Un proces de relaxare este o formă de echilibru dinamic. De exemplu, două specii, dintr-un mediu închis sunt în echilibru. Apare o forță exogenă de care beneficiază o specie în defavoarea celeilalte: o specie își va mări numărul de indivizi, iar în cealaltă numărul de indivizi va scădea, până când se ajunge la un nou echilibru. Timpul necesar pentru ca noul echilibru să fie atins de către sistem se numește timp de relaxare. Pe o piață financiară, cele două specii pot fi două trenduri, unul bazat pe sentimente (subiectivism), altul pe valoare. Anumite informații, cum ar fi nivelul ratei dobânzii la împrumuturile pe termen lung, nu pot avea impact asupra unei companii care nu are datorii pe termen lung. Dar, dacă piața ca ansamblu beneficiază, datorită subiectivismului din piață, cursul acelei companii se va stabili la o nouă "valoare corectă". Noua valoare este o combinație dintre perspectivele companiei (care sunt bazate pe analiza fundamentală și pe informațiile din bilanțul contabil) și informațiile relative referitoare la influența ratei dobânzii asupra pieței. Timpul necesar pentru ca noua informație referitoare la ratele de dobândă să fie reflectate complet în evoluția bursei de valori reprezintă timpul de relaxare pentru factorul respectiv (rata dobânzii). Este posibil ca titlurile de valoare diferite să evalueze informația la rate diferite. În acest caz, piața ca întreg va avea mai multe perioade paralele de relaxare ca reacție la noile informații.

Conform ipotezei pietelor fractale, investitorii diferiți cu orizonturi de timp diferite reacționează la informații cu perioade de relaxare diferite, ceea ce înseamnă că informația afectează diferit investitorii diferiți, în funcție de orizontul de investiție al fiecărui investitor. Astfel, volatilitatea, va avea mișcări diferite cu timpi de relaxare diferiți.

Schroeder (1991)<sup>104</sup> a propus o formula pentru simularea zgomotului  $1/f$ . Aceasta implică un generator de procese de relaxare:  $x_{n+1} = \rho x_n + \sqrt{1 - \rho^2} \times r_n$ , unde  $x_0 = 0$ ,  $r$  este un număr aleator,  $\rho$  este timpul dorit de corelare; este legat de timpul de relaxare,  $t$ , pe baza următoarei relații  $\rho = \exp(-1/t)$ .

În teorie, zgomotul  $1/f$  constă într-un număr infinit de procese de relaxare, care apar paralel la toate frecvențele diferite.

Primul termen este un proces AR. Termenul al doilea este un șoc aleator. Coeficientul lui este invers corelat cu coeficientul de corelație din primul termen. Șocul aleator nu permite sistemului să ajungă la echilibru. Dacă nu ar fi fost introdus, fiecare serie  $x$ , va atinge echilibrul în timpul său de relaxare. Este de așteptat ca acest sistem să aibă media și varianța instabile.

## Mișcarea browniană fracțională

Miscarea browniană fracțională este o generalizare a mișcării browniene.

Ecuția de definiție este:  $X(t) - X(t_0) \approx e \times |t - t_0|^H$ , pentru  $t \geq t_0$ , și  $H$  ia valori între 0 și 1.

<sup>104</sup> Peters, Edgar E. (1994); „Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics”; John Wiley & Sons, Inc.

Pentru mișcarea browniană fracțională, generalizăm  $H$  astfel încât să ia valori de la 0 la 1. Dacă considerăm  $B_H(t)$  ca este poziția particulei în mișcarea browniană fracțională, varianța schimbărilor pozițiilor în timp este:  $V(t - t_0) \approx |t - t_0|^{2 \times H}$ . Pentru  $H = 0.5$  rezultă cazul gaussian.

Corelația dintre incrementele  $C(t)$  este definită după cum urmează:  $C(t) = 2^{(2 \times H - 1)} - 1$ . Această ecuație exprimă corelația dintre schimbări în poziție a unui proces în timpul  $t$ , cu toate incrementele de timp  $t$  care îl preced sau îl urmează. În termenii unei piețe financiare, el este corelația tuturor randamentelor de o zi cu toate randamentele de o zi trecute și viitoare. Se aplică, de asemenea, și pentru corelațiile dintre toate randamentele pe orizont de 5 zile cu toate randamentele pe același orizont de timp trecute și viitoare. În fapt, din punct de vedere teoretic, se aplică asupra tuturor incrementelor de timp. Este o măsură a puterii efectului de memorie lungă și acoperă toate scalele de timp.

Când un proces este în mișcare browniană, cu  $H = 0.5$ , atunci  $C(t)$  este zero. Atunci nu este nici un efect de memorie lungă. Atunci când  $0 < H < 0.5$ ,  $C(t)$  este negativ. Atunci este un efect de inversare a semnului de evoluție (zgomot roz), care apare pe multiple scale de timp. Atunci când procesul este zgomot negru, cu  $0.5 < H < 1$ , există corelații pe termen lung infinite, aceasta însemnând că există efecte ale memoriei pe termen lung care apar pe scale multiple de timp, sau, pe piețele financiare, pe orizonturi de investiție.

Mișcarea browniană fracțională apare în serii de timp care se supun regulii:  $\frac{1}{f^{-b}}$ , unde  $f$  este frecvența seriei de timp și  $b$  orice constantă. Aceasta înseamnă că atunci când seria lor Fourier scade cu o rată proporțională cu  $\frac{1}{f^{-b}}$ , unde  $f$  este frecvența seriei de timp, (variabila independentă într-un spațiu Fourier) și  $b$  orice constantă. Există studii care au arătat că toate distribuțiile stabile pot fi generate prin mișcare browniană fracțională. Astfel, toate aceste idei corespund aceluiași seriei de timp.

Conform teoriei piețelor fractale, piața are o mișcare browniană fracționară pe termen scurt..

### **Haos zgomotos (noisy chaos)**

Sistemele haotice au de obicei o evoluție neliniară.

Haosul este caracterizat prin:

1. existența dimensiunii fractale
2. o caracteristică denumită dependența sensibilă de condițiile inițiale.

Un sistem haotic este analizat în ceea ce se numește spațiu fazat („phase space”), care constă într-o dimensiune pentru fiecare factor ce definește sistemul.

Datorită sensibilității de condițiile inițiale, și a neputinței de a măsura condițiile curente cu o precizie exactă, niciodată nu se poate prezice în ce stare se va afla sistemul pe termen lung. Rata de divergență sau pierderea puterii de precizie se poate măsura prin divergența dintre două traiectorii apropiate. Această rată de divergență se măsoară prin exponentul Lyapunov (tratată și în subcapitolul 4.4.). Formula pentru coeficientul Lyapunov este (pentru un atractor):

$$L_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{t} \times \log_2 \left( \frac{p_i(t)}{p_i(0)} \right) \right], \text{ unde } L_i \text{ este exponentul Lyapunov pentru dimensiunea } i, p_i(t)$$

este poziția în dimensiunea  $i$  la momentul  $t$ .

Zgomotul dintr-un sistem poate fi:

- Zgomot aditiv – care poate fi provocat de zgomotul fracțional, zgomot observațional. Pe măsură ce zgomotul observațional crește,  $H$  scade (de la 0.9) (conform studiile făcute de Perters pentru piața financiară americană), dar se stabilizează pe măsură ce crește zgomotul, la aproximativ 0.61 (când zgomotul este cuprins între 0.5 sigma și 2 sigma).
- Zgomot de sistem. Acesta intervine atunci când rezultatul sistemului iterativ devin corupte cu zgomot, dar sistemul nu poate distinge între semnalul zgomotos și semnalul pur și folosește semnalul zgomotos pentru noua iterație. Acesta este diferit de zgomotul observațional, care apare atunci când observatorul are dificultăți în măsurarea procesului. Din cauza dependenței de condițiile inițiale, zgomotul de sistem face mai dificilă prognoza. Pe piață exemplul de zgomot de sistem: se cunoaște cursul la care s-a făcut ultima tranzacție, dar nu se cunoaște dacă acesta este “corect” („fair”) sau nu. Investitorii reacționează la acest output zgomotos, fără să îi cunoască valoarea adevărată. Zgomotul de sistem are un impact similar asupra exponentului  $H$  ca și zgomotul aditiv.

Diferența dintre zgomotul fracționar și haosul zgomotos este faptul că primul este aleator, în timp ce cel de al doilea este deterministic.

Conform teoriei piețelor fractale, piața este haotică pe termen lung și urmează ciclul economic. O caracteristică a haosului zgomotos este similaritatea distribuției frecvențelor. În sistemele reale, zgomotul fracțional și haosul zgomotos sunt același lucru. Elementul deterministic este aparent numai la frecvențe foarte mari. Pe intervale scurte, domină elementul stohastic

#### 4.5.4. Concluzii

Analiza R/S și exponentul Hurst pot fi folosite pentru a obține informații despre caracteristicile fractale ale pieței și analiza V pentru determinarea ciclurilor neperiodice pe termen lung. Pe baza observațiilor empirice, se poate formula o ipoteză privind comportarea pieței.

Rezultate empirice:

1. Exponentul Hurst este stabil pentru comportarea pieței pe termen scurt. Adică, el pare a fi o caracteristică bine definită a pieței. Aceasta conduce la afirmația că, comportarea pieței pe termen scurt urmează o distribuție stabilă Levy sau Paretian(-ă).
2. Exponentul Hurst pentru seriile de timp ale randamentelor pieței este întotdeauna mai mare decât 0.5. deci, piața (evoluția ei) este o serie de timp persistentă, și prin urmare prezintă efectele Joseph și Noah.
3. Comportarea pe termen lung a pieței nu are un exponent Hurst bine definit, ci în schimb, este caracterizată prin cicluri.

4. Din moment ce stabilitatea exponentului Hurst este în strânsă legătură cu memoria seriei de timp, **piețele au o memorie lungă, dar finită**. De exemplu, randamentul indicelui S&P 500 pare a fi aproape neafectat de randamentele avute cu patru ani în urmă.

Analiza R/S arată că distribuția randamentelor pieței pe termen scurt este fractală, ceea ce necesită o structură similară cu ea însăși. Această ipoteză explică această structură prin orizonturi de investiție multiple ale investitorilor. Adică, prezența investitorilor care investesc pe orizonturi de timp diferite la orice scară de timp face probabilitatea distribuției independentă de scara de timp (“time-scale independent”), ceea ce este, cu siguranță, o caracteristică a unei distribuții fractale.

Lungimea orizontului de investiție determină scara de timp la care investiția este fractală. Dacă orizontul de investiție se întinde uniform (logaritm) de la câteva minute la câțiva ani, atunci, distribuția probabilității va fi fractală și ca urmare stabilă în această întindere. Dacă toți investitorii investesc pe orizonturi de timp pe termen scurt, atunci distribuția fractală își va pierde structura fractală pentru scări de timp mai mari, ceea ce o va face instabilă.

Conform acestei teorii, pe termen scurt piața este dominată de procese de tranzacționare, care sunt procese de zgomot fracțional. Ele sunt membre ale familiei de procese ARCH și sunt caracterizate de varianța condițională, ceea ce înseamnă că fiecare orizont de investiție este caracterizat de procesul său măsurabil ARCH cu varianță condițională finită. Varianța condițională finită poate fi folosită pentru aprecierea riscului pentru acel orizont de timp. Global, procesul este o distribuție stabilă Levy (fractală) cu varianță infinită. Pe măsură ce orizontul de investiție crește, se apropie de comportamentul de varianță infinită. Pe termen foarte lung (de exemplu pe piața americană de peste 4 ani), piața este caracterizată de un sistem deterministic neliniar sau de haos deterministic. Ciclurile neperiodice apar datorită interdependenței dintre diferitele piețe de capital. Piețele care sunt dominate de către traderi, fără legătură cu fluctuațiile din economie nu vor fi caracterizate de haos deterministic chiar și pe termen lung. În schimb, ele vor fi dominate de efectele ARCH locale și globale de caracteristicile distribuției stabile Levy.

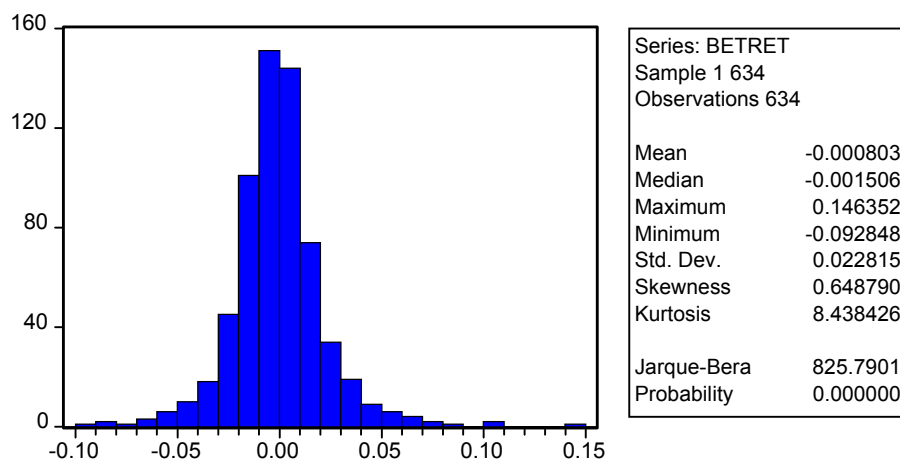
## Anexa 1 – Randamentul și raportul P/E al societăților cotate la BVB în anul 1999

Simb	Denumire societate	PER mediu	Evoluție față de începutul anului (%)	Valoarea medie zilnică a tranzacțiilor (mil lei)
<b>Categoria I</b>				
ALR	ALRO SLATINA	13.78	69.40	645.83
ATB	ANTIBIOTICE IASI	6.73	0.01	52.74
ARC	ARCTIC GAIESTI	21.89	12.82	145.96
DAC	AUTOMOBILE DACIA PITESTI	fara profit	21.83	441.72
AZO	AZOMURES TG. MURES	1.93	124.34	63.91
TLV	BANCA TRANSILVANIA CLUJ NAPOCA	3.21	7.66	395.61
BTR	BANCA TURCO-ROMANA BUCURESTI	5.06	-19.16	39.83
NVR	C. N. F. R. NAVROM GALATI	2.23	-21.23	12.82
CMP	COMPA SIBIU	13.60	-12.98	46.02
ELN	ELCOND ZALAU	267.03	-40.29	7.31
ELJ	ELECTROAPARATAJ BUCURESTI	1.95	-44.26	85.57
EXC	EXCELENT BUCURESTI	6.59	-10.80	1.77
OIL	OIL TERMINAL CONSTANTA	17.70	20.23	73.34
OLT	OLTCHIM RM. VALCEA	28.78	-15.07	52.39
INX	OTELINOX TARGOVISTE	5.42	256.16	5.78
PCL	POLICOLOR BUCURESTI	9.54	-7.36	89.08
ASP	RAFINARIA ASTRA ROMANA PLOIESTI	7.08	5.96	20.35
RBR	RULMENTUL BRASOV	5.76	-33.75	7.88
SNC	SANTIERUL NAVAL CONSTANTA	fara profit	-4.35	1.85
TBM	TURBOMECANICA BUCURESTI	35.96	-9.33	16.90
<b>Categoria II</b>				
AER	AEROTEH BUCURESTI	3.26	-7.50	0.79
ASA	AGRAS BUCURESTI	4.09	-31.57	29.40
ALM	ALIMENTARA CLUJ NAPOCA	38.13	-22.99	3.87
AMP	AMEP AMERICAN PACKAGING TECUCI	fara profit	79.86	1.94
AMO	AMONIL SLOBOZIA	fara profit	206.18	32.59
AMY	AMYLON SIBIU	fara profit	-7.86	0.92
ARM	ARMATURA CLUJ NAPOCA	1.69	-4.36	5.02
ASM	ASAM IASI	17.38	-48.08	0.02
ASV	ASTRA VAGOANE ARAD	fara profit	-65.77	38.13
AUR	AURORA TARGU FRUMOS IASI	1.18	22.96	0.32
BRC	BERCENI BUCURESTI	19.64	-3.43	19.57
BRM	BERMAS SUCEAVA	1.73	176.32	20.97
CBC	CARBOCHIM CLUJ NAPOCA	fara profit	-11.71	1.27
CPL	CARMETAPLAST DEVA	14.69	-81.52	5.95
CRN	CARNE ARAD	fara profit	102.92	0.37
CAS	CASIROM TURDA	fara profit	191.27	4.84

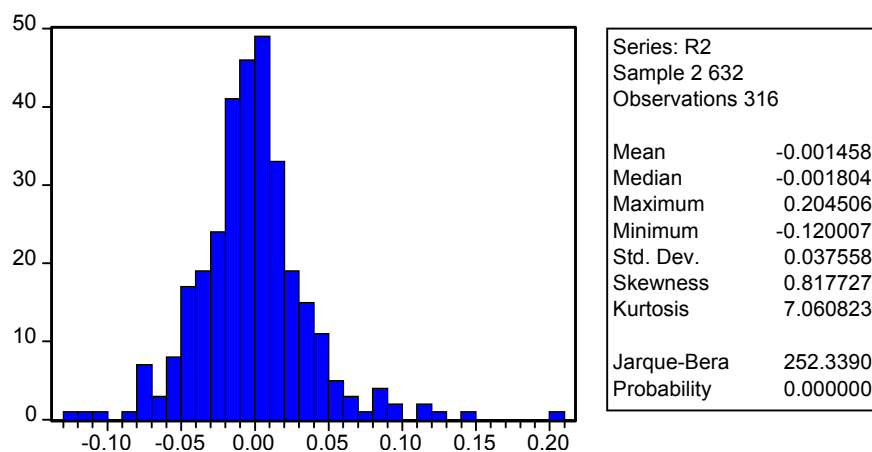
CPR	CHIMOPAR BUCURESTI	1.45	-14.04	2.14
CIP	CIPROM PLOIESTI	53.16	-20.68	17.56
ENP	COMPANIA ENERGOPETROL CAMPINA	1.07	-12.24	1.04
DOR	DOROBANTUL PLOIESTI	fara profit	2.22	2.95
EPT	ELECTROPUTERE CRAIOVA	5.85	2.55	8.19
EPN	EMA PIATRA NEAMT	1.24	0.17	0.80
FEL	FELEACUL CLUJ NAPOCA	1036.58	-7.41	0.64
FOR	FORAJ SONDE CRAIOVA	5.93	-31.86	23.89
FRL	FRIAL CONSTANTA	2.79	-12.82	1.05
FTN	FORTUNA BUCURESTI	7.07	-52.71	0.91
HTR	HITROM VASLUI	9.68	95.75	18.17
IMP	IMPACT BUCURESTI	3.70	-38.49	20.50
INT	INTERNATIONAL SINAIA	54.61	129.07	20.65
MCN	MECANICA CEHLAU PIATRA NEAMT	fara profit	342.95	7.68
MEF	MEFIN SINAIA	fara profit	138.81	0.41
MOL	MOLDOMOBILA IASI	fara profit	-31.79	0.42
MPF	MOPAF VRANCEA FOCSANI	fara profit	-55.60	0.44
MPN	MOPAN MURES	7.43	-54.17	2.14
MPR	MOPARIV RAMNICU VALCEA	13.29	-11.90	8.12
NVL	NAVOL OLTENITA	fara profit	-11.21	1.19
NCL	NICOLINA IASI	26.37	0.00	0.30
PAN	PANEGRANO CLUJ NAPOCA	47.74	-28.74	14.10
PEI	PETROLEXPORTIMPORT BUCURESTI	14.21	-50.41	21.07
PTS	PETROLSUB SUPLACU DE BARCAU	1.46	8.41	2.06
PTR	PETROS PLOIESTI	fara profit	-31.54	1.45
PPL	PRODPLAST BUCURESTI	2.24	48.25	2.11
VAC	PRODVINALCO CLUJ NAPOCA	2.53	45.35	9.38
SNO	SANTIERUL NAVAL ORSOVA	5.59	-37.10	1.53
SCD	SICOMED BUCURESTI	1.96	12.35	107.35
SDT	SIDERTRANS CALARASI	1.00	16.52	2.19
SLC	SILCOTUB ZALAU	fara profit	-29.28	1.49
SIN	SINTEROM CLUJ	2.09	-13.58	0.47
STZ	SINTEZA ORADEA	1.61	27.49	6.99
SRT	SIRETUL PASCANI	4.90	-5.66	1.43
SOF	SOFERT BACAU	fara profit	0.63	8.01
TMR	TOMIRIS IASI	11.74	35.59	0.28
TRS	TURISM TRANSILVANIA CLUJ NAPOCA	10.28	150.00	28.98
UAM	UAMT ORADEA	2.19	-16.67	2.21
UZT	UZTEL PLOIESTI	2.48	-1.30	0.15
UZC	UZUC PLOIESTI	1.41	41.82	0.08
APC	VAE APCAROM BUZAU	4.89	-42.64	3.80
VAP	VINALCOOL PRAHOVA	fara profit	-64.27	5.08
ZHB	ZAHARUL BUZAU	fara profit	-63.18	1.13
ZIM	ZIMTUB ZIMNICEA	1.20	86.14	0.71

## Anexa 2 - Distribuția randamentelor indicelui BET pe orizonturi diferite de timp

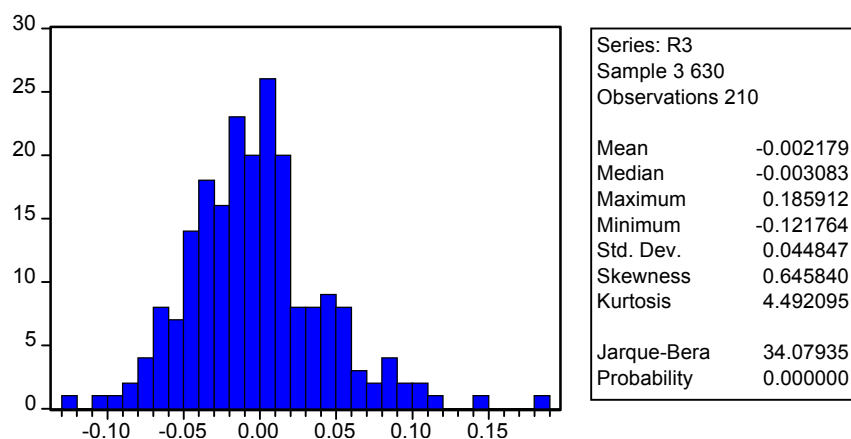
Orizont de o zi:



Orizont de 2 zile:

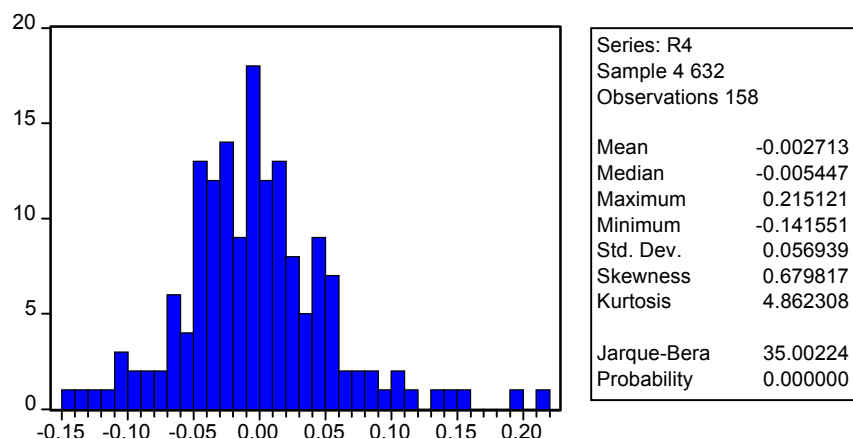


Orizont de 3 zile:

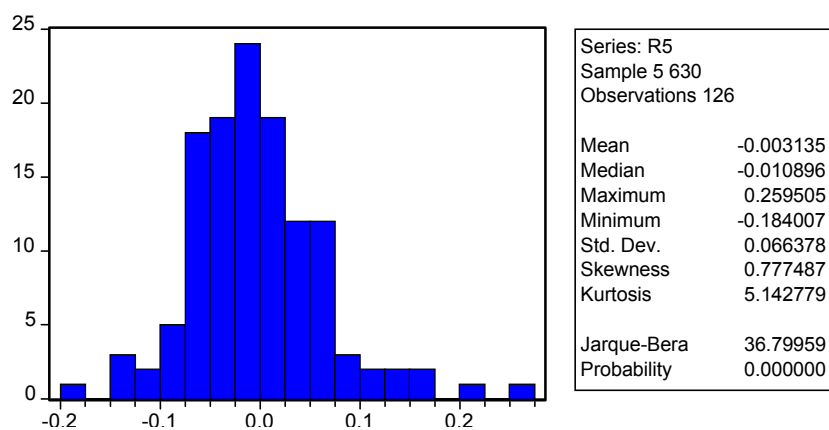




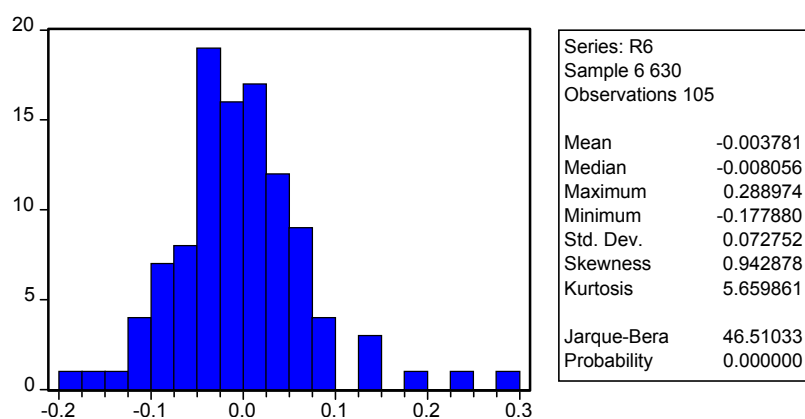
Orizont de 4 de zile:



Orizont de 5 de zile:



Orizont de 6 de zile:



Se observă ca distribuția este leptokurtotică pentru orizonturi mici de timp, și odată cu mărirea orizontului de timp se aplatizează până la o anumită valoare (în jur de 5), după care rămâne aproximativ aceeași.

## Anexa 3 – Sensitivitatea față de condițiile inițiale. Calculul exponentului Lyapunov

Fiind dată ecuația:

$$X(n+1) = 4 X(n) [1 - X(n)]$$

Dacă  $X(n) = 0.75$ ,  $X(n+1) = 0.75$ .

Valoarea 0.75 este numită punctul fix al ecuației, deoarece folosit ca input rezultă și ca output.

În tabelul de mai jos sunt prezentate 100 de iterații pentru puncte de pornire aproximativ similare: 0.75000, 0.74990, 0.74999:

<b>x(0):</b>	<b>0.75000</b>	<b>0.74990</b>	<b>0.74999</b>
Iterația			
1	0.75000	0.75020	0.75002
2	0.75000	0.74960	0.74996
3	0.75000	0.75080	0.75008
4	0.75000	0.74840	0.74984
5	0.75000	0.75319	0.75032
6	0.75000	0.74357	0.74936
7	0.75000	0.76269	0.75128
8	0.75000	0.72398	0.74744
9	0.75000	0.79933	0.75510
10	0.75000	0.64160	0.73969
11	0.75000	0.91980	0.77019
12	0.75000	0.29508	0.70798
13	0.75000	0.83204	0.82697
14	0.75000	0.55900	0.57236
15	0.75000	0.98608	0.97906
16	0.75000	0.05492	0.08202
17	0.75000	0.20763	0.30117
18	0.75000	0.65808	0.84187
19	0.75000	0.90005	0.53251
20	0.75000	0.35984	0.99577
21	0.75000	0.92143	0.01684
22	0.75000	0.28960	0.06621
23	0.75000	0.82293	0.24731
24	0.75000	0.58286	0.74458
25	0.75000	0.97253	0.76072
26	0.75000	0.10685	0.72810
27	0.75000	0.38172	0.79188
28	0.75000	0.94404	0.65922
29	0.75000	0.21133	0.89860
30	0.75000	0.66668	0.36448
31	0.75000	0.88888	0.92654
32	0.75000	0.39510	0.27227

33	0.75000	0.95598	0.79256
34	0.75000	0.16833	0.65764
35	0.75000	0.55997	0.90060
36	0.75000	0.98562	0.35808
37	0.75000	0.05671	0.91944
38	0.75000	0.21399	0.29629
39	0.75000	0.67278	0.83401
40	0.75000	0.88059	0.55375
41	0.75000	0.42061	0.98844
42	0.75000	0.97479	0.04570
43	0.75000	0.09830	0.17444
44	0.75000	0.35453	0.57604
45	0.75000	0.91536	0.97687
46	0.75000	0.30991	0.09038
47	0.75000	0.85546	0.32884
48	0.75000	0.49458	0.88282
49	0.75000	0.99988	0.41379
50	0.75000	0.00047	0.97027
51	0.75000	0.00188	0.11538
52	0.75000	0.00750	0.40826
53	0.75000	0.02976	0.96634
54	0.75000	0.11548	0.13012
55	0.75000	0.40859	0.45274
56	0.75000	0.96658	0.99107
57	0.75000	0.12923	0.03542
58	0.75000	0.45011	0.13665
59	0.75000	0.99004	0.47191
60	0.75000	0.03943	0.99684
61	0.75000	0.15152	0.01259
62	0.75000	0.51423	0.04972
63	0.75000	0.99919	0.18900
64	0.75000	0.00324	0.61312
65	0.75000	0.01291	0.94882
66	0.75000	0.05098	0.19426
67	0.75000	0.19351	0.62609
68	0.75000	0.62425	0.93641
69	0.75000	0.93825	0.23819
70	0.75000	0.23176	0.72582
71	0.75000	0.71219	0.79602
72	0.75000	0.81990	0.64949
73	0.75000	0.59066	0.91061
74	0.75000	0.96713	0.32560
75	0.75000	0.12718	0.87834
76	0.75000	0.44401	0.42744
77	0.75000	0.98746	0.97894
78	0.75000	0.04952	0.08247
79	0.75000	0.18828	0.30266
80	0.75000	0.61132	0.84422
81	0.75000	0.95043	0.52604
82	0.75000	0.18844	0.99729
83	0.75000	0.61173	0.01082
84	0.75000	0.95007	0.04282

85	0.75000	0.18976	0.16394
86	0.75000	0.61499	0.54825
87	0.75000	0.94711	0.99069
88	0.75000	0.20038	0.03690
89	0.75000	0.64091	0.14216
90	0.75000	0.92058	0.48780
91	0.75000	0.29244	0.99940
92	0.75000	0.82768	0.00238
93	0.75000	0.57050	0.00950
94	0.75000	0.98012	0.03764
95	0.75000	0.07794	0.14489
96	0.75000	0.28746	0.49558
97	0.75000	0.81930	0.99992
98	0.75000	0.59219	0.00031
99	0.75000	0.96601	0.00125
100	0.75000	0.13135	0.00500

Calculul exponentului Lyapunov:

$$x(n+1) = 4x(n)[1 - x(n)] = 4x(n) - 4x(n)^2$$

$$\frac{dx(n+1)}{dx(n)} = 4 - 8x(n)$$

Considerând  $x(0) = 0.1$  rezultă:

Iteratia	x(n)	log df/dx(n)
1	0.36	0.113329
2	0.9216	1.215743
3	0.289014	0.523479
4	0.821939	0.946049
5	0.585421	-0.380727
6	0.970813	1.326148
7	0.113339	1.129234
8	0.401974	-0.243079
9	0.961563	1.306306
10	0.147837	1.035782
<b>Media</b>		<b>0.697226</b>

## Bibliografie

**Annin, Michael; Domonic Falaschetti (Jan/Feb 1998);** „Equity Risk Premium Still Produces Debate”; Valuation Strategies

**Bodie, Zvi; Alex Kane; Alan J. Marcus (1989);** „Investment”, Irwin

**Bollerslev, Tim; Robert F. Engle; Daniel B. Nelson;** „ARCH Models”; Handbook of Econometrics, Volume 4, Chapter 49;

<http://www.elsevier.co.jp/hes/books/02/04/049/0204049.htm>

**Brav, Alon; J. B. Heaton (January 2000);** „Competing Theories of Financial Anomalies”; Social Sciences Research Network <http://www.ssrn.com>

**Daniel, Kent; David Hirshleifer; Avanidhar Subrahmanyam (February 1997);** „A Theory of Overconfidence, Self-Attribution and Security Market Under- and Over-reactions”; Social Sciences Research Network <http://www.ssrn.com>

**Daniel, Kent; David Hirshleifer; Avanidhar Subrahmanyam (May 1998);** „Investor Psychology and Security Market Under- and Overreactions”; Social Sciences Research Network <http://www.ssrn.com>

**Dimson, Elroy; Paul Marsh (August 1998);** „Murphy’s Law and the Market Anomalies”; Social Sciences Research Network, <http://www.ssrn.com>

**Edmonds, Bruce;** „From Complexity to Agent Modelling and Back Again – some implications for economics”; <http://www.cpm.mmu.ac.uk/~bruce>

**Estrada, Javier (1997);** „Random Walks and the Temporal Dimension of Risk”, Departamento de Economía de la Empresa, Universidad Carlos III de Madrid; Working Paper 97 – 24, Business Economic Series 03, April 1997; Social Sciences Research Network <http://www.ssrn.com>

**Fama, Eugene F. (1970);** „Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work”; The Journal of Finance

**Fama, Eugene F. (June 1997);** „Market Efficiency, Long-Term Returns, and Behavioral Finance”; Social Sciences Research Network <http://www.ssrn.com>

**Farmer, J. Doyne; Andrew W. Lo (April 1999);** „Frontiers of Finance: Evolution and Efficient Markets”

**Fisher, Donald E.; Ronald J. Jordan (1991);** „Security Analysis and Portfolio Management. Fifth Edition”; Prentice Hall

**Flondor, P.; C. Ionescu (1999);** „Introducere în algoritmi genetici”, București ed. BIC ALL

- Geisendorf, Sylvie (1998)**; „Genetic Algorithms in Resource Economic Models”; Social Sciences Research Network <http://www.ssrn.com>
- Grabbe, J. Orlin (1999)**; „Chaos and Fractals in Financial Markets”; Part 1, 2, 3, 4, 5, 6; <http://www.aci.net/kalliste/chaos1.htm>; <http://www.aci.net/kalliste/chaos2.htm>; <http://www.aci.net/kalliste/chaos3.htm>; <http://www.aci.net/kalliste/chaos4.htm>; <http://www.aci.net/kalliste/chaos5.htm>; <http://www.aci.net/kalliste/chaos6.htm> din „The Laissez Faire City Times”; Vol 3, No 22, May 31, 1999
- Green, David G. (1993)**; „Fractals and Scale”, Environmental and Information Sciences, Charles Sturt University, <http://life.csu.edu.au/complex/tutorials>
- Gujarati, Damodar N. (1995)**; „Basic Econometrics, Third Edition”; McGraw-Hill, Inc.
- Hamilton, Jones D. (1994)**; „Time Series Analysis”; Princeton University Press; Princeton, New Jersey
- Haugen, Robert A. (1990)**; „Modern Investment Theory. Second Edition”; Prentice Hall
- Hong, Harrison; Jeremy C. Stein (November 1998)**; A Unified Theory of Underreaction, Momentum Trading and Overreaction in Asset Markets; Social Sciences Research Network <http://www.ssrn.com>
- Jacob, Nancy L.; R. Richardson Pettit (1988)**; „Investments. Second Edition”; Irwin
- Joshi, Shareen; Mark A. Bedau (December 1998)**; „An Explanation of Generic Behavior in an Evolving Financial Market”; Reed College; <http://www.reed.edu>
- Kahn, Michael (1997)**; „More Elliot Waves for Novices”; Tips on Technicals, 9 April, 1997 - Vol. 4, No. 8
- Kaiser, Thomas (December 1996)**; „One-Factor GARCH Models for German Stocks – Estimation and Forecasting”; Social Sciences Research Network <http://www.ssrn.com>
- LeBaron, Blake (October 1994)**; Chaos and Nonlinear Forecastability in Economics and Finance; University of Wisconsin - Madison
- Lindgren, Kristian (August 1995)**; „Evolutionary Dynamics in Game-Theoretic Models”; Santa Fe Institute
- Mc Fadden, Daniel (September 1998)**; „Rationality for Economists?”; Department of Economics, University of California, Berkeley
- Mandelbrot, Benoit B. (February 1999)**; „A Multifractal Walk Down Wall Street”; Scientific American
- Mandelbrot, Benoit (1998)**; „Obiecte Fractale, formă, hazard, dimensiune”; Editura Nemira
- Munshi, Jamal**; „Fractal Structure of Capital Market”, <http://munshi.sonoma.edu/working/>

**Negoită, C.V.; D. A.Ralescu (1974)**; „Mulțimi vagi și aplicațiile lor”; Editura Tehnică București

**Peters, Edgar E. (1994)**; „Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics”; John Wiley & Sons, Inc.

**Pretcher, Robert R. Jr. (June 1999)**; „Science is Validating the Concept of the Wave Principle”, <http://www.elliottwave.com>

**Preutu, Adriana; Alina Călinescu; Marian Burlacu; Dorian Macovei (1998)**; „Teoria Eficienței Piețelor Financiare”; din Articole Fundamentale in Teoria Financiară cu explicații și aplicații practice; culegere editată și comentată de Ion Stancu, Școala Doctorală de Finanțe Bănci, București

**Radcliffe, Robert C. (1990)**; „Investment. Concepts, Analysis, Strategy. Third Edition”; Scott, Foresman/Little, Brawn Higher Education

**Reilly, Frank K. (1989)**; „Investment Analysis and Portfolio Management. Third Edition”; The Dryden Press

**Sales, Mark; David McLaughlin (April 1997)**; „Fractals in Financial Markets”; <http://ftp.ec.vanderbilt.edu/Chaos/FMH/main.html> Vanderbilt University

**Shubik, Martin (October 1997)**; Game Theory, Complexity and Simplicity; Santa Fe Institute

**Stancu, Ion (1997)**; „Finanțe, teoria piețelor financiare, finanțele întreprinderilor, analiza și gestiunea financiară”; Editura Economică

**Stancu, Ion (1998)**; Comentariu asupra articolului „Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work” de Eugene Fama din „The Journal of Finance” 1970; din Articole Fundamentale in Teoria Financiară cu explicații și aplicații practice; culegere editată și comentată de Ion Stancu, Școala Doctorală de Finanțe Bănci, București 1998

**Thomas, Susan (July 1995)**; „Heteroskedasticity on the Bombay Stock Exchange”; Social Sciences Research Network <http://www.ssrn.com>

**Zaman, Constantin (1998)**; „Econometrie”; Pro Democrația București

\*\*\*: Chaos Theory, <http://library.thinkquest.org/3493/noframes/chaos.html>

\*\*\*; Fractals and Fractal Geometry, <http://library.advanced.org/3493/noframes/fractal.html>

\*\*\*; Fractal Prediction of the Stock Market, <http://www.bhs-ms.org/fractapp/fractalinterp.htm>

\*\*\*; Introduction to Fractals and Chaos Theory, <http://www.gate.net/~svaughen/chaos>

\*\*\*; Scientific Controversy: Who Discovered Financial Fractals?, <http://www.elliottwave.com/socionomics/SciAmerican>

\*\*\*; Stocks, Horses, Chaos and Efficient Markets,  
<http://www.maths.tcd.ie/pub/enconrev/ser/html>

\*\*\*; The Fractal Market hypothesis Proposes the Following, <http://www.phase-locked.com/faqs>

\*\*\* Banca Națională a României; Rapoarte anuale și trimestriale; <http://www.bnro.ro>

\*\*\*; Bursa de Valori București; „Rapoarte zilnice de tranzacționate”; <http://bse.ccir.ro>

\*\*\*; RASDAQ S.R.L.; „Rapoarte zilnice de tranzacționare”; <http://www.rasd.ro>