

**ACADEMIA DE STUDII ECONOMICE BUCURESTI  
SCOALA DOCTORALA DE FINANTE BANCI**

**Analiza econometrica a volatilitatii cursului valutar  
Modele de heteroskedasticitate**

**Drd. Codirlasu Adrian**

- Noiembrie 2001 -

## Cuprins

<b>1. MODELELE ARCH SI GARCH .....</b>	<b>3</b>
1.1. MODELUL <i>GARCH</i> .....	3
1.2. EXTENSII ALE MODELELOR <i>ARCH</i> SI <i>GARCH</i> .....	4
1.2.1. Modelul <i>IGARCH</i> .....	4
1.2.2. Modelul <i>GARCH-in-Mean (GARCH-M)</i> .....	5
1.2.3. Modele <i>ARCH</i> asimetrice.....	6
1.2.4. Modele Component <i>ARCH</i> .....	7
<b>2. CARACTERISTICILE SERIILOR RANDAMENTELOR CURSULUI VALUTAR.....</b>	<b>8</b>
2.1. TESTAREA DISTRIBUTIEI NORMALE A SERIILOR DE TIMP.....	8
2.2. TESTAREA HOMOSKEDASTICITATII.....	9
2.3. TESTAREA STATIONARITATII SERIILOR RANDAMENTELOR.....	11
2.4. TESTAREA INDEPENDENTEI SERIALE .....	11
2.5. MODELE DE EVOLUTIE A RANDAMENTELOR CURSULUI VALUTAR .....	12
<b>3. MODELAREA VOLATILITATII CURSULUI VALUTAR AL LEULUI PRIN MODELE DE TIP ARCH SI GARCH.....</b>	<b>14</b>
3.1. ESTIMAREA VOLATILITATII PRIN MODELE <i>GARCH</i> .....	14
3.2. ESTIMAREA VOLATILITATII PRIN MODELE <i>GARCH</i> ASIMETRICE.....	17
3.3. MODELAREA VOLATILITATII PRIN MODELUL <i>COMPONENT-ARCH</i> .....	18
<b>4. CONCLUZII .....</b>	<b>20</b>
<b>BIBLIOGRAFIE.....</b>	<b>21</b>
<b>ANAXA 1. MODEL DE EVOLUTIE A RANDAMENTELOR CURSULUI ROL/USD.....</b>	<b>22</b>
<b>ANEXA 2. MODELUL DE EVOLUTIE AL RANDAMENTELOR CURSULUI ROL/EURO .....</b>	<b>24</b>

Analiza econometrica intreprinsa are ca scop testarea aplicabilitatii modelelor ARCH si GARCH in modelarea volatilitatii cursului valutar ROL\USD si ROL\EURO, utilizand esantionul cursului zilnic din perioada ianuarie 2000 – octombrie 2001.

Lucrearea este structurata in trei parti. Prima parte trateaza din punct de vedere teoretic modelele de analiza a heteroskedasticitatii. A doua parte prezinta testele privind caracteristicile seriilor de timp ale randamentelor cursului valutar ROL/USD si ROL/EURO in privinta distributiei de probabilitate a randamentelor cursului valutar, stationaritatii seriilor, independentei seriale si a ecuatiei de evolutie a randamentelor cursului de schimb, pe baza careia va fi construita ecuatiea volatilitatii cursului de schimb. In partea a treia a lucrarii am realizat ecuatiei de evolutie a volatilitatii cursului valutar utilizand modele *ARCH*, *GARCH* si derivatii ale acestora.

## 1. Modelele ARCH si GARCH

### 1.1. Modelul GARCH

Modelele *ARCH* au fost introduse de Engle (1982) și generalizate (*GARCH*) de Bollerslev (1986).

In construirea unui model *ARCH* trebuie luate in considerare doua ecuatiei distincte: una pentru media conditionata (ecuatiea de evolutie a randamentelor) si una pentru varianta conditionata (ecuatiea volatilitatii).

Modelul *GARCH* ( $p, q$ ), propus de Bollerslev (1986), are urmatoarea specificatie:

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_{1,i} L^i r_t + \sum_{j=1}^n \beta_{2,j} L^j \varepsilon_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \approx N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_{1,i} L^i h_t + \sum_{j=1}^q \alpha_{2,j} L^j \varepsilon_t^2$$

unde  $r_t$  este un proces *ARMA*( $m, n$ ) sau un model Random Walk (atunci cand  $\beta_{1,i} = 0, i = \overline{1, m}$ , si  $\beta_{2,j} = 0, j = \overline{1, n}$ );  $h_t$  (volatilitatea) este un proces *ARCH*( $q$ ) și

$GARCH(p)$ . Parametrii  $\alpha_1$  reprezinta persistenta volatilitatii iar parametrii  $\alpha_2$  reprezinta viteza de reactie a volatilitatii la evenimentele din piata. Pentru a nu fi un proces exploziv (volatilitate exploziva), trebuie indeplinita conditia  $\sum_{i=1}^p \alpha_{1,i} + \sum_{j=1}^q \alpha_{2,i} < 1$ . In plus, coeficientii termenilor  $ARCH$  și  $GARCH$  trebuie sa fie subunitari si pozitivi.

Interpretat intr-un context financiar, acest model descrie modul in care un agent incearca sa prognozeze volatilitatea pentru urmatoarea perioada pe baza mediei pe termen lung ( $\alpha_0$ ), a variantei calculate pentru ultima perioada (termenul  $GARCH$ ) si a informatiilor privind volatilitatea observata in perioada anterioara (termenul  $ARCH$ ). Daca randamentul activului din perioada anterioara a fost, in mod neasteptat, mare in valoare absoluta, agentul va mari varianta asteptata in perioada urmatoare. Modelul accepta si fenomenul de *volatility clustering*, situatia in care schimbarilor mari ale randamentului este probabil sa le urmeze in continuare variatii mari ale acestuia.

Testele efectuate pe pietele financiare mature au evidentiat o viteza de reactie a volatilitatii cursului de schimb, in general, inferioara plafonului de 0,25 si un grad de persistenta a acesteia, superior pragului de 0,7.

## 1.2. Extensii ale modelelor $ARCH$ si $GARCH$

### 1.2.1. Modelul $IGARCH$

Presupunand ca  $\varepsilon_t = \sqrt{h_t} v_t$ , unde  $v_t$  este independent si identic distribuit cu media zero si dispersia 1 si  $h_t$  indeplineste specificatia  $GARCH(p,q)$

$$h_t = k + \delta_1 h_{t-1} + \delta_2 h_{t-2} + \dots + \delta_p h_{t-p} + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2,$$

Adaugand  $\varepsilon_t$  la ambii termeni ai ecuatiei si scriind  $\alpha_i = \alpha'_i - \delta_i$  rezulta

$$\varepsilon_t^2 = k + (\delta_1 + \alpha_1) \varepsilon_{t-1}^2 + (\delta_2 + \alpha_2) \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + (\delta_r + \alpha_r) \varepsilon_{t-r}^2 + w_t - \delta_1 w_{t-1} - \delta_2 w_{t-2} - \dots - \delta_q w_{t-q}$$

unde  $w_t = \varepsilon_t^2 - h_t$  si  $p = \max\{p, q\}$ .  $h_t$  este valoarea prognozata pentru  $\varepsilon_t$  iar  $w_t = \varepsilon_t^2 - h_t$  este eroarea asociata acestei prognoze.

Rezulta ca  $\varepsilon_t$  urmeaza un proces proces *ARMA*. Acest proces *ARMA* va avea un unit root daca

$$\sum_{i=1}^p \delta_i + \sum_{j=1}^q \alpha_j = 1.$$

Engle si Bollerslev (1986) numesc modelul care satisface conditia de mai sus *GARCH* integrat sau *IGARCH*.

Daca  $\varepsilon_t$  urmeaza un proces *IGARCH*, atunci varianta neconditionata a lui  $\varepsilon_t$  este infinita (un soc intr-o anumita perioada nu se atenuaza), deci nici  $\varepsilon_t$  si nici  $\varepsilon_t^2$  nu satisfac conditiile unui proces stationar in covarianta (*covariance-stationary*).

### 1.2.2. Modelul *GARCH-in-Mean* (*GARCH-M*)

Teoria financiara sugereaza ca un activ cu un risc perceput ca ridicat, in medie, va avea un randament superior. Presupunand ca  $r_t$  este descompus intr-o componenta anticipata de agenti la momentul  $t - 1$  (notata  $\mu_t$ ) si o componenta neanticipata (notata  $\varepsilon_t$ ), atunci:

$$r_t = \mu_t + \alpha_t$$

Apoi teoria sugereaza faptul ca randamentul mediu ( $\mu_t$ ) este corelat cu varianta sa ( $h_t$ ). Modelul *ARCH-M*, introdus de Engle, Lilien si Robins (1987) se obtine prin introducerea in ecuatia randamentelor a variantei sau a deviatiei standard conditionate ( $h_t$  sau  $\sqrt{h_t}$ ). Efectul perceperii unui risc ridicat este cuantificat de coeficientul lui  $h_t$  din ecuatia randamentului ( $\omega$ ):

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_{1,i} L^i r_t + \sum_{j=1}^n \beta_{2,j} L^j \varepsilon_t + \omega h_t + \varepsilon_t$$

### 1.2.3. Modele ARCH asimetrice

Pe pietele financiare s-a observat ca agentii percep volatilitatea in mod diferit, functie de semnul variatiei zilnice a cursului activului financiar respectiv. De exemplu, pentru actiuni, miscarile in jos ale pietei sunt urmate de o volatilitate mai mare decat miscarile in sens crescator de aceeasi amplitudine.

Cele mai utilizate modele ARCH care permit analiza raspunsului asimetric la socuri sunt modelele *Threshold ARCH (TARCH)* si *GARCH Exponential (EGARCH)*.

Modelul *TARCH*, introdus in mod independent de Zakoian (1990) si Glosten, Jaganathan si Runkle (1993), are urmatoarea specificatie pentru ecuatiei variantei (*TARCH(p,q)*):

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_{1,i} L^i h_t + \sum_{j=1}^q \alpha_{2,j} L^j \varepsilon_t^2 + \lambda \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1},$$

unde  $d_t = 1$  daca  $\varepsilon_t < 0$  si  $d_t = 0$  in caz contrar.

In acest model, vestile bune ( $\varepsilon_t < 0$ ) si vestile rele ( $\varepsilon_t > 0$ ) au efecte diferite asupra variantei conditionale – vestile bune au un impact de  $\alpha_1$  in timp ce vestile rele au un impact de  $\alpha_1 + \lambda$ . Daca  $\lambda \neq 0$ , atunci efectul informatiilor asupra volatilitatii este asimetric.

Modelul *EGARCH*, propus de Nelson (1991) are urmatoarea specificatie pentru ecuatiei variantei conditionate:

$$\log(h_t) = \omega + \beta \log(h_{t-1}) + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + \lambda \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}$$

Confirm acestui model, efectul informatiilor este exponential (si nu patrativ) iar varianta prognozata va fi obligatoriu non-negativa. Impactul informatiilor este asimetric daca  $\lambda \neq 0$ .

#### 1.2.4. Modele *Component ARCH*

Aceste modele permit variatia mediei din ecuatie variantei conditionate dupa cum urmeaza:

$$\begin{aligned}h_t - q_t &= \alpha(\varepsilon_t^2 - q_{t-1}) + \beta(h_{t-1} - q_{t-1}) \\q_t &= \omega + \rho(q_{t-1} - \omega) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1})\end{aligned}$$

unde  $\sqrt{h_t}$  este volatilitatea in timp ce  $q_t$  este volatilitatea pe termen lung (variabila).

Prima ecuatie descrie componenta tranzitorie a volatilitatii, care converge catre zero functie de valorile coeficientilor  $\alpha$  si  $\beta$ . A doua ecuatie descrie componenta pe termen lung a volatilitatii, care converge catre  $\omega$  functie de valoarea coeficientului  $\rho$ .

Prin introducerea unei componente de asimetrie (*Asimetric Component ARCH*), ecuatiile volatilitatii vor avea urmatoarea forma:

$$\begin{aligned}h_t - q_t &= \alpha(\varepsilon_t^2 - q_{t-1}) + \lambda(\varepsilon_t^2 - q_{t-1})d_{t-1} + \beta(h_{t-1} - q_{t-1}) \\q_t &= \omega + \rho(q_{t-1} - \omega) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1})\end{aligned}$$

Cand  $\lambda \neq 0$ , efectul informatiilor asupra volatilitatii este asimetric.

## 2. Caracteristicile seriilor randamentelor cursului valutar

### 2.1. Testarea distributiei normale a seriilor de timp

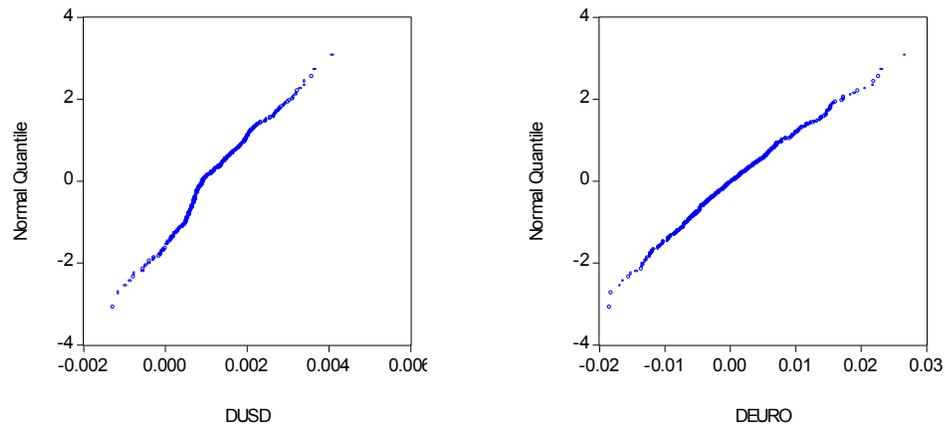
Seriile de timp ale cursului valutar ROL/USD si ROL/EURO prezinta caracteristici de nenormalitate a distributiei, avand un exces de kurtotica; aceasta relevand existenta unor probabilitati mai mari de a se inregistra evenimente extreme (variatii mari ale cursului valutar) in comparatie cu o serie caracterizata printr-o distributie normala. De asemenea, seriile de timp analizate au un skewness (coeficient de asimetrie) pozitiv, probabilitatea ca leul sa se deprecieze pe parcursul unei zile de tranzactionare fiind astfel mai mare de 50 la suta. Ipoteza nula de normalitate a seriilor de timp este respinsa la 1 la suta grad de relevanta pentru seria randamentelor ROL/USD si la 5 la suta grad de relevanta pentru seria ROL/EURO.

	DUSD	DEURO
Medie	0.001130	0.000851
Mediana	0.000927	0.000287
Maxim	0.004096	0.026634
Minim	-0.001274	-0.018373
Deviatia standard	0.000815	0.007670
Skewness	0.520933	0.320920
Kurtotica	3.686541	3.063792
Jarque-Bera	30.358070	8.112548
Probabilitate	0.000000	0.017313

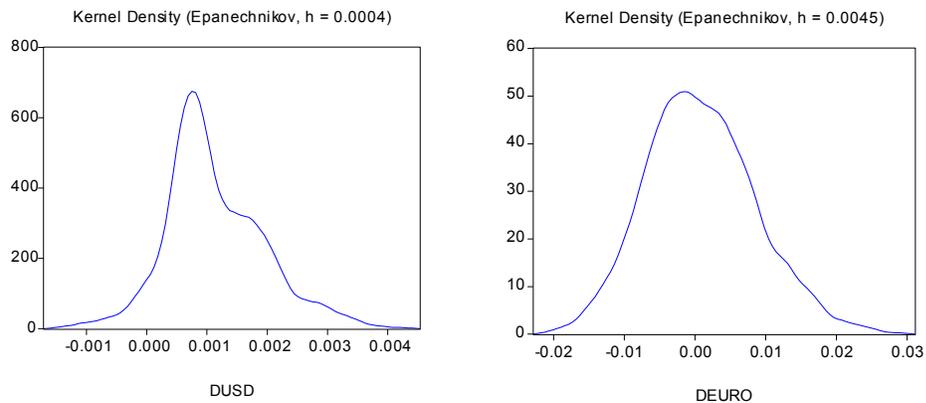
unde, *DUSD* si *DEURO* reprezinta variatiile zilnice ale cursului ROL/USD si ROL/EURO, calculate ca logaritmi din raportul observatiilor din momentul  $t$  si momentul  $t - 1$ .

Absenta distributiei normale pentru seriile analizate este reflectata si de graficele quantilelor. Pentru toate seriile analizate, graficele indica deviatii sub linia normala (dreapta la 45 grade) in cazul quantilelor mici si deviatii peste linia normala in cazul quantilelor mari. In plus, graficul concav al randamentelor ROL/USD indica un skewness pozitiv.

### Quantilele empirice pentru seriile randamentelor

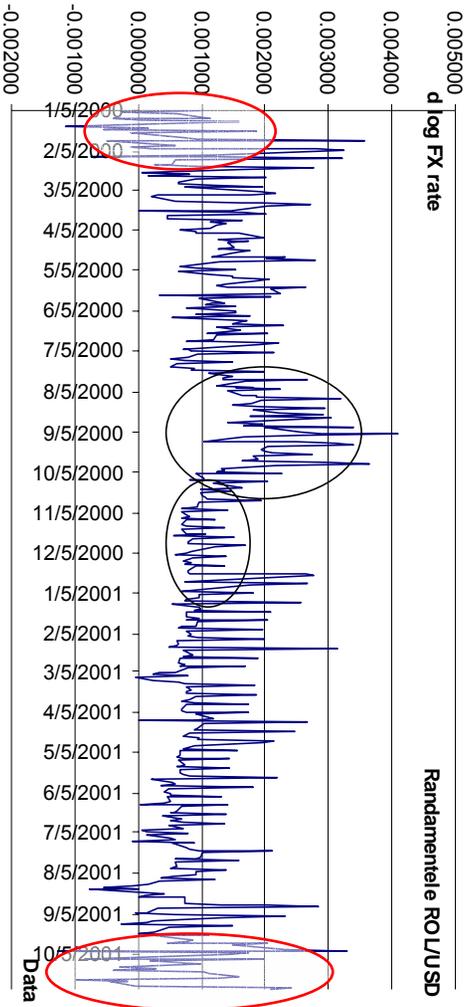
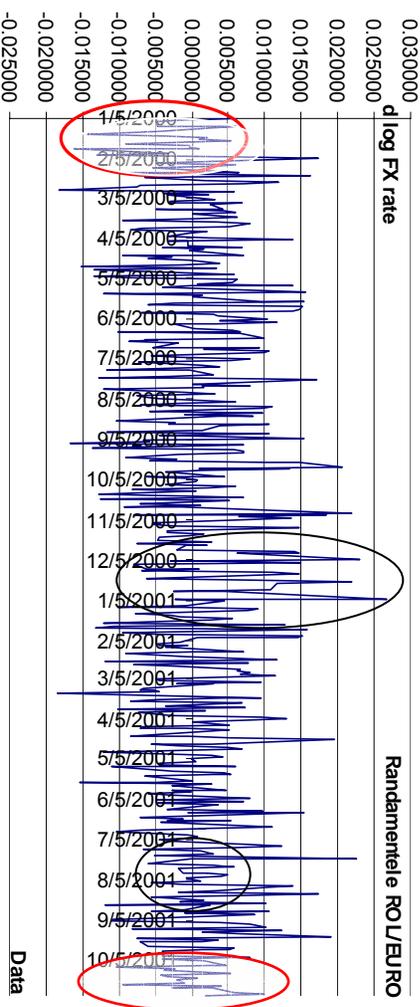
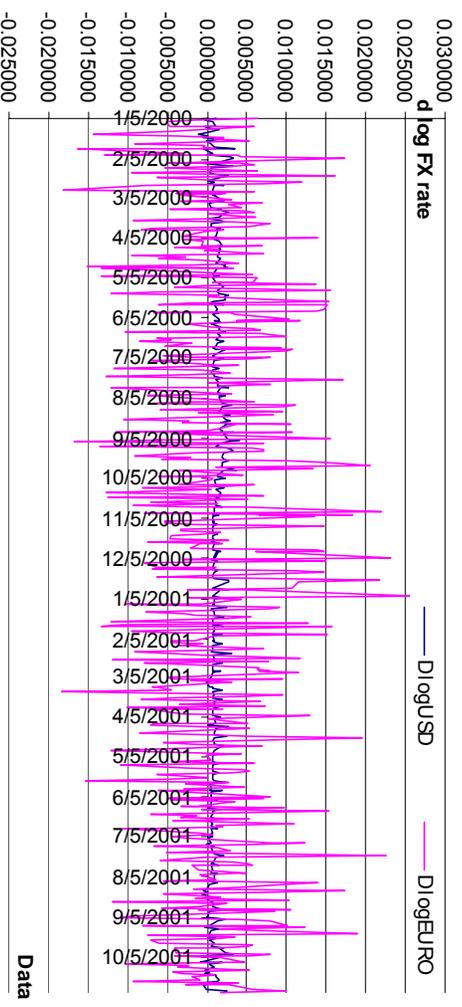


Distributiile seriilor sunt prezentate in graficele de mai jos.



## 2.2. Testarea homoskedasticitatii

Reprezentand grafic seriile de timp ale variatiilor cursului de schimb se observa existenta unui fenomen de *volatility clustering* (variabilitate a volatilitatii medii pe diverse intervale ale seriei) si o alternanta intre perioadele cu volatilitate mica si cele cu volatilitate mare. In plus, exista o posibila corelatie intre evolutia volatilitatii cursului ROL/USD si cea a ROL/EURO. Graficele randamentelor ROL/USD si ROL/EURO sunt prezentate mai jos. Perioadele de volatilitate mica si volatilitate ridicata sunt marcate în grafice. De asemenea, sunt marcate (cu semitransparenta) si perioadele de posibila corelatie intre volatilitatile seriilor ROL/USD si ROL/EURO.



### 2.3. Testarea stationaritatii seriilor randamentelor

Conform testelor *ADF* si *Phillips-Perron*, seriile randamentelor zilnice sunt stationare la 1 la suta nivel de relevanta.

Rezultatele testelor *ADF* si *Phillips-Perron* pentru seriile randamentelor cursului valutar

	DUSD	DEURO
<b>ADF test statistic</b>	<b>-4.16758</b>	<b>-9.49353</b>
1% critical value	-3.44669	-3.44669
5% critical value	-2.86805	-2.86805
10% critical value	-2.57023	-2.57023
<b>PP test statistic</b>	<b>-15.74227</b>	<b>-21.41319</b>
1% critical value	-3.44658	-3.44658
5% critical value	-2.86800	-2.86800
10% critical value	-2.57020	-2.57020

### 2.4. Testarea independentei seriale

Coeficienții de autocorelatie sunt semnificativi pentru cursul de schimb ROL/USD. Coeficientii de autocorelatie obtinuti sunt confirmati de testul *Box-Liung Q statistic*; conform acestuia, coeficientii de autocorelatie ai cursului de schimb ROL/EURO sunt nesemnificativi la 1 la suta nivel de relevanta. Pentru cursul ROL/USD coeficientii de autocorelatie sunt semnificativi cel putin pana la al 31-lea *lag*.

Pentru a testa existenta unui proces *ARCH*, am extins analiza coeficientilor de autocorelatie la patratul abaterilor randamentelor zilnice de la medie. Conform testului *Box-Liung Q statistic*, in cazul cursului ROL/EURO, coeficientii de autocorelatie ai patratelor abaterilor randamentelor zilnice de la medie sunt semnificativi la al cincilea lag, cu 10 la suta nivel de relevanta. Pentru cursul ROL/USD, coeficientii de autocorelatie sunt semnificativi cu 1 la suta nivel de relevanta. In plus, evidentierea unui exces de kurtotica, releva posibilitatea existentei unui proces *ARCH*.

## Coeficientii de autocorelatie pentru randamentele zilnice ale cursului de schimb

Correlogram of DUSD						
Date: 11/06/01 Time: 09:49						
Sample: 1 469						
Included observations: 468						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1 0.345	0.345	56.201	0.000	
		2 0.230	0.125	81.109	0.000	
		3 0.232	0.138	106.61	0.000	
		4 0.190	0.067	123.77	0.000	
		5 0.523	0.475	253.71	0.000	
		6 0.250	-0.076	283.49	0.000	
		7 0.213	0.069	305.14	0.000	
		8 0.211	0.005	326.50	0.000	
		9 0.186	0.082	343.04	0.000	
		10 0.451	0.199	440.65	0.000	

Correlogram of DEURO						
Date: 11/06/01 Time: 09:53						
Sample: 1 469						
Included observations: 468						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1 0.008	0.008	0.0265	0.871	
		2 -0.009	-0.009	0.0662	0.967	
		3 -0.020	-0.020	0.2625	0.967	
		4 0.030	0.030	0.6954	0.952	
		5 -0.006	-0.006	0.7097	0.982	
		6 0.017	0.017	0.8500	0.991	
		7 -0.036	-0.035	1.4732	0.983	
		8 -0.016	-0.016	1.5919	0.991	
		9 0.007	0.007	1.6126	0.996	
		10 -0.067	-0.070	3.7381	0.958	

## Coeficientii de autocorelatie ai abaterilor patratice zilnice ale randamentelor cursului de schimb fata de medie

Correlogram of SQDUSD						
Date: 11/27/01 Time: 17:11						
Sample: 1 469						
Included observations: 468						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1 0.274	0.274	35.369	0.000	
		2 0.180	0.113	50.648	0.000	
		3 0.119	0.049	57.374	0.000	
		4 0.212	0.167	78.753	0.000	
		5 0.331	0.254	130.87	0.000	
		6 0.144	-0.028	140.74	0.000	
		7 0.147	0.050	151.01	0.000	
		8 0.153	0.071	162.16	0.000	
		9 0.197	0.063	180.69	0.000	
		10 0.283	0.148	219.12	0.000	

Correlogram of SQDEURO						
Date: 11/27/01 Time: 17:15						
Sample: 1 469						
Included observations: 468						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1 -0.034	-0.034	0.5358	0.464	
		2 0.051	0.050	1.7753	0.412	
		3 0.012	0.015	1.8418	0.606	
		4 0.044	0.043	2.7703	0.597	
		5 0.103	0.105	7.8106	0.167	
		6 -0.045	-0.043	8.7830	0.186	
		7 -0.009	-0.024	8.8257	0.265	
		8 -0.067	-0.070	10.979	0.203	
		9 0.075	0.065	13.652	0.135	
		10 0.013	0.019	13.732	0.186	

## 2.5. Modele de evolutie a randamentelor cursului valutar

Pentru ecuatia de evolutie a randamentelor cursului valutar ROL/USD am utilizat un model  $ARMA(1,5)$  (Anexa 1). Termenul  $MA(5)$  apare datorita randamentelor superioare inregistrate in zilele de joi, randamente datorate faptului ca decontarea tranzactiilor realizate joi se face dupa trei zile (in ziua de luni), si astfel, tinand cont de ipoteza lipsei oportunitatilor de arbitraj, randamentul va creste astfel incat sa egaleze dobanda obtinuta la un depozit de o zi pe piata interbancara.

In privinta testelor pentru termenii reziduali, acestia nu au o distributie normala (conform testului *Jarque-Bera*), testul *Breusch-Godfrei* respinge ipoteza nula de inexistenta a corelatiei liniare la 5 la suta nivel de semnificanta. De asemenea, testul *ARCH LM* indica

efecte *ARCH* pentru primul *lag*, la 1 la suta nivel de semnificanta, efecte confirmate si de corelograma reziduurilor patraticice.

In cazul ecuatiei de evolutie a randamentelor cursului ROL/EURO am ales modelul *Random Walk* (Anexa 2). Conform corelogramei randamentelor zilnice nu exista termeni *AR* si *MA* pentru aceasta serie. Conform testului *Jarque-Bera*, termenii reziduali nu sunt distribuiti normal. Testul *Breusch-Godfrei* nu respinge ipoteza nula de inexistenta a corelatiei liniare, iar testul *ARCH LM*, confirmat si de corelograma reziduurilor patraticice, nu respinge inexistenta efectelor *ARCH*. Ca urmare, volatilitatea cursului ROL/EURO nu poate fi analizata prin modele *GARCH* univariate.

Motivul neaplicabilitatii modelelor *GARCH* univariate in analiza volatilitatii cursului ROL/EURO este faptul ca pe piata valutara romaneasca, cursul ROL/EURO este calculat pe baza cursului de referinta ROL/USD si a cursului EURO/USD. Deci, volatilitatea cursului ROL/EURO depinde de volatilitatea cursului ROL/USD si cea a EURO/USD. Din aceasta cauza, pentru analiza volatilitatii cursului ROL/EURO, ar putea fi utilizate modele *GARCH* bivariate.

### 3. Modelarea volatilitatii cursului valutar al leului prin modele de tip ARCH si GARCH

#### 3.1. Estimarea volatilitatii prin modele GARCH

Conform testelor anterioare, volatilitatea cursului de schimb pentru seriile randamentelor cursurilor ROL/USD, ROL/EURO este un proces variabil in timp, in care perioadele de volatilitate inalta alterneaza cu perioade de volatilitate redusa.

Analizele efectuate asupra cursului de schimb al leului releva faptul ca randamentele cursului ROL/USD descriu un proces  $ARMA(1,5)$ , iar volatilitatea acestor randamente descrie un proces  $GARCH(1,1)$ . Pe baza regresiei s-a determinat viteza de ajustare a volatilitatii cursului ROL/USD la un soc in piata si persistenta acesteia; valorile obtinute sunt 0,16 si respectiv 0,62, apropiate de cele de pe pietele internationale.

#### Modelul GARCH pentru cursul ROL/USD

Dependent Variable: DUSD				
Method: ML - ARCH				
Sample(adjusted): 3 469				
Included observations: 467 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 4 iterations				
Backcast: -2 2				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.271820	0.053195	5.109918	0.0000
MA(1)	0.268233	0.041970	6.390996	0.0000
MA(5)	0.379892	0.029058	13.07343	0.0000
Variance Equation				
C	1.23E-07	4.27E-08	2.877681	0.0040
ARCH(1)	0.161363	0.036830	4.381283	0.0000
GARCH(1)	0.622681	0.080097	7.774046	0.0000
R-squared	-0.173534	Mean dependent var		0.001130
Adjusted R-squared	-0.186262	S.D. dependent var		0.000816
S.E. of regression	0.000888	Akaike info criterion		-11.23386
Sum squared resid	0.000364	Schwarz criterion		-11.18059
Log likelihood	2629.107	Durbin-Watson stat		1.682503
Inverted AR Roots	.27			
Inverted MA Roots	.62+.48i	.62-.48i	-.31-.78i	-.31+.78i
	-.89			

Ipoteza nula, existenta unui proces IGARCH, este investigata cu ajutorul testului *Wald*

Wald Test:

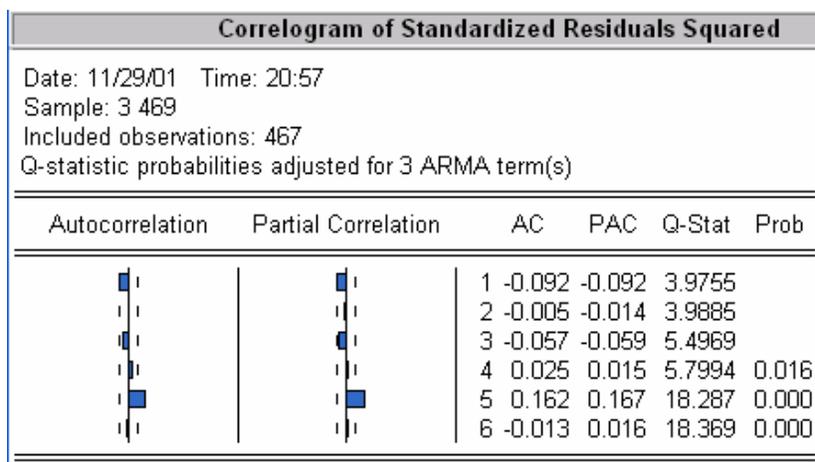
Equation: ARCHUSD

Null Hypothesis:  $C(5)+C(6)=1$

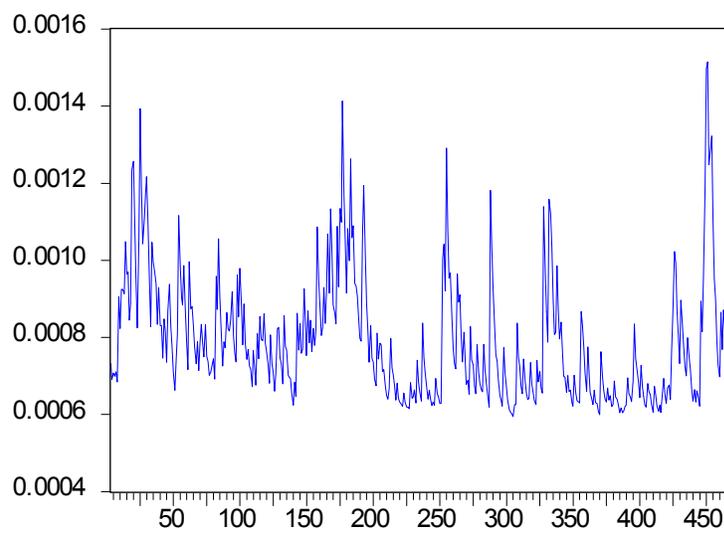
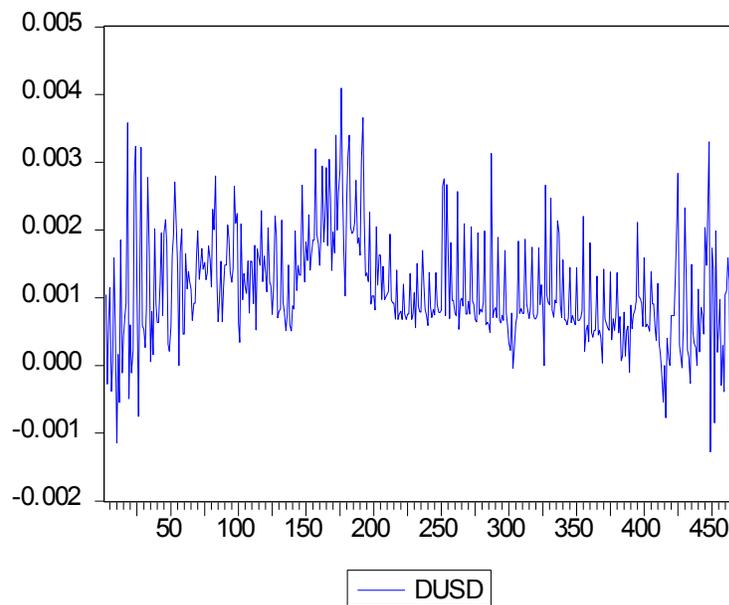
F-statistic	13.19284	Probability	0.000313
Chi-square	13.19284	Probability	0.000281

Pe baza *F-statistic* si a probabilitatii asociate, este respinsa aceasta ipoteza.

Corelograma reziduurilor patratice indica insa, un coeficient de corelatie semnificativ la lagul 5, dar acesta are o valoare redusa, si ar putea fi corectat printr-o variabila *dummy* introdusa in ecuatie volatilitatii. Acest coeficient de autoorelatie cu *lag* de 5, apare datorita faptului ca volatilitatea asteptata in zilele de joi este mai mare, datorita variatiei mai mari a cursului valutar asteptate in aceasta zi.



Reprezentand grafic randamentele cursului ROL/USD si deviatia standard conditionata calculata de *Eviews* pentru perioada urmatoare, se observa ca unei cresteri a volatilitatii conditionate ii sunt asociate variatii mari (in valoare absoluta) a randamentelor zilnice ale cursului valutar.



### 3.2. Estimarea volatilitatii prin modele *GARCH* asimetrice

Introducand in ecuatiile randamentului in locul termenului *MA(1)* deviatia standard a randamentelor si utilizand o ecuatie a volatilitatii *EGARCH*, rezulta:

Dependent Variable: DUSD  
Method: ML - ARCH  
Sample(adjusted): 3 469  
Included observations: 467 after adjusting endpoints  
Convergence achieved after 26 iterations  
Backcast: -2 2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
SQR(GARCH)	1.950855	0.139588	13.97581	0.0000
AR(1)	0.215858	0.036113	5.977354	0.0000
MA(5)	0.363908	0.035947	10.12352	0.0000
Variance Equation				
C	-0.926347	0.383900	-2.412990	0.0158
RES /SQR[GARCH](1)	0.090701	0.022942	3.953559	0.0001
RES/SQR[GARCH](1)	0.077930	0.018698	4.167906	0.0000
EGARCH(1)	0.941327	0.025386	37.08045	0.0000
R-squared	0.258793	Mean dependent var		0.001130
Adjusted R-squared	0.249125	S.D. dependent var		0.000816
S.E. of regression	0.000707	Akaike info criterion		-11.78451
Sum squared resid	0.000230	Schwarz criterion		-11.72236
Log likelihood	2758.683	F-statistic		26.76825
Durbin-Watson stat	1.978599	Prob(F-statistic)		0.000000
Inverted AR Roots	.22			
Inverted MA Roots	.66 -.48i	.66+.48i	-.25+.78i	-.25 -.78i
	-.82			

Aceste rezultate sunt conforme cu ipotezele teoretice:

- prin cresterea volatilitatii, randamentele asteptate cresc;
- coeficientul de asimetrie este pozitiv si semnificativ din punct de vedere statistic, ceea ce se traduce prin faptul ca, in cazul unei aprecieri a leului sau a inregistrarii unei deprecieri a leului mai redusa decat se asteapta piata, volatilitatea asteptata cursului se reduce.

Dar, conform corelogramei erorilor patratic, exista o corelatie intre acestea, in special la *lag*-ul 3, ceea ce inseamna ca mai poate exista unul sau mai multi termeni *ARCH* care sa explice volatilitatea cursului.

## Corelograma erorilor patratice

Correlogram of Standardized Residuals Squared					
Date: 11/29/01 Time: 22:56					
Sample: 3 469					
Included observations: 467					
Q-statistic probabilities adjusted for 2 ARMA term(s)					
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.113	0.113	6.0174	
		2 0.126	0.115	13.553	
		3 0.250	0.230	43.031	0.000
		4 0.073	0.018	45.543	0.000
		5 0.049	-0.011	46.678	0.000
		6 0.045	-0.026	47.632	0.000

3.3. Modelarea volatilitatii prin modelul *Component-ARCH*

Dependent Variable: DUSD  
Method: ML - ARCH  
Sample(adjusted): 3 468  
Included observations: 466 after adjusting endpoints  
Convergence achieved after 17 iterations  
Backcast: -2 2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	0.001152	0.000134	8.587871	0.0000
AR(1)	0.261797	0.109087	2.399880	0.0164
MA(1)	0.440602	0.071165	6.191260	0.0000
MA(5)	0.222101	0.059331	3.743440	0.0002
Variance Equation				
Perm: C	2.40E-05	1.46E-05	1.638204	0.1014
Perm: [Q-C]	0.210109	0.292322	0.718757	0.4723
Perm: [ARCH-GARCH]	0.352284	0.078602	4.481856	0.0000
Tran: [ARCH-Q]	0.660106	0.019616	33.65194	0.0000
Tran: [GARCH-Q]	0.307041	0.039428	7.787298	0.0000
R-squared	0.091814	Mean dependent var		0.001128
Adjusted R-squared	0.075916	S.D. dependent var		0.000815
S.E. of regression	0.000784	Akaike info criterion		-11.08570
Sum squared resid	0.000281	Schwarz criterion		-11.00566
Log likelihood	2591.968	F-statistic		5.775098
Durbin-Watson stat	2.762509	Prob(F-statistic)		0.000000
Inverted AR Roots	.26			
Inverted MA Roots	.53+.43i	.53-.43i	-.32-.68i	-.32+.68i
	-.86			

Conform rezultatelor acestui model

- exista o valoare pe termen lung a volatilitatii, fapt prezentat si de graficul randamentelor zilnice;

- asupra variantei tranzitorii isi pune in special amprenta abaterea patratica a variatiei zilnice a randamentului de la valoarea variantei pe termen lung.

Conform corelogramei erorilor, exista o anumita corelatie intre erori, la *lag*-ul 2

Correlogram of Standardized Residuals Squared						
Date: 11/29/01 Time: 23:34						
Sample: 3 468						
Included observations: 466						
Q-statistic probabilities adjusted for 3 ARMA term(s)						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.071	-0.071	2.3910	
		2	0.485	0.482	112.80	
		3	-0.032	0.026	113.30	
		4	0.221	-0.016	136.43	0.000
		5	0.018	0.041	136.58	0.000
		6	0.124	0.034	143.82	0.000

#### 4. Concluzii

Din analiza econometrica a cursului ROL/USD rezulta:

- Volatilitatea acestuia urmeaza un proces *ARCH*.
- Randamentul cursului valutar este direct corelat cu volatilitatea acestuia. Astfel, odata cu cresterea volatilitatii, randamentul asteptat este mai mare.
- Exista o componenta de asimetrie in privinta evaluarii informatiilor cu privire la evolutia cursului: coeficientul de asimetrie este pozitiv si semnificativ din punct de vedere statistic, ceea ce se traduce prin faptul ca, in cazul unei aprecieri a leului sau inregistrarii unei depreciere a leului mai redusa decat se asteapta piata, volatilitatea asteptata cursului se reduce.
- Exista o componenta pe termen lung a volatilitatii. Componenta pe termen scurt este influentata in special de abaterea patratica a variatiei zilnice a randamentului de la valoarea variantei pe termen lung.
- Modelul de analiza a volatilitatii care a dat cele mai bune rezultate este *GARCH(1,1)* cu ecuatie de evolutie a randamentelor *ARMA(1,5)*.

In privinta analizei volatilitatii cursului ROL/EURO, motivul neaplicabilitatii modelelor *GARCH* univariate in analiza volatilitatii acestuia este faptul ca pe piata valutara romaneasca, cursul ROL/EURO este calculat pe baza cursului de referinta ROL/USD si a cursului EURO/USD inregistrat pe pietele internationale. Deci, volatilitatea cursului ROL/EURO depinde de volatilitatea cursului ROL/USD si cea a EURO/USD. In acest caz, pentru analiza volatilitatii cursului ROL/EURO, trebuie utilizate modelele *GARCH* bivariate.

## Bibliografie

- [1] Greene, William H., 2000, "Econometric Analysis, Fourth Edition", *Prentice Hall International*
- [2] Griliches, Zvi; Michael D. Intriligator, 1984, "Handbook of Econometrics" Vols. 1-4, <http://www.elsevier.nl/hes/homepage/menu.htm> (Volume 4, Chapter 49: Bollerslev, T.; R. Engle, D. Nelson, "ARCH Models")
- [3] Gujarati, Damodar N., 1995, "Basic econometrics, Third Edition", *McGraw-Hill*
- [4] Hamilton, James D., 1994, "Time Series Analysis", *Princeton University Press*
- [5] Johnston, Jack; DiNardo John, 1997, "Econometric Methods", *The McGraw – Hill Companies, Inc*
- [6] Kaiser, Thomas, 1996, "One-Factor GARCH Models for German Stocks – Estimation and Forecasting", *Social Sciences Research Network*, <http://www.ssrn.com>
- [7] Thomas, Susan, 1995, "Heteroskedasticity on the Bombay Stock Exchange", *Social Sciences Research Network*, <http://www.ssrn.com>
- [8] \*\*\*, 1998, Documentatie Eviews 3.1

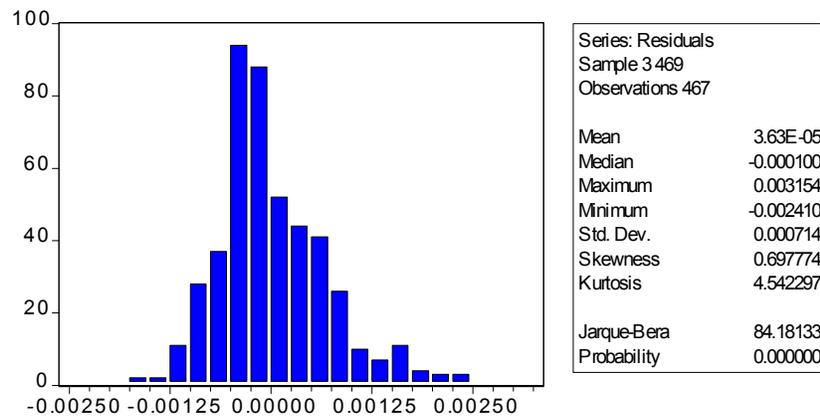
## Anaxa 1. Model de evolutie a randamentelor cursului ROL/USD

### ARMA(1,5)

Dependent Variable: DUSD  
 Method: Least Squares  
 Sample(adjusted): 3 469  
 Included observations: 467 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 28 iterations  
 Backcast: -2 2

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.994819	0.005184	191.8903	0.0000
MA(1)	-0.897817	0.025681	-34.95997	0.0000
MA(5)	0.079889	0.025396	3.145790	0.0018
R-squared	0.231198	Mean dependent var		0.001130
Adjusted R-squared	0.227884	S.D. dependent var		0.000816
S.E. of regression	0.000717	Akaike info criterion		-11.63727
Sum squared resid	0.000238	Schwarz criterion		-11.61064
Log likelihood	2720.303	F-statistic		69.76802
Durbin-Watson stat	1.785506	Prob(F-statistic)		0.000000
Inverted AR Roots	.99			
Inverted MA Roots	.76+.17i -.49	.76-.17i	-.06+.52i	-.06-.52i

### Histograma erorilor



### Corelograma erorilor patratice

Correlogram of Residuals Squared						
Date: 11/29/01 Time: 20:23						
Sample: 3 469						
Included observations: 467						
Q-statistic probabilities adjusted for 3 ARMA term(s)						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
■	■	1	0.180	0.180	15.261	
■	■	2	0.109	0.079	20.882	
■	■	3	0.107	0.078	26.320	
■	■	4	0.122	0.087	33.343	0.000
■	■	5	0.291	0.256	73.500	0.000
■	■	6	0.077	-0.026	76.308	0.000

### Testarea corelatiei seriale prin testul *Breusch-Godfrey*

#### Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	3.778789	Probability	0.023560
Obs*R-squared	6.326324	Probability	0.042292

#### Test Equation:

Dependent Variable: RESID

Method: Least Squares

Date: 11/29/01 Time: 20:25

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-1.99E-05	0.005141	-0.003875	0.9969
MA(1)	-0.027121	0.038663	-0.701478	0.4834
MA(5)	0.012379	0.028682	0.431616	0.6662
RESID(-1)	0.134142	0.059307	2.261818	0.0242
RESID(-2)	-0.043797	0.059921	-0.730918	0.4652

R-squared	0.013547	Mean dependent var	3.63E-05
Adjusted R-squared	0.005006	S.D. dependent var	0.000714
S.E. of regression	0.000713	Akaike info criterion	-11.64493
Sum squared resid	0.000235	Schwarz criterion	-11.60054
Log likelihood	2724.092	F-statistic	1.586135
Durbin-Watson stat	1.984569	Prob(F-statistic)	0.176828

### Testarea *heteroskedasticitatii* prin testul *ARCH LM*

#### ARCH Test:

F-statistic	9.500631	Probability	0.000090
Obs*R-squared	18.36916	Probability	0.000103

#### Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 11/29/01 Time: 20:26

Sample(adjusted): 5 469

Included observations: 465 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.84E-07	5.40E-08	7.113858	0.0000
RESID^2(-1)	0.167791	0.046461	3.611407	0.0003
RESID^2(-2)	0.084714	0.047102	1.798531	0.0727

R-squared	0.039504	Mean dependent var	5.11E-07
Adjusted R-squared	0.035346	S.D. dependent var	9.82E-07
S.E. of regression	9.64E-07	Akaike info criterion	-24.85991
Sum squared resid	4.29E-10	Schwarz criterion	-24.83319
Log likelihood	5782.929	F-statistic	9.500631
Durbin-Watson stat	2.007810	Prob(F-statistic)	0.000090

Conform testelor efectuate, in cazul unui model de evolutie a randamentelor cursului valutar ROL/USD de tipul *ARMA(1,5)*, erorile nu au o distributie normala, exista coorelatie seriala intre acestea si exista *heteroskedasticitate*.

## Anexa 2. Modelul de evolutie al randamentelor cursului ROL/EURO

### Modelul Random Walk

Dependent Variable: DEURO

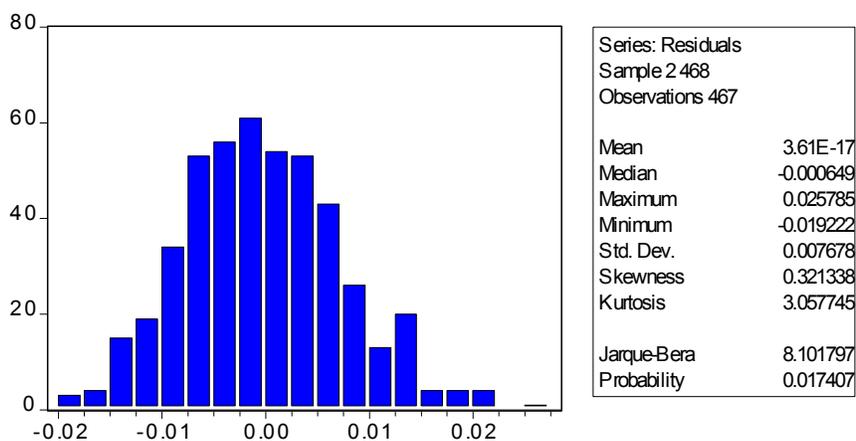
Method: Least Squares

Sample(adjusted): 2 468

Included observations: 467 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000849	0.000355	2.390455	0.0172
R-squared	0.000000	Mean dependent var		0.000849
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.007678
S.E. of regression	0.007678	Akaike info criterion		-6.898660
Sum squared resid	0.027475	Schwarz criterion		-6.889781
Log likelihood	1611.837	Durbin-Watson stat		1.981481

### Histograma erorilor



### Corelograma erorilor patratice

Correlogram of Residuals Squared						
Date: 11/29/01 Time: 20:40						
Sample: 2 468						
Included observations: 467						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1 -0.033	-0.033	0.5130	0.474	
		2 0.050	0.049	1.7123	0.425	
		3 0.011	0.014	1.7694	0.622	
		4 0.043	0.042	2.6638	0.616	
		5 0.102	0.104	7.6200	0.178	
		6 -0.044	-0.042	8.5521	0.200	

### Testarea corelatiei seriale prin testul *Breusch-Godfrey*

#### Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	0.142043	Probability	0.990512
Obs*R-squared	0.863626	Probability	0.990258

#### Test Equation:

Dependent Variable: RESID

Method: Least Squares

Date: 11/29/01 Time: 20:41

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-2.90E-08	0.000357	-8.11E-05	0.9999
RESID(-1)	0.007910	0.046685	0.169428	0.8655
RESID(-2)	-0.009709	0.046709	-0.207867	0.8354
RESID(-3)	-0.020268	0.046691	-0.434095	0.6644
RESID(-4)	0.030877	0.046701	0.661164	0.5088
RESID(-5)	-0.006561	0.046729	-0.140397	0.8884
RESID(-6)	0.017963	0.046820	0.383659	0.7014
R-squared	0.001849	Mean dependent var	1.43E-18	
Adjusted R-squared	-0.011170	S.D. dependent var	0.007678	
S.E. of regression	0.007721	Akaike info criterion	-6.874815	
Sum squared resid	0.027424	Schwarz criterion	-6.812665	
Log likelihood	1612.269	F-statistic	0.142043	
Durbin-Watson stat	1.994765	Prob(F-statistic)	0.990512	

### Testarea *heteroskedasticitatii* prin testul *ARCH LM*

#### ARCH Test:

F-statistic	0.827085	Probability	0.437969
Obs*R-squared	1.658971	Probability	0.436274

#### Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 11/29/01 Time: 20:43

Sample(adjusted): 4 468

Included observations: 465 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.80E-05	5.55E-06	10.43897	0.0000
RESID^2(-1)	-0.031899	0.046450	-0.686739	0.4926
RESID^2(-2)	0.049442	0.046453	1.064349	0.2877
R-squared	0.003568	Mean dependent var	5.90E-05	
Adjusted R-squared	-0.000746	S.D. dependent var	8.46E-05	
S.E. of regression	8.47E-05	Akaike info criterion	-15.90965	
Sum squared resid	3.31E-06	Schwarz criterion	-15.88293	
Log likelihood	3701.994	F-statistic	0.827085	
Durbin-Watson stat	2.001846	Prob(F-statistic)	0.437969	

Randamentele cursului ROL/EURO nu respecta un proces Random Walk, deoarece, desi erorile sunt independent distribuite, nu sunt si identic distribuite (distributia are *skewness* pozitiv).