

Academia de Studii Economice București
Facultatea de Finanțe, Asigurări, Bănci și Burse de Valori
Școala Doctorală de Finanțe – Bănci

TEZĂ DE DOCTORAT

Managementul Riscului Financiar-Valutar

Coordonator științific

Prof. univ. dr. Moisa Altar

Doctorand

Adrian Codirlaşu

București, Iulie 2007

Cuprins

REZUMAT	5
CAP. I. INTRODUCERE	7
CAP. II. RISCUL DE CREDIT	9
CAP. III. MANAGEMENTUL RISCULUI DE CREDIT CONFORM ACORDULUI BASEL II	14
III.1. NECESITATEA ÎMBUNĂTĂȚIRII ACORDULUI DIN 1988	14
III.2. ABORDAREA STANDARD	16
III.3. ABORDAREA BAZATĂ PE RATING-URI GENERATE INTERN	22
III.4. CALCULUL CERINȚELOR MINIME DE CAPITAL	23
CAP. IV. PROCESUL DE MODELARE AL RISCULUI DE CREDIT ÎN CONTEXTUL ACORDULUI BASEL II	27
IV.1. ABORDĂRI CONCEPTUALE	27
IV.1.1. FUNCȚIA DENSITĂȚII DE PROBABILITATE A PIERDERILOR DIN CREDITE	27
IV.1.2. MĂSURAREA PIERDERILOR DATORATE RISCULUI DE CREDIT	29
IV.1.3. MODELE CONDIȚIONATE VS. MODELE NECONDIȚIONATE	34
IV.1.4. AGREGAREA RISCULUI DE CREDIT	34
IV.1.5. CORELAȚIILE DINTRE FACTORII DE RISC	35
IV.2. SPECIFICAREA ȘI ESTIMAREA PARAMETRILOR	35
IV.2.1. MODELAREA PROBABILITĂȚILOR DE INTRARE ÎN FALIMENT ȘI DE TRANZIȚIE	36
IV.2.2. RATA DE RECUPERARE/PIERDERE	37
IV.2.3. CORELAȚIILE DINTRE PROBABILITĂȚILE DE INTRARE ÎN INCAPACITATE DE PLATĂ/DE TRANZIȚIE	39
IV.2.4. EXPUNEREA ÎN MOMENTUL PRODUCERII EVENIMENTULUI DE CREDIT	40
IV.2.5. SCADENȚA EFECTIVĂ A EXPUNERII	43
IV.3. VALIDAREA MODELELOR	44
CAP. V. MODELE DE MĂSURARE A RISCULUI DE CREDIT	45
V.1. MODELUL CREDITMETRICS	46
V.1.1. IPOTEZE ȘI DATE DE INTRARE	46
V.1.2. MODELAREA DISTRIBUȚIEI VALORII UNEI SINGURE OBLIGAȚIUNI	50
V.1.3. ESTIMAREA DISTRIBUȚIEI VALORII UNUI PORTOFOLIU DE DOUĂ OBLIGAȚIUNI	52
V.1.4. CALCULUL COEFICIENȚILOR DE CORELAȚIE AI MIGRĂRILOR	54
V.1.5. ESTIMAREA ANALITICĂ A DISTRIBUȚIEI VALORII UNUI PORTOFOLIU DE MAI MULTE OBLIGAȚIUNI	63
V.1.6. SIMULAREA	63
V.2. MODELUL PORTFOLIO MANAGER	64
V.2.1. MODELUL DEZVOLTAT DE MERTON	64
V.2.2. ABORDAREA KMV	67
V.3. MODELUL CREDITRISK+	70
V.4. MODELUL CREDITPORTFOLIOVIEW	74

V.5. MODELE BAZATE PE EVALUAREA RISC-NEUTRALĂ - SISTEMUL DE ANALIZĂ AL CREDITELOR	78
--	-----------

<u>CAP. VI. UTILIZAREA INSTRUMENTELOR FINANCIARE DERIVATE PENTRU HEDGING-UL RISCULUI DE CREDIT</u>	81
---	-----------

VI.1. INSTRUMENTELE DERIVATE PE RISC DE CREDIT	81
VI.2. CREDIT DEFAULT SWAP	85
VI.3. OPȚIUNI BINARE PE RISC DE CREDIT	89
VI.4. BASKET DEFAULT SWAP	90
VI.5. TOTAL RETURN SWAP	90
VI.6. CREDIT SPREAD OPTIONS	91
VI.7. CREDIT FORWARD	92

<u>CAP. VII. AMENDAMENTUL ACORDULUI BASEL PENTRU ÎNCORPORAREA RISCULUI DE PIATĂ</u>	93
--	-----------

VII.1. CARACTERISTICI	93
VII.2. METODOLOGIA STANDARD	94
VII.2.1. MANAGEMENTUL RISCUL DE RATĂ DE DOBÂNDĂ	94
VII.2.2. MANAGEMENTUL RISCUL LEGAT DE EVOLUȚIA PREȚULUI ACȚIUNILOR	96
VII.2.3. MANAGEMENTUL RISCUL LEGAT DE CURSUL DE SCHIMB	97
VII.2.4. MANAGEMENTUL RISCUL LEGAT DE PREȚUL MĂRFURILOR	98
VII.2.5. MANAGEMENTUL RISCUL LEGAT DE TRANZACȚIONAREA DE OPȚIUNI	99
VII.3. METODOLOGIA ALTERNATIVĂ	102
VII.3.1. CRITERII GENERALE	102
VII.3.2. STANDARDE CALITATIVE	102
VII.3.3. SPECIFICAREA FACTORILOR DE RISC DE PIATĂ	103
VII.3.4. STANDARDE CANTITATIVE	104
VII.3.5. <i>STRESS TESTIG</i>	105

<u>CAP. VIII. MĂSURAREA RISCULUI DE PIATĂ PRIN MODELE VAR</u>	107
--	------------

VIII.1. MĂSURA VAR	107
VIII.2. VAR ANALITIC	108
VIII.3. VAR CALCULAT PE BAZA SIMULĂRII MONTE CARLO	109
VIII.4. VAR ISTORIC	111
VIII.5. MAPAREA POZIȚIILOR LA FACTORII DE RISC	113
VIII.5.1. MAPAREA POZIȚIILOR SPOT	113
VIII.5.2. MAPAREA POZIȚIILOR ÎN ACȚIUNI	114
VIII.5.3. MAPAREA POZIȚIILOR ÎN OBLIGAȚIUNI ZERO-CUPON	115
VIII.5.4. MAPAREA POZIȚIILOR ÎN CONTRACTE <i>FORWARD/FUTURES</i>	116
VIII.5.5. MAPAREA POZIȚIILOR ÎN CONTRACTE DE OPȚIUNI	117
VIII.6. UTILIZAREA MODELELOR DE VOLATILITATE ÎN CALCULUL VAR	118
VIII.6.1. CALCULUL <i>VAR</i> UTILIZÂND <i>EWMA</i>	118
VIII.6.2. CALCULUL <i>VAR</i> UTILIZÂND MODELE <i>GARCH</i>	120

<u>CAP. IX. UTILIZAREA OPTIUNILOR EXOTICE ÎN MANAGEMENTUL RISCULUI DE PIATĂ</u>	126
--	------------

IX.1. DEFINIȚIE, EVOLUȚIE, CLASIFICARE	126
---	------------

IX.2.OPȚIUNI DEPENDENTE DE TRAIECTORIA ACTIVULUI SUPORT	130
IX.2.1. OPȚIUNI ASIATICE	130
IX.2.2. OPȚIUNI <i>LOOK-BACK</i>	133
IX.2.3. OPȚIUNI <i>LADDER</i>	134
IX.2.4. OPȚIUNI <i>SHOUT</i>	135
IX.2.4. OPȚIUNI <i>SWING</i>	135
IX.3.OPȚIUNI DEPENDENTE DE TIMP	136
IX.3.1. OPȚIUNI <i>FORWARD-START</i>	136
IX.3.2. OPȚIUNI <i>CLIQUET</i>	136
IX.3.3. OPȚIUNI <i>CHOOSE</i>	137
IX.4.OPȚIUNI DEPENDENTE DE LIMITĂ – OPȚIUNI BARIERĂ	138
IX.5.OPȚIUNI CU PAYOFF-UL MODIFICAT	145
IX.5.1. OPȚIUNI DIGITALE (BINARE)	145
IX.5.2. OPȚIUNI <i>CONTINGENT PREMIUM</i>	146
IX.5.3. OPȚIUNI EXPONENȚIALE	147
IX.6.OPȚIUNI MULTIFACTOR	147
IX.6.1. OPȚIUNI CURCUBEU (<i>RAINBOW</i>)	147
IX.6.2. OPȚIUNI DE SCHIMB (<i>EXCHANGE</i>)	148
IX.6.3. OPȚIUNI <i>SPREAD</i>	149
IX.6.4. OPȚIUNI COMPUSE	150
IX.6.5. OPȚIUNI COȘ (<i>BASKET</i>)	151
IX.6.6. OPȚIUNI CU NOȚIONALUL AJUSTABIL (<i>QUANTO</i>)	152
IX.6.6. OPȚIUNI <i>DEFINED EXERCISE</i>	154
<u>CAP. X. APLICAȚIE PRACTICĂ - MODELUL MERTON PENTRU GENERAREA PROBABILITĂȚILOR DE INTRARE ÎN FALIMENT</u>	<u>155</u>
X.1. METODOLOGIE	155
X.2. REZULTATE	156
X.3. CONCLUZII	159
<u>CAP. XI. APLICAȚII PRACTICE – MODELE VAR</u>	<u>160</u>
XI.1.CALCULUL VAR PENTRU UN PORTOFOLIU DE MONEDE	160
XI.1.1. METODOLOGIE	160
XI.1.2. REZULTATE ȘI CONCLUZII	165
XI.2.CALCULUL VAR PENTRU UN PORTOFOLIU DE ACȚIUNI	167
XI.2.1. METODOLOGIE	167
XI.2.2. REZULTATE ȘI CONCLUZII	174
XI.3.CALCULUL VAR PENTRU UN PORTOFOLIU DE OPȚIUNI	176
<u>CONCLUZII GENARALE PRIVIND APLICAREA MODELELOR DE CUANTIFICARE A RISCULUI ÎN CAZUL ROMÂNIEI</u>	<u>179</u>
<u>BIBLIOGRAFIE</u>	<u>181</u>
<u>ANEXE</u>	<u>189</u>
ANEXA I. COD MATLAB MODEL MERTON	189
ANEXA II.VAR PENTRU UN PORTOFOLIU DE MONEDE	191
ANEXA II.1. TESTUL DE STAȚIONARITATE ADF	191

ANEXA II.2. TESTUL JARQUE-BERRA	192
ANEXA II.3. MODELE <i>GARCH</i> PENTRU CURSUL DE SCHIMB	193
ANEXA III.VAR PENTRU UN PORTOFOLIU DE ACȚIUNI	198
ANEXA III.1. TESTUL DE STAȚIONARITATE ADF	198
ANEXA III.2. TESTUL JARQUE-BERRA	199
ANEXA III.3. MODELE <i>GARCH</i> PENTRU ESTIMAREA VOLATILITĂȚII ACȚIUNILOR	200

Rezumat

Lucrarea tratează, atât din punct de vedere teoretic cât și practic cadrul în care se realizează managementul riscului de credit și de piață în instituțiile financiare. Lucrarea este structurată în două părți.

Prima parte constă în trecerea în revistă a literaturii de specialitate și a practicilor internaționale referitoare la managementul riscului de credit și de piață.

În ceea ce privește managementul riscului de credit, lucrarea prezintă modificările aduse în managementul riscului de credit de către noul acord privind adecvarea capitalului, Basel II, și procesul de cuantificare și de management a riscului de credit conform acestui acord. Noul acord recunoaște progresele înregistrate în managementul riscului de credit și aduce stimulente prin permiterea utilizării de către băncile care au dezvoltat modele sofisticate de management al riscului, condiționat de îndeplinirea unor cerințe cantitative și calitative, a propriilor metodologii. De asemenea acesta permite și utilizarea contractelor derivate pe risc de credit pentru acoperirea pozițiilor generate de acordarea de credite sau investiții în obligațiuni.

De asemenea, în lucrare sunt prezentate și cele mai importante metodologii de management al riscului de credit utilizate în prezent în industria bancară: *CreditMetrics*, dezvoltat de J.P. Morgan, *PortfolioManager* dezvoltat de compania KMV, *CreditRisk+* dezvoltat de Credit Suisse First Boston și *CreditPortfolioView* dezvoltat de compania de consultanță McKinsey.

În același timp, sunt abordate și instrumentele derivate pe risc de credit ce pot fi utilizate pentru managementul riscului de credit, instrumente ce sunt recunoscute de către noul acord de la Basel privind adecvarea capitalului.

Referitor la riscul de piață, în lucrare este prezentat amendamentul la acordul Basel I privind adecvarea capitalului, amendament care a rămas în vigoare și ulterior adoptării noului acord privind adecvarea capitalului, care stabilește cerințele pentru managementul riscului de piață în industria bancară. De asemenea, sunt trecute în revistă și metodologiile de estimare a riscului de piață ce pot fi utilizate pentru

calculul cerințelor de capital permise de acest amendament și instrumentele derivate (opțiuni exotice) ce pot fi folosite pentru managementul riscului de piață.

Partea a doua a lucrării prezintă aplicații practice, în cazul României, ale metodologiilor de cuantificare a riscului de credit și de piață.

Astfel, în ceea ce privește riscul de credit, au fost calculate probabilitățile de intrare în faliment, pe baza metodologiei dezvoltate de Merton, pentru societățile de investiții financiare și companiile cotate la categoria I-a a Bursei de Valori București pentru perioada trim. IV 1998 – trim. III 2006.

Referitor la riscul de piață, în lucrare sunt prezentate trei aplicații practice de calcul a riscului de piață (*VaR*) pentru trei tipuri de portofolii: de valute, de acțiuni și de opțiuni.

Pentru portofoliul de valute (versus RON) sunt comparate măsurile *VaR* calculate prin metoda istorică, analitică și metodologii bazate pe volatilitate variabilă (*EWMA* și *GARCH*).

În cazul portofoliului de acțiuni (cotate pe Bursa de Valori București), sunt comparate măsurile *VaR* calculate prin metoda istorică, analitică, mapare a pozițiilor în acțiuni pe baza modelului *CAPM* și metodologii bazate pe volatilitate variabilă (*EWMA* și *GARCH*).

Pentru portofoliul de opțiuni (pe cursul de schimb EUR/RON) sunt calculate măsuri *VaR* prin maparea pozițiilor pe baza metodologiei delta-gamma și simulare.

Cap I. Introducere

Activitatea de management al riscurilor a înregistrat o evoluție exponențială în ultimul deceniu. Acum zece ani instituțiile financiare nu aveau dezvoltată funcția de management al riscurilor ca și componentă activă a derulării activității lor de zi cu zi. Factorul hotărâtor în dezvoltarea funcției de management al riscului în instituțiile financiare a fost determinat de falimentul băncii engleze Barings în 1995, eveniment care a concretizat și a adus în atenția publicului, în modul cel mai dur cu putință, consecințele lipsei unui control eficient al activităților unei instituții financiare. Urmare acestui scandal, la cel mai înalt nivel politic și la nivelul autorităților de reglementare a piețelor financiare a fost recunoscută și accentuată importanța funcțiilor de management al riscurilor la toate nivelele pieței financiare, atât în cadrul instituțiilor financiare, cât și la nivelul autorităților de reglementare din domeniu.

În prezent, provocarea este dată de aplicabilitatea practică a funcțiilor de management al riscului dezvoltate de-a lungul timpului.

Termenul de management al riscului nu are o definiție universal acceptată. În general termenul de management al riscului utilizat în cadrul instituțiilor financiare reprezintă ansamblul politicilor și procedurilor pe care instituțiile financiare le-au implementat pentru a gestiona, monitoriza și a controla expunerea lor față de risc. Totodată termenul de management al riscului este folosit și atunci când instituțiile financiare se refera la componenta independentă din cadrul lor, componentă ce este responsabilă de controlul și monitorizare a riscurilor, deși în practică astfel de structuri rareori gestionează în mod direct riscul. Experiența din domeniu arată că structura care se ocupă cu managementul riscurilor într-o instituție financiară rareori are autoritatea de a iniția și deschide poziții în active financiare purtătoare de risc. Totuși, există instituții financiare unde această structură are autoritatea de a de instrucțiuni structurilor de *front-office* din cadrul instituțiilor financiare, de a modifica anumite poziții inițiate de acestea.

Deși dezvoltarea conceptului de management la riscului are o istorie relativ recentă, acesta nu este un concept totalmente nou pentru instituțiile financiare, multe din componentele acestuia fiind implementate în cadrul instituțiilor financiare de câțiva ani. În cazul instituțiilor de credit, unde riscul de credit este predominant, politicilor și

procedurilor de creditare li s-au acordat întotdeauna o atenție specială de către managementul instituțiilor de credit. În mod uzual coordonatorul departamentului de credit este și membru în consiliul de administrație al instituției de credit.

Funcția de management al riscurilor în cadrul instituțiilor de credit va avea o importanță deosebită în perspectiva aplicării de către acestea a acordului Basel II (Noul Acord de Capital), mai ales în condițiile în care instituțiile de credit vor dori să-și folosească propriile modele interne de calcul a necesarului de capital în condițiile noului acord.

Managementul riscului în domeniul bancar este constituit din totalitatea proceselor de management al riscurilor și al modelelor care permit instituțiilor de credit să implementeze politici și practici bazate pe minimizarea riscurilor. Ele acoperă întregul spectru al tehnicilor și instrumentelor de management necesare pentru măsurarea, monitorizarea și controlul riscurilor. Spectrul de modele și procese se extinde către toate riscurile: riscul de credit, riscul de piață, riscul de lichiditate și riscul operațional. În sens general, termenul „risc” desemnează orice incertitudine care poate determina pierderi. Politicile și practicile bazate pe minimizarea riscurilor au un obiectiv comun: îmbunătățirea profilului de risc al instituției de credit. Inovarea în acest domeniu constă în extinderea graduală a domeniilor de implementare a modelelor de risc către toate categoriile de riscuri dintr-o instituție de credit, determinând noi abordări ale riscurilor.

Cap. II. Riscul de credit

Riscul de credit este definit ca fiind acel risc de pierderi financiare cauzat de neîndeplinirea obligațiilor de către contrapartidă. Efectul său este măsurat prin costul de înlocuire al fluxurilor financiare care s-ar fi produs în cazul în care contrapartida și-ar fi îndeplinit obligațiile.

Riscul de credit are două componente principale: riscul de intrare în incapacitate de plată a contrapartidei (*default risk*) și riscul de majorare a spread-ului (*spread risk*). Riscul de faliment (*default*) este riscul ca debitorul să nu dorească sau să fie în imposibilitate de a-și îndeplini obligațiile contractuale (plata dobânzii și a principalului) parțial sau total. Riscul de spread reprezintă riscul ca valoarea de piață a instrumentului de credit să se reducă datorită modificărilor intervenite în bonitatea debitorului.

Conform datelor statistice, pentru instituțiile financiare, riscul de credit este mult mai important decât riscul de piață, diversificarea scăzută (datorită concentrării geografice sau sectoriale) a riscului de credit fiind principala cauză a falimentelor bancare.

Doar recent, industria bancară a început să măsoare riscul de credit în contextul unui portofoliu, o dată cu dezvoltarea managementului riscului începută cu modelele de valoare la risc (*VAR*). Odată măsurat, riscul de credit poate fi diversificat ca orice alt risc financiar.

Dar, riscul de credit este mult mai greu de cuantificat decât riscul de piață deoarece acesta este afectat de mult mai mulți factori iar mulți dintre ei sunt extrem de dificil de măsurat datorită frecvenței foarte reduse cu care apar. În această categorie sunt incluse probabilitățile de intrare în incapacitate de plată, corelațiile dintre acestea și gradul de recuperare al fluxului financiar odată ce intrarea în incapacitate de plată s-a produs. În plus, modelele de risc de credit nu pot fi verificate. Spre deosebire de modelele de risc de piață care pot fi testate, modelele de risc de credit, datorită orizontului lung al modelelor de risc de credit, compararea prognozei cu rezultatul efectiv este dificilă.

Sursele riscului de credit vin din două direcții (Jorion, 2001):

1. Riscul de intrare în incapacitate de plată (*default risk*) – care reprezintă posibilitatea ca o contrapartidă să nu-și poată onora total sau parțial obligațiile sau probabilitatea de a intra în incapacitate de plată (*default probability*) combinată cu pierderea în condițiile intrării în incapacitate de plată a contrapartidei (*loss given default*) și riscul de înrăutățire a rating-ului debitorului (*spread risk*);
2. Riscul de piață (*market risk*) care afectează valoarea de piață a unei obligații, denumită și expunere la risc de credit (*credit exposure*).

De exemplu, în cazul unui contract *forward* pe o monedă străină, expunerea reprezintă valoarea pozitivă a contractului, care depinde de evoluțiile cursului de schimb, riscul de credit implică atât riscul de neîndeplinire a obligației cât și riscul de piață.

Astfel, managementul riscului de credit are în vedere aspecte diferite comparativ cu riscul de piață. În primul rând, riscul de credit are în vedere efectul combinat al riscului de piață și riscului de incapacitate de plată. În al doilea rând, riscul de credit are un orizont de timp lung (ani) față de orizontul de timp foarte scurt (zile) al riscului de piață. Datorită orizontului lung de timp trebuie luate în considerare atât schimbări în structura portofoliului cât și evoluțiile factorilor generatori de riscuri. În al treilea rând, aspectele legale (care nu sunt luate în considerare în cazul riscului de piață) sunt foarte importante în evaluarea riscului de credit, gradul de recuperare al creditelor acordate depinzând de legislația națională referitoare la recuperarea creanțelor și la procedura falimentului.

Ca rezultat al acestor factori, riscul de credit este măsurat mai puțin precis decât riscul de piață. În plus, datorită frecvenței foarte reduse a evenimentelor generatoare de risc de credit, probabilitățile de intrare în incapacitate de plată și corelațiile dintre acestea sunt mult mai dificil de măsurat decât varianța și covarianța în cazul riscului de piață.

Pentru ca riscul de intrare în incapacitate de plată (*default risk*) să creeze pierderi, trebuie îndeplinite două condiții. În primul rând trebuie să existe o creanță netă față de contrapartidă (expunere) și, în al doilea rând, contrapartida trebuie să intre în incapacitate de plată.

În mod tradițional, riscul de credit se aplică creditelor și obligațiunilor pentru care expunerea este valoarea nominală a investiției. Derivativele, pe de altă parte, pot avea fie o valoare pozitivă (un activ net față de contrapartidă), fie o valoare negativă (o datorie față de cealaltă parte). În această situație, există expunere la risc de credit atunci când contractul are o valoare pozitivă sau este *in-the-money* (Jorion, 2001).

De fapt, pierderea datorată intrării în incapacitate de plată a contrapartidei, este asemănătoare cu o opțiune. Definind V_t ca fiind valoarea curentă sau de înlocuire a creanței contrapartidei și presupunând că nu se va recupera nimic din această valoare în cazul în care contrapartida intră în incapacitate de plată, pierderea este expunerea curentă, V_t , dacă aceasta este pozitivă:

$$Pierdere_t = \max(V_t, 0)$$

Caracterul asimetric rezultă din faptul că dacă contrapartida intră în incapacitate de plată atunci când contractul are o valoare negativă, partea solventă va trebui să își îndeplinească obligațiile iar în cazul în care contractul ar fi avut o valoare pozitivă, partea solventă ar fi înregistrat pierderi.

Riscul de credit include, conform raportului G-30, pe lângă valoarea de înlocuire și pierderea viitoare sau potențială (care reprezintă o estimare a costului de înlocuire a tranzacțiilor cu instrumente derivate). Atunci,

$$\text{expunerea maximă la riscul de credit} = \max(V_t + \Delta V_\tau, 0),$$

unde ΔV_τ reprezintă creșterea maximă în valoare pe un orizont de timp τ , și un nivel de încredere c .

Deși această definiție este ușor de aplicat, ea ignoră atât variația în timp a expunerii cât și a probabilității de intrare în incapacitate de plată.

Abordările mai sofisticate ale riscului de credit se bazează pe profilul expunerii potențiale (*potential exposure profile*) care descrie pierderea potențială maximă, măsurată la un anumit nivel de încredere și pentru anumite intervale de timp (de exemplu, lunar). Modelul dinamic al expunerii poate fi combinat cu probabilitățile viitoare de intrare în incapacitate de plată pentru crearea unui profil în timp al riscului de credit.

Una dintre cele mai delicate probleme în modelarea riscului de credit constă atât în evaluarea probabilităților de intrare în incapacitate de plată cât și în determinarea probabilităților de tranziție dintr-un rating în altul datorită modificării bonității debitorului. Acestea pot fi evaluate fie pe bază de modele actuariale fie pe baza prețurilor de piață a titlurilor financiare emise.

Modelele actuariale prognozează probabilitățile de intrare în incapacitate de plată (*default*) analizând factorii asociați cu ratele de faliment istorice. O asemenea abordare este cea a agențiilor de rating, care clasifică emitenții în funcție de frecvența estimată de intrare în faliment (*estimated default frequencies, EDF*).

Cealaltă componentă a riscului de intrare în incapacitate de plată este rata de recuperare (*recovery rate*), care reprezintă fracțiunea recuperată în cazul intrării în incapacitate de plată a contrapartidei sau 1 minus pierderea în cazul falimentului contrapartidei (*loss given default, LGD*). Rata de recuperare depinde de gradul de prioritate al debitului.

O sursă alternativă de informație pentru riscul de faliment sunt *yield*-urile obligațiunilor emise de contrapartidă.

De exemplu, un model simplu (Jorion, 2001) pentru o singură perioadă presupune că, la maturitatea unei obligațiuni, emitentul acesteia poate să fie sau nu în incapacitate de plată. Valoarea obligațiunii este $f \cdot 100$ în caz de faliment sau 100 dacă intrarea în incapacitate de plată nu s-a produs. Fie $c = \pi$ rata cumulată de intrare în faliment până la maturitate. Dacă prețul obligațiunii nu are inclusă prima de risc, atunci prețul curent trebuie să fie așteptarea matematică a valorilor actualizate din cele două stări. Definind y^* și y ca *yield*-urile pentru obligațiunea cu risc de credit și respectiv pentru obligațiunea fără risc de credit, atunci:

$$P^* = \frac{100}{(1+y^*)} = \frac{100}{1+y} \cdot (1-\pi) + \frac{f \cdot 100}{1+y} \cdot \pi.$$

Rearanjând termenii, rezultă

$$1+y = (1+y^*)[1-\pi(1-f)],$$

și renunțând la termenii de ordinul doi pentru simplificare rezultă:

$$y^* \approx y + \pi(1-f).$$

Ca urmare, *credit spread*-ul $y^* - y$ măsoară produsul dintre probabilitatea de intrare în faliment π și pierderea în caz de faliment a contrapartidei (*LGD*) $1 - f$. Dacă investitorii cer o compensație pentru acceptarea acestui risc, atunci *credit spread*-ul va include și o primă de risc.

Pe lângă estimarea individuală a riscului de intrare în incapacitate de plată este necesară și măsurarea corelațiilor între contrapartidele ce intră în incapacitate de plată, aceste corelații fiind un factor important în estimarea riscului portofoliului.

Pentru a ajuta băncile în procesul de management al riscului de credit și pentru a stabili un set de principii general acceptate de management al acestui risc, Banca Reglementelor Internaționale a adoptat în 1988 un acord privind cerințele minime de capital pentru managementul riscului de credit (Basel I). Conform acestui acord, capitalul unei instituții financiare trebuia să fie cel puțin 8 la sută din totalul activelor (inclusiv cele din afara bilanțului) ajustate cu riscul specific. În anul 2004 a fost adoptat un nou acord privind convergența internațională a definirii capitalului și a standardelor de capital (Basel II) care dă posibilitatea băncilor să utilizeze propriile lor modele în estimarea și managementul riscului de credit. În plus, acest acord introduce cerințe suplimentare în ceea ce privește supravegherea prudențială și diseminarea informațiilor de către instituțiile financiare.

Cap. III. Managementul riscului de credit conform acordului Basel II

III.1. Necesitatea îmbunătățirii acordului din 1988

În iulie 1988, Comitetul de Supraveghere Bancară de la Basel a emis un set de recomandări care au vizat introducerea unui nivel minim de capital pentru băncile active la nivel internațional în vederea facilitării competiției corecte între acestea (de exemplu, băncile japoneze aveau un capital mult mai redus decât celelalte bănci cu același risc de credit).

Propunerile Comitetului de la Basel nu au fost imperative, ci o expresie a bunei practici. În Uniunea Europeană ele au fost implementate prin Directiva Adecvării Capitalului 93/6/EEC (*Capital Adequacy Directive*).

Conform acordului, capitalul de bază al unei bănci trebuia menținut la cel puțin 8 la sută din expunerea băncilor, iar diferitelor categorii de expuneri li se atribuiau diferite ponderi de risc, de exemplu, deținerilor de titluri guvernamentale li se atribuia o pondere de 0 la sută, iar împrumuturilor către companii o pondere de 8 la sută indiferent de calitatea creditului.

În România Acordul a fost implementat prin Norma BNR nr. 12/2003 privind supravegherea solvabilității și expunerilor mari ale instituțiilor de credit, prin care băncile au fost obligate să își calculeze indicatorul de solvabilitate și să îl mențină la un nivel de minim 12%.

Principala deficiență a acestui acord a fost faptul că ponderile utilizate – 0, 10, 20, 50 și 100 la sută – erau acordate simplist. De exemplu o bancă trebuia să constituie același capital indiferent dacă acorda un credit garantat către o companie cu rating AAA sau dacă acorda un credit negarantat către o companie cu rating BBB. Astfel, o bancă putea arbitraja aceste norme în sensul vânzării expunerilor din credite de calitate superioară și acordând credite unor debitori de calitate inferioară, dar care aveau un *yield* mai bun. Dar la acel moment acordul a fost considerat un compromis acceptabil deoarece metodologiile de management al riscului nu erau suficient de

dezvoltate pentru a permite cerințe de capital mai fin reglate, iar industria bancară avea nevoie de cerințe minime de capital armonizate pentru a contracara declinul capitalului băncilor.

De la acel moment, procesul de alocare a capitalului față de creditele acordate a devenit mai sofisticat, iar multe bănci și-au dezvoltat propriile sisteme de acordare a rating-urilor. Multe bănci au mers mai departe și au utilizat seriile de date istorice referitoare la pierderile din activitatea de creditare pentru a estima media și varianța pierderilor pentru fiecare tip (calitativ) de credit și, astfel, au putut fi estimate distribuțiile de probabilitate ale pierderilor. Aceste estimări au putut fi utilizate pentru managementul întregului portofoliu de credite astfel încât banca să își poată menține un rating țintă al portofoliului de credite.

În anul 1999, Comitetul de la Basel a decis să rectifice regimul adecvării capitalului pentru a îl adapta schimbărilor în procesul de management al riscului utilizat de bănci și care să acorde acestora mai multă libertate în managementul riscului de credit. În acest sens, în 1999 și 2003, au fost date publicității două proiecte de acord consultative, iar în iunie 2004 a fost publicată versiunea finală a acordului.

Noul acord recunoaște progresele înregistrate în managementul riscului de credit și aduce stimulente prin permiterea utilizării de către băncile cu modele sofisticate de management al riscului a propriilor lor modele. De asemenea este permisă utilizarea derivatelor pe risc de credit pentru acoperirea pozițiilor generate de acordarea de credite.

Pentru calcularea capitalului necesar, acordul Basel II propune două abordări diferite:

1. Abordarea standard (*standardised approach*), care este similară cu cea propusă de acordul Basel I, dar folosește ponderi mai rafinate. În plus, față de acordul anterior, această abordare permite utilizarea instrumentelor financiare derivate pentru limitarea riscului de credit și reducerea cerințelor de capital.
2. Abordarea bazată pe rating-uri generate intern:
 - a. Metodologia bazată pe rating-uri interne de bază (*foundation Internal Rating Based (IRB) approach*), care permite unei bănci să utilizeze propriul sistem de rating, inclusiv utilizarea propriilor calcule privind probabilitățile de intrare în incapacitate de plată (*PD*), dar pierderile

înregistrate atunci când contrapartida intră în incapacitate de plată (*LGD*) sunt furnizate de către instituția de supraveghere.

- b. Metodologia bazată pe rating-uri interne avansată (*advanced IRB approach*), în care băncile își calculează cerințele de capital pe baza propriilor modele, validate de instituția de supraveghere, inclusiv calculele privind probabilitățile de intrare în incapacitate de plată (*PD*) și pierderile înregistrate atunci când contrapartida intră în incapacitate de plată (*LGD*).

III.2. Abordarea standard

În abordarea standard, ponderile sunt acordate în funcție de tipul statului/instituției creditate și în funcție de rating-ul acestora.

Cele mai importante categorii de debitori sunt:

- state, inclusiv băncile centrale;
- autorități locale;
- bănci multilaterale de dezvoltare;
- bănci;
- corporații.

Tabel 1. Cerințele de capital funcție de tipul și rating-ul debitorului

Debitor	Cerințe de capital					
	AAA la AA-	A+ la A-	BBB+ la BBB-	BB+ la B-	Sub B-	fără rating
State	0%	20%	50%	100%	150%	100%
Bănci Opțiunea 1 (a)	20%	50%	100%	100%	150%	100%
Opțiunea 2 (b), (c)	20% (20%)	50% (20%)	50% (20%)	100% (50%) BB+ la BB-	150% (150%)	50% (20%)
Corporații	20%	50%	100%	150%	Sub BB- 150%	100%

(a) ponderile sunt bazate pe rating-urile statului unde băncile își au sediul social.

(b) ponderile sunt stabilite pe baza rating-ului băncii.

(c) în paranteză sunt prezentate ponderile pentru creditele pe termen scurt (mai mici de trei luni).

Pentru expunerea pe creditul retail (care este considerat ca atare de autoritatea de supraveghere) ponderea de risc este de 75 la sută. Conform Basel II, pentru a fi clasificată ca retail, expunerea trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- să fie asupra unei persoane fizice sau IMM;

- să fie generată de un anumit produs bancar, de exemplu carduri de credit sau credit de consum;
- să nu depășească mai mult de 0,2 la sută din portofoliul de retail recunoscut ca atare de către autoritatea de supraveghere;
- să nu depășească 1 milion de euro pentru orice contrapartidă.

Pentru expunerea pe credite ipotecare, cerința de capital este de 35 la sută, substanțial mai redusă față de ponderea de 50 la sută din Basel I.

Abordarea standard se bazează foarte mult pe rating-urile externe acordate de agențiile externe de rating (instituții externe de evaluare a creditelor – *external credit assessment institutions, ECAI*), recunoscute de instituțiile naționale de supraveghere.

Criteriile de eligibilitate pentru companiile de rating sunt:

- **Obiectivitate:** Metodologia pentru stabilirea rating-urilor trebuie să fie riguroasă, sistematică și validată pe seama experienței istorice. Mai mult, rating-urile trebuie să fie continuu reevaluate și să răspundă modificării situației financiare a debitorului. Înainte de a fi recunoscută de către supraveghetor, metodologia de acordare a rating-ului pentru fiecare segment de piață, inclusiv testarea acesteia, trebuie să fie aplicate de cel puțin un an, preferabil trei.
- **Independență:** Agenția externă de rating trebuie să fie independentă și să nu fie subiect al presiunilor politice sau economice care pot influența rating-ul. Procesul de stabilire a rating-ului trebuie să fie cât mai lipsit de constrângeri posibil, constrângeri ce pot apărea în situația în care compoziția consiliului de administrație sau structura acționariatului instituției de rating poate fi acuzată de creare de conflict de interese.
- **Acces internațional/transparență:** Rating-ul individual trebuie să fie disponibil și neîngrădit atât către utilizatori naționali, cât și către utilizatori internaționali. În plus, metodologia generală de acordare a rating-urilor trebuie să fie public disponibilă.
- **Transparență (*disclosure*):** Instituția de rating trebuie să dea publicității următoarele informații: metodologiile de acordare a rating-urilor, inclusiv definiția intrării în incapacitate de plată, ratele curente de intrare în

incapacitate de plată pentru fiecare categorie de rating și probabilitățile de tranziție dintr-o categorie de rating în alta.

- Resurse: Compania de rating trebuie să aibă suficiente resurse pentru a acorda rating-uri de calitate superioară. Aceste resurse trebuie să permită contactul permanent cu nivelurile superioare și operaționale ale entităților al căror rating îl evaluează pentru a adăuga valoare rating-ului acordat. Evaluările trebuie să se bazeze pe metodologii care combină abordările cantitative și calitative.
- Credibilitate: Într-o anumită măsură, credibilitatea este derivată din criteriile de mai sus. În plus, dependența utilizatorilor independenți (investitori, societăți de asigurare, parteneri comerciali) de rating-urile furnizate este o dovadă a credibilității instituției de rating. Credibilitatea este, de asemenea, influențată de existența procedurilor interne care împiedică utilizarea nepotrivită a informației confidențiale.

Acordul Basel II recunoaște tehnicile de reducere a riscului de credit prin colateralizare, garanți și contracte derivate pe risc de credit.

În privința colateralului, sunt permise două modalități de tratare a acestuia. Cea mai simplă abordare este similară cu cea a acordului Basel I, conform căreia ponderea de risc a creditului este înlocuită cu ponderea de risc a colateralului, care nu poate fi mai mică de 20 la sută.

Cealaltă abordare, mai avansată, pentru a proteja banca împotriva volatilității prețului colateralului, se bazează ajustarea prețului de piață al colateralului prin aplicarea de ponderi (*haircuts*), care fie sunt furnizate de supraveghetor (pe bază de criterii cantitative și/sau calitative), fie sunt calculate intern. Apoi valoarea ajustată de piață a colateralului este dedusă din valoarea brută a creditului acordat, obținându-se astfel expunerea ajustată care apoi este înmulțită cu ponderea de risc corespunzătoare.

Astfel, pentru o tranzacție colateralizată, expunerea după procedura de reducere a riscului (*risk mitigation*), este calculată după cum urmează:

$$E^* = \max\{0, [E \cdot (1 + He) - C \cdot (1 - Hc - Hfx)]\},$$

unde:

E^* reprezintă valoarea expunerii după procedura de diminuare a riscului;

E – valoarea curentă a expunerii;

H_e – ponderea (*haircut*) aplicată expunerii respective;

C – valoarea curentă a colateralului primit;

H_c – ponderea aplicată colateralului respectiv;

H_{fx} – ponderea aplicată pentru reducerea riscului valutar (*currency mismatch*) datorat faptului exprimării în valute diferite a expunerii și a colateralului.

Atunci când colateralul este format dintr-un coș de active, ponderea aplicată coșului de active este:

$$H = \sum_i a_i H_i,$$

unde:

a_i reprezintă ponderea activului (măsurată în unități monetare) în coș

H_i – ponderea aplicată activului respectiv.

Colateralul acceptabil conform ambelor abordări reprezintă:

- bani sau depozite;
- titluri financiare cu rating de cel puțin BB-, emise de guverne sau entități publice;
- titluri financiare emise de corporații care au rating de cel puțin BBB-;
- acțiuni ce fac parte dintr-un indice principal;
- aur.

În plus, abordarea avansată acceptă acțiuni care nu fac parte dintr-un indice principal, dar sunt tranzacționate pe o piață principală, obligațiuni fără rating emise de instituții bancare, titluri de investiții colective și ale fondurilor mutuale.

Pentru a utiliza aceste tipuri de colateral, o bancă trebuie să îndeplinească standarde referitoare la:

- certitudinea legală a documentației utilizate;
- cerința ca activele utilizate pentru reducerea riscului să aibă o corelație redusă cu creditele al căror risc îl reduc;
- robustețea politicilor de management al colateralului.

Propunerile referitoare la garanți și compensarea bilanțieră (*balance sheet netting*) lărgeste aria garanților eligibili sau a furnizorilor de contracte derivate pe risc de

credit, prin recunoașterea protecției pentru riscul de credit furnizate de guverne sau bănci cu o pondere de risc inferioară celei a debitorului și de alte entități cu rating A- sau superior. Această ultimă categorie include protecția oferită de compania mamă, subsidiare sau afiliate ale debitorului atunci când acestea au o pondere de risc inferioară celei a debitorului.

Similar ca și pentru colateral, și în cazul compensării se stabilesc ponderi (*haircut*). Astfel, expunerea obținută după utilizarea unui contract de compensare (*master netting agreements*) este:

$$E^* = \max\{0, [(\sum(E) - \sum(C)) + \sum(Es + Hs) + \sum(Efx \cdot Hfx)]\},$$

unde:

E^* reprezintă valoarea expunerii după procedura de diminuare a riscului;

E – valoarea curentă a expunerii;

He – ponderea aplicată expunerii respective;

C – valoarea colateralului primit;

Es – valoarea absolută a poziției nete într-un anumit titlu financiar;

Hs – ponderea aplicată Es ;

Efx – valoarea absolută a poziției nete într-o monedă diferită față de moneda de compensare (*settlement currency*);

Hfx – ponderea aplicată pentru reducerea riscului valutar (*currency mismatch*).

Ca o alternativă la abordarea standard și la estimarea propriilor ponderi pentru colateral (abordarea avansată), băncile pot utiliza modelele *value-at-risk* (*VaR*) pentru reflectarea volatilității expunerilor și colateralului pentru contractele *repo* acoperite cu contracte bilaterale de compensare.

Utilizarea modelelor *VaR* este permisă numai băncilor ale căror modele interne de risc de piață le-au fost recunoscute de către autoritatea de supraveghere conform Amendamentului privind Riscul de Piață (*Market Risk Amendment*). Băncile care nu au primit o asemenea autorizare pot cere separat (față de Amendamentul privind Riscul de Piață) recunoașterea de către instituția de supraveghere a modelelor de risc de piață pentru tranzacțiile de tip *repo*. Aceste modele vor fi autorizate numai dacă

banca poate dovedi calitatea modelului folosit prin date privind testarea rezultatelor acestuia pe o perioadă de cel puțin un an¹.

În acest context, expunerea pentru băncile care folosesc modele interne de risc de piață este:

$$E^* = \max \{0, [(\sum(E) - \sum(C) + \text{multiplicator} \times \text{rezultatul modelului VaR})]$$

În calcularea cerințelor de capital, băncile vor utiliza rezultatul modelului *VaR* (valoarea *VaR*) aferent zilei lucrătoare anterioare.

În privința garanțiilor și contractelor derivate pe risc de credit, cerințele operaționale ce trebuie îndeplinite sunt:

- acestea trebuie să fie o creanță directă asupra vânzătorului de protecție și trebuie să se refere explicit la expunerea (sau grupul de expuneri) specific, astfel încât protecția să fie clar definită și inatacabilă;
- contractul trebuie să fie irevocabil; contractul nu trebuie să aibă nici o clauză care să specifice că vânzătorul de protecție poate, unilateral, să renunțe la asigurarea protecției de risc de credit sau să majoreze costul asigurării protecției în cazul în care calitatea creditului se deteriorează;
- contractul să fie necondiționat;
- contractul să nu aibă nici o clauză care să îi permită vânzătorului de protecție să întârzie plata despăgubirii în cazul producerii evenimentului de credit.

Dacă protecția este denominată într-o altă valută, valoarea acesteia va fi redusă prin aplicarea unei ponderi (*haircut*), după cum urmează:

$$G_A = G \cdot (1 - H_{FX}),$$

unde:

G reprezintă valoarea nominală a protecției pentru riscul de credit,

H_{FX} – ponderea aplicată;

G_A – valoarea efectivă a garanției.

¹ Instituția de supraveghere cotează aceste modele funcție de erorile generate în zona verge, zona galbenă și zona roșie și funcție de zona căreia îi aparține modelul acordă un multiplicator pentru valoarea *VaR*.

În cazul când există diferențe de maturitate între instrumentul care asigură protecția pentru riscul de credit și instrumentul de credit, valoarea protecției pentru riscul de credit va fi ajustată după cum urmează:

$$Pa = P \times \frac{t - 0.25}{T - 0.25}$$

unde:

Pa reprezintă valoarea protecției pentru risc de credit ajustată pentru diferențe de maturitate,

P – valoarea protecției pentru risc de credit ajustată pentru orice ponderi (*haircut*-uri),

$t = \min (T, \text{maturitatea reziduală a contractului de protecție})$ exprimată în ani,

$T = \min (5, \text{maturitatea reziduală a expunerii la risc de credit})$ exprimată în ani.

III.3. Abordarea bazată pe rating-uri generate intern

Această metodă permite băncilor să își determine cerințele de capital pentru diverse expuneri utilizându-și propriile estimări pentru o parte sau toate componentele riscului de credit. Acestea includ:

- probabilitatea de intrare în incapacitate de plată a debitorului (*probability of default, PD*);
- pierderea înregistrată de bancă (ca procent din valoarea expunerii) în cazul în care debitorul intră în incapacitate de plată (*loss given default, LGD*);
- expunerea în momentul intrării în incapacitate de plată a debitorului (*exposure at default, EAD*);
- maturitatea efectivă a instrumentului de credit (*effective maturity, M*);

Utilizarea metodologiei proprii de estimare a acestor componente ale riscului de credit face obiectul aprobării de către autoritatea de supraveghere, iar în anumite cazuri, băncile vor trebui să folosească, pentru una sau mai multe dintre componentele riscului, valori furnizate de către autoritatea de supraveghere.

Procesul de modelare a riscului de credit în contextul abordării bazate pe rating-uri generate intern este prezentată în capitolul următor.

Pentru ca o bancă să poată utiliza propriile valori pentru *PD* și/sau *LGD*, aceasta trebuie să îndeplinească un set de criterii stricte de reglementare care stabilesc

cerințele minime ce trebuie îndeplinite în vederea implementării unui sistem de management de risc de credit bazat pe rating-uri generate intern.

Principiul aflat la baza acestor cerințe este că sistemele și procesele de rating și de estimare a riscului să furnizeze:

- o evaluare relevantă a contrapartidei și a caracteristicilor tranzacției;
- o diferențiere relevantă a riscului;
- și o acuratețe rezonabilă și consistentă a estimărilor cantitative ale riscului.

În plus, sistemele și procesele trebuie să fie consistente cu utilizarea internă a acestor estimări.

Comitetul de la Basel, recunoscând diferențele dintre piețe, metodologiile de rating, produsele și practicile bancare la nivelul diferitelor țări, a lăsat la latitudinea organismelor de supraveghere naționale dezvoltarea procedurilor necesare pentru implementarea sistemului bazat pe rating-uri generate intern.

III.4. Calculul cerințelor minime de capital

Într-o instituție bancară, rolul principal al capitalului, pe lângă transferul proprietății, este de a acționa ca un tampon în vederea absorbirii pierderilor neașteptate, a proteja deponenții și a asigura încrederea investitorilor și agențiilor de rating. În schimb, capitalul reglementat (*regulatory capital*) se referă la cerințele minime de capital pe care băncile sunt obligate să îl dețină conform reglementărilor instituției de supraveghere, din perspectiva instituției de reglementare, obiectivul cerințelor de capital fiind acela de a asigura stabilitatea și viabilitatea sistemului bancar.

În timp ce capitalul economic are rolul de a acționa ca un tampon împotriva tuturor riscurilor care pot periclita solvabilitatea băncii, capitalul economic pentru activitatea de creditare (*economic credit capital, ECC*) este o garanție împotriva riscurilor de credit, cum sunt falimentul contrapartidei, înrăutățirea rating-ului acesteia, evoluția spread-ului de credit.

Capitalul economic este utilizat numai pentru acoperirea pierderilor neașteptate, până la un anumit nivel de încredere, pierderile așteptate fiind acoperite de către rezervele constituite în acest scop. Ca urmare, în practică, capitalul economic este estimat ca

diferență dintre capitalul corespunzător intervalului de încredere ales și pierderea așteptată estimată. Principalul motiv pentru care pierderile așteptate sunt scăzute este acela că acestea sunt încorporate deja în prețul produsului cu risc de credit (în spread-ul de dobânzi).

Astfel, măsura de credit VaR relevantă pentru estimarea capitalului economic este:

$$CreditVaR_{\alpha}(L) = Q_{\alpha}(L) - EL,$$

unde:

$Q_{\alpha}(L)$ reprezintă quantila $\alpha\%$ (de exemplu 0,01 la sută) a distribuției pierderilor portofoliului.

Ca și în cazul acordului anterior, cerințele minime de capital constau în trei componente:

1. Definiția capitalului (neschimbată față de acordul Basel I);
2. Definiția activelor ponderate funcție de risc (RWA);
3. Raportul dintre capital și RWA (care s-a menținut la 8 la sută).

Similar cu acordul precedent, cerințele minime de capital sunt calculate ca produs între suma activelor ponderate funcție de risc și procentul de 8 la sută:

$$Capital = \left(\sum_k RWA \right) \times 8\% .$$

RWA pot fi calculate pe baza a două abordări: cea standard și cea bazată pe rating-uri generate intern.

În cazul abordării standard, diferențele față de Basel I sunt:

- Utilizarea rating-urilor externe pentru determinarea coeficienților de ponderare a activelor;
- În cazul creditelor restante, coeficientul de ponderare este de 150 la sută, în cazul în care nu au fost constituie provizioane;
- Recunoașterea garanțiilor și a instrumentelor derivate de risc de credit ca mijloace de reducere a riscului de credit;
- Reducerea ponderilor pentru creditele retail și asimilarea anumitor credite către IMM-uri cu cele de retail.

În cazul abordării bazate pe rating-uri interne, calculul *RWA* se bazează pe patru componente de risc:

1. Probabilitatea de faliment (*PD*): probabilitatea ca debitorul să intre în faliment în următorul an;
2. Expunerea în momentul intrării în faliment al debitorului (*EAD*);
3. Pierderea datorată falimentului (*LGD*): ponderea din expunere care va fi pierdută în cazul falimentului debitorului;
4. Scadentă instrumentului de credit (*M*).

Pentru abordarea bazată pe rating-uri generate intern de bază, doar *PD*-ul este calculat de către bancă, restul componentelor de risc fiind furnizate fie de către Comitetul de Supraveghere Bancară de la Basel fie de către instituția națională de supraveghere. În cazul abordării bazată pe rating-uri generate intern avansată, toate cele patru componente de risc sunt calculate de către bancă.

Pe baza acestor patru componente, pentru fiecare instrument este calculat *RWA*.

Pentru o expunere dată, *RWA* este:

$$RWA = 12,5 \times EAD \times K,$$

unde *K* reprezintă capitalul minim pe o unitate de expunere, și este calculat după cum urmează:

$$K = LGD \cdot \left[N \left(\frac{N^{-1}(PD) + \sqrt{R} N^{-1}(0.999)}{\sqrt{1-R}} \right) - PD \right] \cdot MF(M, PD),$$

unde:

- *N()* reprezintă pierderea unui portofoliu omogen cu o probabilitate de 99,9 la sută și *LGD* de 100 la sută, pierdere calculată pe baza unui model de tip Merton;
- termenul $LGD[N(\cdot) - PD]$ reprezintă pierderea neașteptată a aceluși portofoliu;
- *R* reprezintă coeficientul de corelație dintre active (credite) pentru portofoliul respectiv. A fost estimat de către Comitetul de Supraveghere Bancară de la Basel ca:

$$R = 0,12 \left(\frac{1 - e^{-50PD}}{1 - e^{-50}} \right) + 0,24 \left(1 - \frac{1 - e^{-50PD}}{1 - e^{-50}} \right).$$

R este o funcție descrescătoare a PD , și ia valori între 12 și 24 la sută, debitorii cu o situație financiară superioară având un risc sistemic superior debitorilor de calitate inferioară.

- MF reprezintă funcția de maturitate și este calculată ca:

$$MF(M, PD) = \frac{1 + (M - 2,5) \cdot b(PD)}{1 - 1,5b(PD)}$$

cu funcția de ajustare a maturității, $b(PD) = [0,11852 - 0,05478 \cdot \log(PD)]^2$.

Funcția MF a fost obținută de către Comitetul de Supraveghere Bancară de la Basel prin calibrare, și ia valoarea 1 pentru scadențe de un an.

Cap. IV. Procesul de modelare al riscului de credit în contextul acordului Basel II

De-a lungul ultimei decade, câteva din cele mai mari bănci internaționale au dezvoltat sisteme sofisticate în încercarea de a modela riscul de credit generat de diversele linii de afaceri. În construirea acestor modele s-a avut în vedere cuantificarea, agregarea și managementul riscurilor segmentelor geografice și de afaceri. Estimările acestor modele sunt utilizate, de asemenea managementul riscului și în măsurarea performanței activității desfășurate.

IV.1. Abordări conceptuale

În modelarea riscului de credit, conform Comitetului de Supraveghere Bancară de la Basel², diversele abordări ale băncilor diferă prin:

1. alegerea orizontului de timp și măsurarea pierderii din credite (prin abordări *default-mode* sau marcare la piață (*mark-to-market*));
2. funcția densității de probabilitate;
3. modele condiționate/necondiționate;
4. agregarea riscului de credit;
5. dependența dintre evenimentele de intrare în incapacitate de plată.

IV.1.1. Funcția densității de probabilitate a pierderilor din credite

În estimarea necesarului de capital economic pentru activitățile cu risc de credit, multe bănci mari utilizează o abordare analitică prin care corelează cerințele de capital economic alocat riscului de credit cu probabilitatea funcției de densitate a portofoliului lor de credite (*PDF*) care este principalul rezultat (*output*) al unui model de risc de credit.

Capitalul economic estimat necesar pentru a acoperi expunerea din credite (necesarul de capital pentru riscul de credit) este determinat similar cu metodele *value at risk* (*VaR*) utilizate pentru alocarea capitalului economic pentru risc de piață. Capitalul economic pentru risc de credit se determină astfel încât probabilitatea estimată a unei

² Basle Committee on Banking Supervision, 1999, „Credit Risk Modelling: Current Practices and Applications”, Bank of International Settlements

pierderi neașteptate din credite care să erodeze capitalul economic este mai mică decât un anumit nivel țintă al ratei de insolvabilitate³.

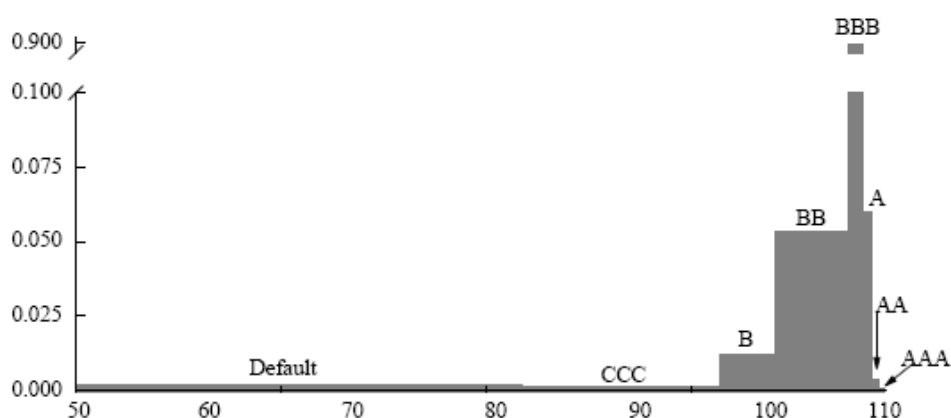
Sistemele de alocare a capitalului presupun, în general, că politicile de provizionare au rolul de a acoperi pierderile așteptate din credite, în timp ce rolul capitalului economic este de a acoperi pierderile neașteptate din activitatea de creditare. Astfel, cerința de capital economic este capitalul suplimentar necesar pentru atingerea țintei de insolvabilitate și pentru acoperirea pierderilor neașteptate.

În acest context, modelul de risc de credit poate fi definit ca fiind totalitatea politicilor, procedurilor și practicilor utilizate de o bancă în estimarea funcției de densitate a probabilității pentru un portofoliu de credite.

Cele mai cunoscute modele care încearcă să estimeze funcția densității de probabilitate sunt *CreditRisk+*, *PortfolioManager*, *CreditPortfolioView* și *CreditMetrics* (în formularea sa Monte Carlo). Alte modele (*CreditMetrics* în formularea sa analitică) generează primele două momente ale distribuției (media și deviația standard).

În toate aceste modele distribuția pierderilor este non-normală, asimetrică și leptokurtotică (prezentată în graficele de mai jos).

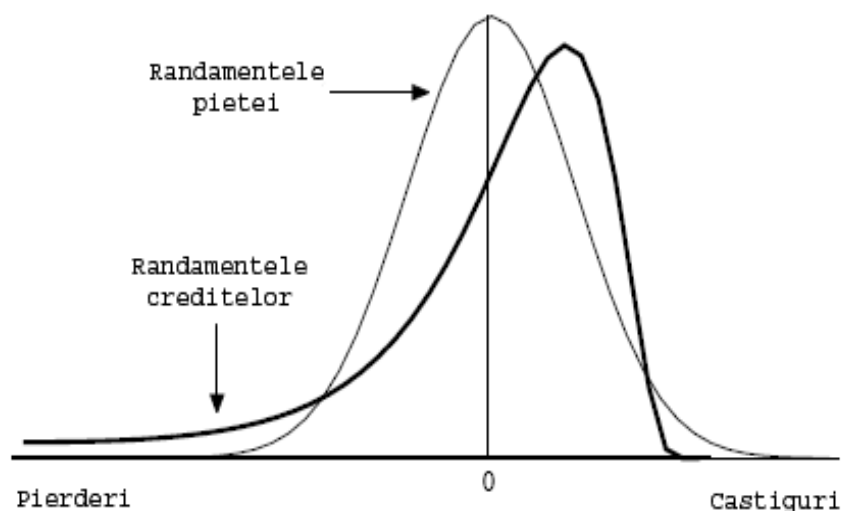
Grafic 1. Distribuția de probabilitate pentru o obligațiune BBB pentru un orizont de 1 an



Sursa: CreditMetrics, 1997, RiskMetrics Technical Document

³ În practică rata țintă de insolvabilitate este adesea aleasă astfel încât să fie consistentă cu rating-ul de credit dorit de bancă. De exemplu, dacă rating-ul de credit dorit de bancă este AA, rata de insolvabilitate poate fi egală cu rata istorică de intrare în incapacitate de plată pentru un orizont de un an, pentru obligațiunile cu rating AA.

Grafic 2. Distribuția de probabilitate a randamentelor



Sursa: CreditMetrics, 1997, RiskMetrics Technical Document

IV.1.2. Măsurarea pierderilor datorate riscului de credit

În general, pierderea datorată riscului de credit a unui portofoliu este definită ca fiind diferența dintre valoarea curentă a portofoliului și valoarea sa viitoare la sfârșitul unui anumit orizont de timp. Astfel, estimarea funcției densității de probabilitate a pierderilor portofoliului curent implică, pe de o parte valoarea curentă a portofoliului, iar pe de altă parte distribuția de probabilitate a valorii viitoare la sfârșitul orizontului de timp planificat.

Definiția precisă a valorii curente și viitoare – și, de aici, virtual a tuturor detaliilor modelului de risc de credit – rezultă din conceptul specific de pierdere datorată riscului de credit avut în vedere de dezvoltatorul modelului de risc de credit. În practică sunt folosite două definiții pentru pierderea datorată riscului de credit, paradigma *default mode (DM)* și paradigma marcării la piață (*mark-to-market, MTM*).

A. Paradigma „default mode”

Conform acestei abordări, o pierdere datorată riscului de credit apare numai dacă debitorul intră în incapacitate de plată în cadrul orizontului de timp planificat. Valoarea curentă și viitoare a instrumentelor de credit sunt definite pentru două stări: *default* versus *non-default*.

Pentru un împrumut la termen, valoarea curentă este măsurată ca expunerea băncii (valoarea contabilă). Valoarea viitoare (nesigură) a creditului depinde de intrarea sau ne-intrarea în incapacitate de plată a debitorului în cadrul orizontului de timp planificat. Dacă debitorul nu intră în incapacitate de plată, valoarea viitoare a creditului va fi măsurată ca expunerea băncii la sfârșitul orizontului planificat, ajustată astfel încât să includă orice plată a principalului făcută în cadrul orizontului planificat. În schimb, în cazul în care debitorul intră în incapacitate de plată, valoarea viitoare a creditului (calculată ca procent din valoarea creditului la începutul orizontului) va fi măsurată ca:

$$1 - LGD,$$

unde LGD prezintă pierderea în cazul în care debitorul intră în incapacitate de plată (*loss given default*). Cu cât este mai mică LGD , cu atât rata de recuperare a creditului este mai mare.

Conform acestei paradigme, pentru fiecare facilitate separată de credit, bancă trebuie să impună sau să estimeze distribuția de probabilitate multivariată funcție de trei tipuri de variabile: expunerea băncii, indicatorul 0/1 care exprimă dacă debitorul intră sau nu în incapacitate de plată în cadrul orizontului planificat și, în cazul intrării debitorului în incapacitate de plată, valoarea LGD .

De exemplu, în cazul în care se folosește abordarea pierderilor neașteptate (*unexpected losses approach, UL*), atunci, se folosește media și deviația standard a pierderilor portofoliului datorate riscului de credit (presupunându-se că PDF -ul este aproximat de o distribuție care se poate aproxima pe baza mediei și deviației standard). Iar în acest caz procesul de alocare a capitalului economic se simplifică la constituirea unui capital care reprezintă un anumit multiplu al deviației standard estimate a pierderilor portofoliului cauzate de riscul de credit.

În cadrul paradigmei DM , abordarea UL necesită estimarea pierderii (datorate riscului de credit) așteptate și neașteptate. Pierderea așteptată (μ) în orizontul de timp asumat reprezintă suma pierderilor așteptate a facilităților de credit individuale:

$$\mu = \sum_{i=1}^N EDF_i \cdot LEE_i \cdot \overline{LGD}_i,$$

unde:

i reprezintă facilitatea individuală de credit;

\overline{LGD}_i – rata așteptată a *LDG*;

EDF_i – probabilitatea de *default* a facilității, denumită și frecvența așteptată de faliment (*expected default frequency, EDF*);

LEE_i – expunerea așteptată (*loan equivalent exposure, LEE*).

Deviația standard a pierderilor portofoliului (σ) poate fi descompusă în contribuția fiecărei facilitate individuală de credit:

$$\sigma = \sum_{i=1}^N \sigma_i \rho_i ,$$

unde:

σ_i reprezintă deviația standard individuală a pierderii pentru facilitatea de credit i ;

ρ_i – corelația dintre pierderile facilității i și cele ale întregului portofoliu.

Parametrul ρ_i captează efectul de diversificare pe care îl introduce facilitatea i . Cu cât corelațiile dintre instrumente sunt mai mari, cu atât deviația standard a portofoliului este mai mare.

Considerând în continuare că expunerea pentru fiecare facilitate este cunoscută cu certitudine, evenimentele de credit și ratele *LGD* sunt independente una față de cealaltă și ratele *LGD* sunt independente pentru debitori diferiți, atunci, deviația standard a pierderilor pentru facilitatea i poate fi exprimată astfel:

$$\sigma_i = LEE_i \sqrt{EDF \times_i (1 - EDF_i) \times \overline{LGD}_i^2 + EDF_i \times VOL_i^2} ,$$

unde *VOL* reprezintă deviația standard a ratei *LGD* a facilității.

Aceste ecuații sumarizează riscul de credit al portofoliului pe baza probabilității de intrare în faliment, corelației dintre pierderile facilității și pierderea înregistrată de portofoliu, rata așteptată a *LGD*, deviația standard a ratei *LGD* a facilității și a expunerii așteptate pentru fiecare instrument.

Atât conform paradigmei „*default mode*” cât și conform paradigmei „marcare la piață”, rating-ul de credit intern al clientului (determinat de către bancă) stă la baza (este factorul determinant) determinării probabilității de *default*.

B. Paradigma „marcare la piață”

Spre deosebire de paradigma „*default mode*”, abordarea pe baza marcării la piață ia în considerare și deteriorarea calității creditului. Ca urmare, pe lângă probabilitățile de faliment, aceste modele trebuie să încorporeze (prin matricele de tranziție) și probabilitățile de migrare a rating-urilor către alte stări decât faliment. Pe baza matricei de tranziție asociată fiecărui client, utilizând simularea Monte Carlo, sunt simulate posibilități de migrare pentru fiecare poziție de credit din portofoliu. Pentru fiecare poziție, migrarea simulată (și prima de risc asociată cu rating-ul clientului de la sfârșitul orizontului de timp avut în vedere) este utilizată pentru marcarea la piață a poziției la sfârșitul orizontului avut în vedere.

Majoritatea modelelor de credit cu marcarea la piață folosesc fie abordarea bazată pe actualizarea *cash flow*-urilor contractuale (*discounted contractual cash flow, DCCF*), fie abordarea bazată pe evaluarea risc-neutrală (*risk neutral valuation, RNV*) în vederea modelării valorilor curente și viitoare (marcate la piață) ale instrumentelor de credit.

Metodologia *DCCF* este asociată cu modelul *CreditMetrics* dezvoltat de către J.P. Morgan. Valoarea curentă a creditului pentru care debitorul nu a intrat în încetare de plăți este reprezentată de valoarea prezentă (actualizată) a *cash flow*-urilor contractuale viitoare. Pentru un credit care are un anumit rating intern (de exemplu BBB), spread-urile de credit utilizate în actualizarea *cash flow*-urilor contractuale sunt egale cu structura la termen a spread-urilor de credit determinată de piață, asociată unei obligațiuni având același rating. Valoarea curentă a creditului este considerată cunoscută, în timp ce valoarea viitoare va depinde de rating-ul, incert, pe care îl va avea la sfârșitul perioadei și de structura la termen a spread-urilor de credit asociate cu acel rating. Ca urmare, valoarea unui credit se poate schimba pe parcursul orizontului de timp avut în vedere reflectând fie o migrare a instrumentului către un alt rating fie o schimbare în structura la termen a spread-urilor de credit determinate de piață.

Unul din rating-urile către care creditul poate migra este și falimentul. Valoarea prezentă a unui credit al cărui debitor a intrat în faliment nu va fi bazată pe valoarea actualizată a *cash flow*-urilor contractuale, ci, ca și în abordarea „*default mode*”, va fi dată de rata de recuperare ($1 - LGD$).

Unul din neajunsurile acestei metodologii este că două firme care au același rating vor primi același factor de actualizare chiar dacă cele două firme nu sunt la fel de sensitive la ciclul economic sau la alți factori sistematici. De asemenea, conform acestei metodologii, creditele senior și cele subordonate ale aceleiași companii vor primi același factor de actualizare neluându-se în considerare diferențele între ratele așteptate de recuperare a creditului (în situația intrării în faliment a debitorului).

Pentru a evita aceste probleme, metodologia *RNV* impune un model structural al valorii firmei și falimentului, model bazat pe cercetările lui Robert Merton (de exemplu modelul *PortfolioManager* dezvoltat de Moody's KMV).

Conform acestei abordări, o firmă intră în faliment atunci când valoarea activelor sale scade sub nivelul necesar pentru susținerea datoriilor sale. În schimbul actualizării plăților contractuale, metodologia *RNV* actualizează plățile contingente: dacă o plată este scadentă contractual la momentul t , plata efectiv primită de creditor va fi suma contractuală numai dacă debitorul nu a intrat în faliment până la momentul t ; creditorul primește un procent din valoarea nominală egal cu $1 - LGD$ dacă debitorul intră în faliment la momentul t , iar creditorul nu primește nimic la momentul t dacă debitorul a intrat în faliment anterior momentului t . Astfel, un credit poate fi văzut ca un set de contracte derivate. Rata de actualizare aplicată *cash flow*-urilor contingente ale contractului de credit este determinată utilizând structura la termen a ratei dobânzii fără risc și evaluarea risc neutrală.

Intuitiv, evaluarea risc neutrală poate fi văzută ca o ajustare, a probabilităților ca debitorul să intre în faliment în fiecare orizont, care încorporează prima de risc existentă pe piață asociată riscului de faliment al debitorului. Mărimea ajustării depinde de randamentul așteptat și volatilitatea activelor debitorului. Dacă randamentul activelor este modelat conform modelului *CAPM*, atunci randamentul așteptat poate fi exprimat funcție de randamentul așteptat al pieței și corelația dintre firmă și piață.

Astfel evaluarea creditelor conform metodologiei *RNV* ține cont nu numai de probabilitatea de intrare în faliment și *LGD* ale debitorului ci și de corelația dintre riscul debitorului și riscul sistematic.

IV.1.3. Modele condiționate vs. modele necondiționate

Modelele necondiționate iau în considerare numai informații despre debitor/instrumentul de credit (*CreditMetrics* și *CreditRisk+*). Astfel, în cele două modele probabilitățile de intrare în faliment și corelațiile dintre evenimentele de credit se bazează pe datele istorice referitoare la falimente și informații privind debitorul, cum ar fi rating-ul acestuia. Estimările sunt făcute pe mai multe cicluri de credit.

În schimb, modelele condiționate țin cont și de informații referitoare la starea economiei, de exemplu niveluri și trenduri ale inflației, șomajului, ratele de dobândă, cursurile acțiunilor, situația financiară a sectoarelor economice (*CreditPortfolioView* și *PortfolioManager*). În cadrul primului model matricele de tranziție a rating-ului sunt puse în legătură cu starea economiei. În cel de al doilea model estimările privind valoarea activelor, ratele de randament și volatilitățile sunt bazate în parte pe datele curente referitoare la prețul acțiunilor, care sunt *forward-looking*.

IV.1.4. Agregarea riscului de credit

Pentru agregarea riscului de credit sunt folosite două abordări: *top-down* și *bottom up*.

Conform abordării *bottom-up*, riscul este calculat în mod individual pentru fiecare instrument (de regulă pentru corporații și instrumentele de pe piața de capital). Modelele care adoptă o asemenea abordare măsoară riscul de credit la nivelul fiecărui credit pe baza evaluării explicite a calității debitorului. Fiecărei poziții din portofoliu îi este asociat un rating, care de regulă reprezintă un proxy pentru probabilitatea de intrare în faliment sau probabilitatea de migrare. Aceste modele pot utiliza o abordare microeconomică în estimarea *LGD* pentru fiecare instrument. Apoi datele sunt agregate la nivelul portofoliului luându-se în considerare și efectele datorate diversificării.

Conform abordării *top-down*, riscul este calculat pe baza datelor agregate. Această metodologie se folosește de obicei pe segmentul retail (credite de consum, carduri de credit etc.). În această abordare creditele cu același profil de risc, cum ar fi scorul de credit, vârsta debitorului, locația geografică, sunt agregate în categorii (*buckets*) iar riscul de credit este cuantificat pe aceste categorii. Creditele încadrate în aceeași categorie sunt considerate ca fiind identice din punct de vedere statistic. Distribuția

pierderilor din credite se estimează pe baza ratei (anuale) agregate intrărilor în incapacitate de plată și a *LGD*, cele două măsuri fiind determinate utilizând date istorice pentru fiecare segment de risc (luat ca întreg și nu pentru fiecare credit individual).

IV.1.5. Corelațiile dintre factorii de risc

În măsurarea riscului de credit, calcularea unei măsuri a dispersiei a riscului de credit (deviația standard sau întreaga distribuție) necesită luarea în considerare a dependențelor dintre factorii care determină pierderile din portofoliul de credite, cum ar fi corelațiile dintre probabilitățile de intrare în falimente, probabilitățile de migrare, ratele *LGD* și expuneri atât pentru același debitor cât și pentru debitori diferiți.

În general, datorită limitărilor în privința datelor, modelele de risc de credit nu modelează explicit corelațiile dintre diferiții factori de risc. În mod concret, corelațiile dintre probabilitățile de faliment/migrări și *LGD*, între faliment/migrări și expunere și între *LGD* și expunere sunt în general considerate zero. În prezent singurele corelații luate în considerare sunt cele dintre probabilitățile de intrarea în faliment/migrare pentru diferiți clienți.

IV.2. Specificarea și estimarea parametrilor

În modelarea riscului de credit trebuie avute în vedere următoarele elemente:

- Expunerea în momentul intrării în incapacitate de plată a debitorului (*exposure at default, EAD*);
- Scadența efectivă a expunerii (*M*);
- Probabilitățile de intrare în incapacitate de plată;
- Probabilitățile de tranziție – probabilitatea ca bonitatea debitorului să se deterioreze sau să se îmbunătățească. Procesul prin care bonitatea se modifică se numește migrare;
- Corelațiile dintre probabilitățile de intrare în incapacitate de plată/de tranziție;
- Rata de recuperare/pierdere a creditului după intrarea în incapacitate de plată a debitorului.

IV.2.1. Modelarea probabilităților de intrare în faliment și de tranziție

Distribuția falimentelor și modificării rating-urilor (tranzițiilor) companiilor joacă rolul central în modelarea, măsurarea, *hedging*-ul și managementul riscului de credit. Rezultatul calculului probabilităților de intrarea în faliment/tranziție este prezentat sub forma unei matrice de tranziție (Tabelul 2).

**Tabel 2. Matrice de tranziție istorică S&P pentru orizont de un an
(bazată pe date istorice din perioada 1980 – 2002)**

Rating inițial	Rating la sfârșitul anului								Rating retras
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D	
AAA	89.37	6.04	0.44	0.14	0.05	0.00	0.00	0.00	3.97
AA	0.57	87.76	7.30	0.59	0.06	0.11	0.02	0.01	3.58
A	0.05	2.01	87.62	5.37	0.45	0.18	0.04	0.05	4.22
BBB	0.03	0.21	4.15	84.44	4.39	0.89	0.26	0.37	5.26
BB	0.03	0.08	0.40	5.50	76.44	7.14	1.11	1.38	7.92
B	0.00	0.07	0.26	0.36	4.74	74.12	4.37	6.20	9.87
CCC	0.09	0.00	0.28	0.56	1.39	8.80	49.72	27.87	11.30

Sursa: Standard & Poor's (Special Report: Ratings Performance 2002, 2003)

Pentru estimarea lor, cele mai utilizate abordări folosite în modelele de măsurare a riscului de credit sunt:

- Metoda istorică
 - Exclusiv pe baza datelor istorice (a rating-urilor companiilor),
 - Estimare pe baza modelelor *logit/probit*, cu variabile explicative: indicatori de lichiditate, solvabilitate, variabile macroeconomice, șocuri externe,
 - Estimare bayesiană (de exemplu se poate combina o matrice de tranziție S&P sau propriile așteptări cu o matrice de tranziție estimată printr-un model *logit*),
 - Modelare care utilizează procese Markov,
- Metoda bazată pe valoarea firmei (modelul lui Merton), în care probabilitățile de faliment/tranziție sunt deduse pe baza valorii de piață a activelor, valorii contabile a datoriilor și valorii de piață a capitalului firmei.

IV.2.2. Rata de recuperare/pierdere

Până la adaptarea acordului Basel II, în exprimarea și modelarea ratelor de recuperare, nu exista o definiție unică a acestora, diversele modele de măsurare a riscului de credit putând defini rata de recuperare ca:

- procent din valoarea nominală,
- procent din valoarea de piață (rata de recuperare este exprimată ca procent din valoarea de piață a instrumentelor de credit înaintea intrării în incapacitate de plată a debitorului – obligațiuni cu aceeași maturitate, valoare nominală și calitate a debitorului),
- procent dintr-o obligațiune echivalentă, dar fără risc de credit (obligațiune cu aceeași maturitate și valoare nominală).

Dar, conform metodologiei bazate pe rating-urile interne avansată a Basel II, pierderea înregistrată în cazul intrării în incapacitate de plată a debitorului (*LGD*) și implicit rata de recuperare, este calculată ca procent din expunerea în momentul intrării în incapacitate de plată a debitorului (*EAD*)

În privința factorilor care pot afecta ratele de recuperare, opinia general acceptată este că asupra acestora își pun amprenta:

- gradul de prioritate al instrumentului de credit,
- industria în care își desfășoară activitatea debitorul,
- poziția economiei în cadrul ciclului de afaceri.

Conform metodologiei bazată pe rating-uri interne de bază a acordului Basel II, *LGD* este de 45 la sută pentru împrumuturile senior către corporații, guverne și bănci acordate fără garanții eligibile și de 75 la sută pentru împrumuturile subordonate acordate aceluiași entități.

Pentru tranzacțiile colateralizate, în cazul acestei metodologii, pe lângă garanțiile recunoscute în cadrul abordării standard, sunt considerate colateral eligibil și creanțele, proprietățile imobiliare rezidențiale și comerciale etc., iar rata *LGD* pentru aceste tranzacții este:

$$LGD^* = LGD \times \frac{E^*}{E},$$

unde:

LGD^* reprezintă pierderea efectivă în cazul intrării în incapacitate de plată a debitorului;

LGD – rata pentru tranzacția necolateralizată;

E^* – expunerea în cazul luării în considerare a garanțiilor;

E – expunerea în cazul neluării în considerare a garanțiilor.

În cazul metodologiei avansate a Basel II, instituțiile de supraveghere pot permite băncilor să folosească propriile estimări pentru expunerile pe corporații, guverne și bănci, impunând doar standarde minime în ceea ce privesc tranzacțiile repo, tratamentul garanțiilor și contractelor derivate pe risc de credit.

În general, gradul de complexitate și metodologia utilizată pentru estimarea LGD (rata de recuperare fiind $1 - LGD$) sunt determinate de eșantionul de date disponibile. Parametrii pot fi estimați pe baza seriilor istorice ale randamentelor creditelor și obligațiunilor individuale (în cazul debitorilor corporații) sau pe baza seriilor de timp de date agregate pe categorii de credite (în cazul activității de retail).

În cele mai multe modele, ratele LGD sunt considerate dependente de un set limitat de variabile ce caracterizează structura unei anumite facilități. Aceste variabile pot include tipul de produs (de exemplu, credit către o corporație sau card de credit), gradul de prioritate al acestuia, garanția, țara din care provine debitorul. Astfel, pentru un anumit nivel al expunerii, valorile acestor variabile ale facilității vor determina valoarea LGD pentru facilitate.

Pentru determinarea LGD sunt construite și modele econometrice (de exemplu modelul *LossCalc* dezvoltat de agenția de rating Moody's).

Ca proxy pentru rata de recuperare, *LossCalc* utilizează valoarea de piață a datoriei al cărei emitent a intrat în faliment la o lună după ce s-a produs falimentul, această abordare având avantajul că evită dificultățile practice ale actualizării cash flow-urilor instrumentului intervenite ulterior intrării în faliment a debitorului.

Spre deosebire de abordarea bazată pe utilizarea ratelor istorice în estimarea LGD , abordarea *LossCalc* este mai dinamică și constă în utilizarea unui model multifactorial ce folosește o bază de date de peste 1800 instrumente. Modelul se bazează pe date referitoare la instrumentul de debit, compania emitentă, industrie, ciclul economic.

În alte modele, *LGD* poate fi tratat ca fiind deterministic și cunoscut, în timp ce în altele ca fiind aleatoriu. În cel de al doilea caz, pentru un set dat de caracteristici ale facilității, componentele aleatoare ale *LGD* sunt considerate ca fiind identic distribuite atât în timp, cât și pe debitori individuali, iar distribuția de probabilitate pentru fiecare *LGD* este considerată a avea o anumită formă parametrică, ca de exemplu o distribuție beta (în cazul modelului *CreditRisk+*).

În general, modelele presupun o corelație zero între ratele *LGD* pentru diferiți debitori și de aici, imposibilitatea existenței riscului sistematic datorat volatilității *LGD*. În plus, ratele *LGD* pentru același debitor sunt considerate independente ca și pentru celelalte trei tipuri de evenimente de credit.

IV.2.3. Corelațiile dintre probabilitățile de intrare în incapacitate de plată/de tranziție

Corelațiile dintre probabilitățile de intrare în faliment/de tranziție sunt modelate utilizând trei abordări:

1. Metoda istorică,
2. Metodologia bazată pe yield-urile relative,
3. Metodologia bazată pe valoarea activelor.

În cadrul metodei istorice, corelațiile pot fi calculate atât exclusiv pe baza datelor istorice (această metodă având ca avantaj faptul că nu mai este necesară specificarea distribuției, dar în același timp necesită volume importante de date și de putere de calcul), cât și, în cadrul modelelor structurale și în formă redusă, utilizând corelațiile acestor evenimente de credit cu variabile macroeconomice.

Modelele structurale presupun dezvoltarea unui model microeconomic pentru determinarea falimentelor și migrărilor de rating (cum sunt *CreditMetrics* și *PortfolioManager*). O contrapartidă poate fi considerată în faliment dacă valoarea activelor sale scade sub un anumit prag (de exemplu sub valoarea datoriilor).

În general variabila aleatoare considerată a determina modificarea rating-ului debitorului, inclusiv falimentul, (valoarea activelor) este denumit factorul de risc de migrare. Astfel, în cadrul modelelor structurale, corelația dintre factorii de risc de migrare (pentru diferiți debitori) trebuie să fie specificată (estimată sau calibrată). Ca

urmare, corelațiile dintre factorii de risc de migrare determină implicit corelațiile dintre falimentele sau migrările debitorilor.

Spre deosebire de modelele structurale, care presupun un proces microeconomic specific ce generează falimentul și migrările de rating ale debitorilor, modelele în formă redusă în general presupun o relație funcțională între matricea de tranziție așteptată și factori fundamentali. Modelele care folosesc o asemenea abordare sunt *CreditRisk+* și *CreditPortfolioView*. Acești factori pot fi fie variabile observabile, de exemplu indicatori ai activității economice, fie variabile aleatoare de risc neobservabile. În cadrul acestor modele dependența dintre situația financiară a debitorilor și factorii fundamentali comuni sau corelați conduce la corelația dintre probabilitățile de faliment/tranziție dintre debitori.

În cazul utilizării yield-urilor relative, ideea de la care se pornește este că modificarea spread-ului între două companii reflectă modificări în calitatea (relativă) a creditului celor două firme. Astfel, este posibil, utilizând un model de evaluarea a obligațiunilor, să se extragă probabilitățile de migrare și corelațiile (cu alte obligațiuni) din evoluția acestui spread.

Metodologia bazată pe valoarea activelor, utilizată atât în modelul *KMV* cât și în modelul *CreditMetrics* deduce corelațiile dintre intrările în faliment/migrări pe baza corelațiilor dintre cursurile acțiunilor companiilor emitente de obligațiuni.

IV.2.4. Expunerea în momentul producerii evenimentului de credit

În cazul abordării bazate pe rating-urile interne, băncile trebuie să își împartă, în funcție de risc, expunerile în următoarele clase de active:

- a) corporații;
- b) suverane;
- c) bănci;
- d) retail;
- e) valori mobiliare,

fiecare clasă de active fiind divizată la rândul ei în mai multe subclase.

Expunerile către corporații sunt definite ca împrumuturi contractate de corporații, societăți în nume colectiv (*partnership*), societăți cu asociat unic (*proprietorship*), iar băncilor le este permisă distingerea între corporații și întreprinderi mici și mijlocii.

În cadrul clasei de active a corporațiilor, sunt identificate cinci subclase de creditare specializată: finanțarea de proiecte (*project finance*); finanțarea achiziției de active (*object finance*); finanțarea achiziției de mărfuri (*commodities finance*); proprietăți imobiliare producătoare de venituri; proprietăți imobiliare comerciale cu volatilitate ridicată.

Creditarea specializată prezintă următoarele caracteristici:

- în general, expunerea este către o entitate (de multe ori *SPV/SPE*) care a fost creată special pentru finanțarea sau operarea activului achiziționat;
- entitatea care primește creditul nu are sau are într-o mică măsură active sau activități și ca urmare nu are capacitatea de a plăti obligația decât în măsura venitului pe care-l obține din activele pentru care primește finanțare;
- finanțatorul are un nivel de control ridicat asupra activelor și veniturilor pe care acestea le generează;
- sursa primară de rambursare a împrumutului o reprezintă veniturile generate de activele a căror achiziționare este finanțată.

Clasa expunerilor către entități suverane acoperă toate expunerile către contrapartide tratate ca suverane de către abordarea standard.

Expunerile către bănci acoperă, pe lângă operațiunile derulate cu bănci și cele derulate cu societățile de investiții financiare.

Expunerile sunt catalogate ca fiind către sectorul retail dacă îndeplinesc următoarele criterii:

- natura debitorului sau valoarea expunerilor individuale: expuneri către persoane fizice, creditele ipotecare (rezidențiale), credite către întreprinderi mici și mijlocii (cu condiția ca valoarea totală a expunerii față de un debitor să fie de cel mult 1 milion euro);

- un număr mare de expuneri: expuneri mai mici de 1 milion euro către IMM-uri, cu condiția ca banca să trateze aceste expuneri în cadrul sistemelor interne de management al riscului consistent în timp și în același mod ca și alte expuneri pe sectorul retail.

Expunerile pe valori mobiliare sunt definite pe baza substanței economice a instrumentului. Ele includ drepturi directe sau indirecte⁴, indiferent dacă acordă sau nu drept de vot, în activele sau veniturile unei societăți comerciale sau instituții financiare.

Pentru a fi considerat expunere în această categorie, un instrument trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- să nu poată fi răscumpărat, în sensul că randamentul fondurilor investite nu poate fi realizat decât prin vânzarea instrumentului sau prin lichidarea emitentului;
- nu conține o obligație a emitentului;
- conține un drept rezidual asupra activelor și veniturilor emitentului.

În general, pentru multe instrumente (credite, obligațiuni), expunerea este cunoscută cu certitudine. Însă, pentru multe instituții financiare, expunerea nu este cunoscută cu certitudine, ea depinzând de apariția unor evenimente aleatoare, cum este cazul liniilor de credit și a expunerii în cazul contractelor derivate încheiate pe piața OTC (de exemplu un contracte swap).

În cazul expunerilor extrabilanțiere, anterior acordului Basel II, nu existau reguli uniforme în privința calculului expunerilor. De exemplu, în cazul liniilor de credit instituțiile financiare puteau utiliza fie o abordare conservatoare (presupunând o trageră de 100 la sută), fie să folosească tragerile medii (pe orizontul de timp avut în vedere) pe fiecare categorie de rating.

În cazul contractelor derivate, expunerea instituției financiare era calculată funcție de rating-ul de credit inițial al contrapartidei, probabilitățile de tranziție, pierderea (*LGD*) absolută în fiecare categorie de rating și expunerea medie în momentul intrării în

⁴ de exemplu contracte derivate

faliment a debitorului. Cum *payoff*-ul unui contract derivat depinde de evoluția pieței, în cazul acestor contracte riscul de credit este strâns legat de riscul de piață.

Prin acordul Basel II, expunerea pentru elementele extrabilanțiere este calculată ca și valoarea angajată, dar netrasă, ajustată cu factorul de conversie al creditului (*credit conversion factor, CCF*). Valoarea *CCF* este furnizată fie de acordul Basel, în cazul abordării de bază, fie este estimată intern⁵ de către instituțiile financiare, în cazul abordării avansate.

IV.2.5. Scadența efectivă a expunerii

Anterior acordului Basel II, în decizia de determinare a orizontului de timp pe care să monitorizeze riscul de credit, băncile utilizau două abordări. Prima este abordarea bazată pe „perioada de lichidare”, în care fiecare facilitate este asociată cu un interval unic care coincide cu maturitatea instrumentului sau cu timpul necesar pentru lichidarea sa ordonată. A doua abordare constă în utilizarea unui orizont de timp comun pentru toate clasele de active.

Conform acordului Basel II, în cazul băncilor care folosesc abordarea de bază, maturitatea efectivă este de 2,5 ani, cu excepția tranzacțiilor de tip repo pentru care este de 6 luni.

În cazul abordării avansate, maturitatea efectivă este definită ca maximum dintre un an și maturitatea efectivă rămasă (*M*) care este definită mai jos. În toate cazurile *M* nu poate fi mai mare de 5 ani.

Pentru un instrument ale cărui fluxuri de numerar pot fi stabilite, maturitatea efectivă este calculată după cum urmează:

$$M = \frac{\sum_t t \times CF_t}{\sum_t CF_t}$$

unde: CF_t reprezintă fluxurile de numerar (principal, dobânzi și comisioane) plătibile, conform termenilor contractuali, la momentul t .

⁵ Cu excepția situației în care *CCF* prevăzut de abordarea de bază este 100 la sută.

În cazul în care o bancă este în imposibilitate de a calcula maturitatea efectivă, conform formulei mai sus menționate, aceasta poate utiliza o abordare conservatoare, ce presupune ca maturitatea efectivă să fie egală cu timpul maxim rămas (în ani) pentru ca debitorul să achite integral obligațiile contractuale (principal, dobânzi și comisioane), conform contractului de credit.

IV.3. Validarea modelelor

Validarea internă a modelelor este realizată prin

- testarea pe baza datelor istorice (*backtesting*),
- analiză de stress (*stress testing*),
- analiză de senzitivitate.

În cazul analizei de stress sunt utilizate diverse scenarii macroeconomice și se judecă adecvarea capitalului băncii în cazul acestor scenarii, neluându-se în considerare probabilitatea de apariție a evenimentelor macroeconomice cuprinse în scenariu.

În cazul analizei de senzitivitate, este testată senzitivitatea rezultatelor modelului la modificarea parametrilor sau ale ipotezelor acestuia.

Ulterior procesului de validare internă a modelului de risc de credit urmează validarea acestuia de către instituția de supraveghere a pieței. Metodologia de validare utilizată de aceasta este similară.

Cap. V. Modele de măsurare a riscului de credit

Datorită faptului că acordul de la Basel privește riscul de credit individual și nu în contextul unui portofoliu, instituțiile financiare și-au construit propriile modele de risc de credit care iau în considerare profilul în timp al expunerii, rate de intrare în incapacitate de plată realiste și corelațiile dintre acestea. De asemenea pot fi luate în considerare compensarea și alte modalități de alterare a expunerii. Principalul avantaj al acestor modele este că ele țin cont de efectele obținute prin diversificarea portofoliului.

Primul model utilizat pentru managementul riscului de credit a fost calculul randamentului capitalului ajustat cu riscul (*Risk Adjusted Return on Capital – RAROC*) dezvoltat la începutul anilor '80 de către banca Bankers Trust. În prezent, principalele modele existente pe piață sunt *CreditMetrics* (dezvoltat de banca de investiții J.P. Morgan), *PortfolioManager* (al companiei Moody's KMV), *CreditRisk+* (dezvoltat de banca de investiții Credit Suisse First Boston) și *CreditPortfolioView* (al companiei de consultanță McKinsey).

Aceste modele diferă între ele prin următoarele caracteristici:

- Definierea riscului. Modelele pot defini riscul de credit fie ca intrarea în incapacitate de plată (*default*), sau, mai general prin orice modificare a valorii de piață a unui activ datorată modificării percepției față de posibilitatea de intrare în incapacitate de plată a emitentului acestuia.
- Determinanții riscului. Riscul de credit poate fi modelat ca fiind determinat de modificarea valorii activelor, de factori fundamentali macroeconomici sau pe baza unui model statistic.
- Corelații. Corelațiile dintre riscul de intrare în faliment pentru diferite contrapartide poate proveni din evoluții comune ale activelor financiare care au expuneri similare sau din evoluții macroeconomice.
- Ratele de recuperare (*recovery rates*). Acestea pot fi considerate aleatoare sau constante.
- Soluția. Aceasta poate fi analitică sau bazată pe simulări.

V.1. Modelul CreditMetrics

V.1.1. Ipoteze și date de intrare

CreditMetrics este un model utilizat pentru evaluarea riscului portofoliului cauzat de modificări ale valorii (de piață a) creditelor datorate modificărilor intervenite la nivelul situației financiare a debitorilor (faliment, îmbunătățire sau înrăutățire a rating-ului).

Abordând riscul de credit la nivel de portofoliu, avantajele oferite de acest model sunt:

- permite evaluarea în mod sistematic a riscului de concentrare (riscul adițional al portofoliului ce rezultă prin creșterea expunerii către un anumit debitor sau către un grup de debitori ale căror activități sunt corelate – de exemplu activează în aceeași zonă geografică sau aceeași industrie)
- permite evaluarea efectelor datorate diversificării portofoliului.

CreditMetrics estimează riscul de credit al portofoliului datorat evenimentelor de credit – măsoară gradul de volatilitate a valorii viitoare (la finalul orizontului avut în vedere) a portofoliului cauzat de modificarea bonității debitorului (faliment, modificări de rating). În plus, modelul permite și captarea anumitor componente de risc de piață pentru instrumente cum ar fi contractele swap și forward, instrumente pentru care volatilitatea indusă de modificarea bonității clientului este accentuată de volatilitatea expunerii instituției financiare față de debitor.

Datele pe baza cărora modelul estimează riscul de credit sunt:

- Probabilitățile de migrare și de faliment în cadrul orizontului de risc – care sunt obținute pe baza matricei de tranziție. Acestea pot fi calculate utilizând date istorice de modificări de rating și falimente. Sunt publicate de S&P și Moody's, dar pot fi calculate și pe baza modelului *KMV* sau pot fi generate intern pe baza oricărui tip de model.
- Probabilitățile de migrare comună (coeficienții de corelație) a debitorilor. Acestea pot fi calculate fie pe baza datelor istorice fie prin construirea unor modele care să estimeze aceste probabilități.

- Date pe baza cărora să fie calculate valorile finale ale instrumentelor cu risc de credit. Astfel, pentru credite, obligațiuni, scrisori de garanție bancară datele necesare sunt ratele nominale de dobândă, cuponul, structura la termen a ratelor dobânzii pentru fiecare categorie de rating; în cazul liniilor de credit fiind necesare și valoarea sumelor trase și disponibile și spread-ul/comisioanele pentru cele două porțiuni ale acestora. Pentru instrumentele a căror expunere variază funcție de evoluția pieței, date pentru estimarea acestei expuneri (cursuri de piață, volatilități).

Factorii generatori de risc de credit luați în considerare de modelul *CreditMetrics* sunt:

- Rating-ul de credit;
- Gradul de preferință al creditorului față de ceilalți creditori în cazul intrării în incapacitate de plată a debitorului (gradul de prioritate). Acesta determină rata de recuperare aplicabilă instrumentului de credit.
- Spread-ul de credit (și implicit o rată de dobândă fără risc de credit), pe baza căruia se revaluează valoarea prezentă a instrumentului de credit.
- Corelațiile dintre migrări/falimente (în cazul portofoliilor de instrumente de credit) – determinate din date istorice (rating-uri, cursuri bursiere) sau estimate pe bază de modele.

Matricele de tranziție ale S&P și Moody's sunt prezentate în tabelele următoare.

**Tabel 3. Matrice de tranziție istorică S&P pentru orizont de un an
(bazată pe date istorice din perioada 1980 – 2002)**

Rating inițial	Rating la sfârșitul anului								Rating retras
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Faliment	
AAA	89.37	6.04	0.44	0.14	0.05	0.00	0.00	0.00	3.97
AA	0.57	87.76	7.30	0.59	0.06	0.11	0.02	0.01	3.58
A	0.05	2.01	87.62	5.37	0.45	0.18	0.04	0.05	4.22
BBB	0.03	0.21	4.15	84.44	4.39	0.89	0.26	0.37	5.26
BB	0.03	0.08	0.40	5.50	76.44	7.14	1.11	1.38	7.92
B	0.00	0.07	0.26	0.36	4.74	74.12	4.37	6.20	9.87
CCC	0.09	0.00	0.28	0.56	1.39	8.80	49.72	27.87	11.30

Sursa: Standard & Poor's (Special Report: Ratings Performance 2002, 2003)

**Tabel 4. Matrice de tranziție istorică Moody's pentru orizont de un an
(bazată pe date istorice din perioada 1985 – 2001)**

Rating inițial	Rating la sfârșitul anului								procente*
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Faliment	Rating retras
Aaa	86.34	8.21	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	5.26
	87.69	6.13	0.42	0.00	0.08	0.00	0.00	0.00	5.68
Aa	0.76	86.71	9.13	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	3.30
	0.72	85.21	8.75	0.45	0.12	0.02	0.00	0.00	4.74
A	0.00	5.05	84.80	3.63	0.10	0.02	0.00	0.02	6.39
	0.08	2.32	87.15	5.34	0.64	0.24	0.03	0.02	4.18
Baa	0.74	0.25	4.82	78.83	2.86	1.16	0.04	0.00	11.31
	0.07	0.30	5.55	83.01	4.54	0.99	0.08	0.18	5.28
Ba	0.00	0.00	0.64	10.52	71.40	9.29	0.68	0.25	7.22
	0.03	0.04	0.65	5.18	73.90	8.57	0.47	1.45	9.71
B	0.00	0.00	0.33	1.03	9.40	65.52	8.28	3.29	12.17
	0.01	0.06	0.23	0.64	5.06	73.94	3.84	7.18	9.04
Caa-C	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	22.41	48.58	14.53	14.47
	0.00	0.00	0.00	1.18	1.66	5.18	59.51	21.75	10.72

*probabilitățile aferente primei linii corespunzătoare unei categorii de rating sunt calculate pentru companiile europene iar cele aferente celei de a doua linii sunt calculate pentru companiile din SUA

Sursa: Moody's 2002 (Default and Recovery Rates of European Corporate bond Issuers, 1985-2001)

Ratele de recuperare pentru companiile europene și americane sunt prezentate în tabelul de mai jos

**Tabel 5. Rate medii de recuperare a creditului în caz de faliment al debitorului
(bazată pe date istorice din perioada 1985 – 2001)**

Grad de preferință	procente	
	Europa	SUA
Credit bancar – senior secured	71.8	66.8
Senior secured	55.0	56.9
Senior unsecured	20.8	50.1
Senior subordonat	24.0	32.9
Subordonat	13.0	31.3
Medie	22.0	42.8

Măsurile de risc utilizate în acest model sunt:

- Media și deviația standard – a căror interpretare este dificilă datorită asimetriei distribuției;
- Un anumit nivel de percentile a distribuției (de exemplu percentila 1 este valoarea minimă a portofoliului care poate fi atinsă în 1 la sută din cazuri), măsură mai adecvată pentru estimarea riscului pentru portofoliile mari.

Pe baza acestor măsuri de risc se determină cerința de capital pentru riscul de credit.

Notând cu:

$P(c)$ – valoarea portofoliului în cel mai nefavorabil caz, cu nivelul de relevanță $100 - c$ (percentila $100 - c$),

PR – valoarea promisă a portofoliului (dedusă pe baza curbelor de randament),

ER – randamentul așteptat al portofoliului (care ia în considerare și modificările ulterioare de rating),

V_0 – valoare curentă, marcată la piață, a portofoliului,

FV – valoarea forward a portofoliului $= V_0(1 + PR)$,

EV – valoarea așteptată a portofoliului $= V_0(1 + ER)$,

EL – pierderea așteptată a portofoliului $= FV - EV$,

cerința de capital a instituției financiare este $EV - P(c)$.

Această abordare de calcul a riscului de credit este aplicată atât portofoliilor de credite și obligațiuni cât și scrisorilor de garanție bancară⁶ și liniilor de credit.

În cazul instrumentelor cu risc de credit a căror expunere este legată de evoluția pieței (cum este cazul contractelor forward și swap), expunerea este considerată ca fiind maximul dintre valoarea prezentă netă a tranzacției și zero. Această metodologie este aplicată atât instrumentelor individuale cât și portofoliilor de asemenea instrumente.

În cazul incapacității de plată a debitorului, valoarea instrumentului la finalul orizontului de risc este estimată pe baza expunerii așteptate către acel instrument la finalul acestui orizont. Această expunere așteptată depinde atât de prețurile curente din piață cât și de volatilitatea acestora. În cazurile în care debitorul nu este în incapacitate de plată, reevaluarea instrumentului cuprinde două părți: valoare prezentă a fluxurilor de numerar viitoare și pierderea potențială în cazul în care debitorul intră în incapacitate de plată (pierderea așteptată). Cea de a doua parte depinde de expunerea medie a instrumentului pentru perioada rămasă până la maturitatea acestuia, probabilitatea ca debitorul să intre în faliment (în același orizont) și rata de recuperare în cazul intrării acestuia în incapacitatea de plată.

⁶ Pentru care, dezvoltatorul modelului recomandă utilizarea integrală a valorii nominale pentru calculul riscului de credit.

V.1.2. Modelarea distribuției valorii unei singure obligațiuni

Presupunând o obligațiune BBB, și un orizont de un an, pe baza matricei de tranziție istorică a S&P este determinată probabilitatea de migrație în orizontul menționat.

Tabel 6. Probabilități de tranziție pentru o obligațiune BBB

Rating-ul la sfârșitul orizontului	Probabilitate (%)
AAA	0.03
AA	0.22
A	4.38
BBB	89.13
BB	4.63
B	0.94
CCC	0.27
faliment	0.39

Presupunând o valoare nominală a obligațiunii de 100 USD, un cupon de 6%, o rată de recuperare a creditului în caz de faliment al debitorului de 51,13 la sută și scadența de 5 ani, pe baza curbelor de randament forward pentru un an pentru fiecare categorie de rating se determină valorile posibile ale obligațiunii la finalul orizontului de risc.

Structura la termen a ratelor dobânzii la finalul orizontului de risc pe baza căreia au fost calculate valorile la finalul orizontului este prezentată în Tabelul 7:

Tabel 7. Curbele forward de randament pe categorii de rating

Rating	An 1	An 2	An 3	An 4
AAA	3.60	4.17	4.73	5.12
AA	3.65	4.22	4.78	5.17
A	3.72	4.32	4.93	5.32
BBB	4.10	4.67	5.25	5.63
BB	5.55	6.02	6.78	7.27
B	6.05	7.02	8.03	8.52
CCC	15.05	15.02	14.03	13.52

Sursa: JP Morgan (1997) CreditMetrics Technical Document

Valoarea la finalul orizontului de risc pentru fiecare categorie de rating a fost calculată pe baza următoarei relații:

$$V_f = C + \frac{C}{1+r_{y1}} + \frac{C}{(1+r_{y2})^2} + \frac{C}{(1+r_{y3})^3} + \frac{C+100}{(1+r_{y4})^4}$$

unde:

V_f reprezintă valoarea obligațiunii la finalul orizontului de risc;

C – cuponul obligațiunii;

r_{yi} – rata forward a dobânzii aferentă fiecărui an/orizont de risc.

Tabel 8. Valoarea viitoare a obligațiunii funcție de rating

Rating	Cupon	Valoare viitoare	Valoare totală
AAA	6.00	103.37	109.37
AA	6.00	103.10	109.10
A	6.00	102.66	108.66
BBB	6.00	101.55	107.55
BB	6.00	96.02	102.02
B	6.00	92.10	98.10
CCC	6.00	77.64	83.64
faliment	-	51.13	51.13

Sursa: JP Morgan (1997) CreditMetrics Technical Document

Combinând aceste valori cu probabilitățile de tranziție rezultă distribuția valorii obligațiunii la finalul orizontului de un an.

Tabel 9. Distribuția valorii viitoare a obligațiunii

Rating	Valoare (USD)	Probabilitate (%)
AAA	109.37	0.03
AA	109.10	0.22
A	108.66	4.38
BBB	107.55	89.13
BB	102.02	4.63
B	98.10	0.94
CCC	83.64	0.27
faliment	51.13	0.39

Pe baza acestor informații pot fi calculate cele două măsuri de risc de credit al obligațiunii.

$$\text{Medie: } \mu = \sum_i V_i \cdot p_i = 106,96$$

$$\text{Varianță: } \sigma^2 = \sum_i (V_i - \mu)^2 \cdot p_i = 15,94$$

Abatere medie pătratică: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 3,99$

Percentila de 1% este 98,1, care este cu 8,86 mai mică decât valoarea medie așteptată.

V.1.3. Estimarea distribuției valorii unui portofoliu de două obligațiuni

Introducând în portofoliu și o obligațiune cu rating A, scadentă în trei ani și care plătește un cupon anual de 5 la sută, similar ca în cazul obligațiunii BBB prezentat anterior, pe baza curbei de randament și a matricei de tranziție S&P se determină valoarea finală, la sfârșitul orizontului de risc, și probabilitățile de tranziție asociate.

Tabel 10. Distribuția valorii viitoare a obligațiunii

Rating	Cupon	Valoare viitoare	Valoare viitoare totală	Probabilitate (%)
AAA	5.00	101.59	106.59	0.05
AA	5.00	101.49	106.49	2.10
A	5.00	101.30	106.3	91.49
BBB	5.00	100.64	105.64	5.61
BB	5.00	98.15	103.15	0.47
B	5.00	96.39	101.39	0.19
CCC	5.00	73.71	78.71	0.04
faliment	-	51.13	51.13	0.05

Pe baza acestor date se obține o medie de 106,2 și o abatere medie pătratică de 1,42.

Utilizând informațiile referitoare la cele două obligațiuni, presupunând o corelație zero între evoluția riscului de credit al celor două obligațiuni, pot fi calculate toate cele 64 de valori posibile ale portofoliului la sfârșitul orizontului de risc și probabilitățile asociate acestor valori.

Tabel 11. Valoarea portofoliului la sfârșitul orizontului de risc

Obligațiune BBB		Obligațiune A							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	faliment
		106.59	106.49	106.30	105.64	103.15	101.39	78.71	51.13
AAA	109.37	215.96	215.86	215.67	215.01	212.52	210.76	188.08	160.50
AA	109.10	215.69	215.59	215.40	214.74	212.25	210.49	187.81	160.23
A	108.66	215.25	215.15	214.96	214.30	211.81	210.05	187.37	159.79
BBB	107.55	214.14	214.04	213.85	213.19	210.70	208.94	186.26	158.68
BB	102.02	208.61	208.51	208.32	207.66	205.17	203.41	180.73	153.15
B	98.10	204.69	204.59	204.40	203.74	201.25	199.49	176.81	149.23
CCC	83.64	190.23	190.13	189.94	189.28	186.79	185.03	162.35	134.77
faliment	51.13	157.72	157.62	157.43	156.77	154.28	152.52	129.84	102.26

Tabel 12. Probabilitățile asociate valorilor portofoliului

Obligațiune BBB		Obligațiune A							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	faliment
		0.05	2.10	91.49	5.61	0.47	0.19	0.04	0.05
AAA	0.03	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA	0.22	0.00	0.00	0.20	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
A	4.38	0.00	0.09	4.01	0.25	0.02	0.01	0.00	0.00
BBB	89.13	0.05	1.87	81.55	5.00	0.42	0.17	0.04	0.05
BB	4.63	0.00	0.10	4.24	0.26	0.02	0.01	0.00	0.00
B	0.94	0.00	0.02	0.86	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00
CCC	0.27	0.00	0.01	0.25	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
faliment	0.39	0.00	0.01	0.36	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00

Pentru acest portofoliu, riscul poate fi evaluat pe baza celor două măsuri:

- Media și deviația standard (care pentru acest portofoliu sunt 213,15 și respectiv 4,24), a căror interpretare este dificilă datorită asimetriei distribuției.
- Un anumit nivel de percentile a distribuției (de exemplu percentila 1 este valoarea minimă a portofoliului care poate fi atinsă în 1 la sută din cazuri). În cazul acestui portofoliu percentila 1 este de 204,4.

Utilizând prima măsură de risc, datorită asimetriei distribuției valorii portofoliului, riscul este subevaluat (o abatere standard față de medie de 4,24) comparativ cu utilizarea celei de a doua măsuri de risc (prima percentilă are o abatere față de medie de 8,75).

Dar asumarea unei corelații zero între riscul de credit pentru cele două active este o abordare simplistă.

În cazul luării în considerare a corelației între migrări pentru cele două obligațiuni, este determinată matricea probabilităților de tranziție comune ale celor două obligațiuni care ia în considerare această corelație și această matrice este utilizată pentru determinarea măsurilor de risc.

V.1.4. Calculul coeficienților de corelație ai migrărilor

În vederea estimării corelațiilor migrărilor metodologia *CreditMetrics* propune mai multe abordări.

A. O primă abordare constă în calculul coeficientului de corelație a falimentelor pe baza volatilității apariției acestor falimente.

Astfel, considerând N firme care au aceeași probabilitate de intrare în faliment (sunt incluse în aceeași categorie de rating), fie X_i o variabilă aleatoare care poate lua fie valoarea 1 (în caz de faliment al firmei i) sau 0 (în toate celelalte cazuri), care are media $\mu(X_i)$ și deviația standard binomială $\sigma(X_i)$:

$$\mu_{CrRt} = \mu(X_i) = \frac{1}{N} \sum_i^N X_i$$

$$\sigma(X_i) = \sqrt{\mu_{CrRt}(1 - \mu_{CrRt})}.$$

Fie D numărul de falimente, $D = \sum_i^N X_i$, varianța lui D este:

$$VAR(D) = \sum_i^N \sum_j^N \rho_{ij} \sigma(X_i) \sigma(X_j)$$

și având în vedere că i și j au aceeași probabilitate de intrare în faliment,

$$VAR(D) = \sum_i^N \sum_j^N \rho_{ij} \sigma(X_i)^2 = \sum_i^N \sum_j^N \rho_{ij} (\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2) = (\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2) \left[N + \sum_i^N \sum_{j \leq i}^N \rho_{ij} \right].$$

Notând corelația medie a falimentelor, $\bar{\rho}_{CrRt}$,

$$\bar{\rho}_{CrRt} = \frac{\left[\sum_i^N \sum_{j \leq i}^N \rho_{ij} \right]}{N^2 - N},$$

$$VAR(D) = (\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2) \left[N + (N^2 - N) \bar{\rho}_{CrRt} \right].$$

Volatilitatea falimentelor este calculată:

$$\sigma_{CrRt}^2 = VAR\left(\frac{D}{N}\right) = \frac{VAR(D)}{N^2} = (\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2) \cdot \frac{1 + (N-1)\bar{\rho}_{CrRt}}{N}$$

de unde,

$$\bar{\rho}_{CrRt} = \frac{N \left(\frac{\sigma_{CrRt}^2}{\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2} \right) - 1}{N - 1},$$

iar pentru N suficient de mare, formula se simplifică

$$\bar{\rho}_{CrRt} = \frac{\sigma_{CrRt}^2}{\mu_{CrRt} - \mu_{CrRt}^2}.$$

Atât Moody's cât și Standard&Poors publică coeficienții de corelație a falimentelor pe fiecare categorie de rating. De exemplu, coeficienții Moody's de corelație ai falimentelor pentru perioada 1970 – 1995 sunt prezentați în Tabelul 13.

Tabel 13. Coeficienții de corelație ai falimentelor

Rating	Probabilitatea de faliment	Deviația standard a falimentelor	procente
			Coeficienții de corelație impliți
Aa	0.03	0.1	0.33
A	0.01	0.1	1.00
Baa	0.13	0.3	0.69
Ba	1.42	1.4	1.40
B	7.62	4.8	3.27

Sursa: Moody's 1996, 1-year default rates and volatilities

Principalele deficiențe ale acestei metodologii sunt:

- Deviația standard a probabilităților de faliment este calculată pe baza unui număr limitat de observații ceea ce are ca efect un interval de încredere larg;
- Probabilitățile de faliment pentru categoriile de rating *investmen grade* nu au o distribuție normală ceea ce implică existența unor intervale de încredere efective mai mari decât cele calculate;
- Probabilitatea medie de intrare în faliment este considerată constantă atât pentru firmele aflate în aceeași categorie de rating, cât și în timp;
- Măsurile statistice calculate sunt senzitive la proporția perioadelor de recesiune și de boom economic din eșantionul utilizat.

B. O altă abordare de calcul a coeficienților de corelație ai migrărilor comune este estimarea directă, pe baza eșantionului istoric de date, această abordare având avantajul că nu trebuie presupuse ipoteze în privința procesului de intrare în faliment al firmei și asupra distribuției comune.

C. A treia metodă de estimare a probabilităților de migrare comună este pe baza datelor istorice de spread-uri de credit ale obligațiunilor

O asemenea abordare presupune două cerințe: existența de date adecvate și construirea unui model care să facă legătura dintre prețul obligațiunilor și evenimentele de credit.

În general, modelele de evaluare a prețului obligațiunilor au trei variabile de stare: rata fără risc, spread-ul de credit și o a treia care indică dacă debitorul a intrat sau nu în incapacitate de plată. Duffee (1995) și Nielsen și Ronn (1994) presupun că rata dobânzii fără risc și spread-ul de credit evoluează independent iar falimentul debitorului este pus în relație cu spread-ul de credit pe baza unui model de evaluare a prețului obligațiunii. Acest model de evaluare permite estimarea probabilității de intrare în faliment al debitorului pe baza spread-ului de credit. O extensie a acestui model la două sau mai multe obligațiuni permite estimarea corelației de intrare în faliment a debitorilor din corelația evoluțiilor spread-urilor de credit ale celor două obligațiuni.

În timp ce această abordare este atractivă datorită consistenței cu alte modele de evaluare a activelor financiare, principalul inconvenient este de natură practică. Datele referitoare la spread-urile obligațiunilor sunt greu disponibile, în special pentru emisiunile cu rating-uri mici, ceea ce face practic imposibilă estimarea în practică a corelațiilor dintre spread-uri.

D. Utilizarea unui model pentru estimarea probabilităților de migrare comună

Această abordare presupune estimarea indirectă a modificărilor rating-ului de credit (a probabilităților comune de îmbunătățire, înrăutățire și faliment) și constă în doi pași:

- Construirea unui proces care determină modificările rating-ului de credit. Această etapă presupune stabilirea unei legături între modificările de rating (care nu sunt observabile imediat) și un proces observabil.
- Estimarea parametrilor pentru procesul de mai sus.

Utilizând abordarea lui Merton (1974), procesul care determină modificarea rating-urilor și falimentele este considerat a fi valoarea activelor firmei.

Pornind de la ipoteza că valoarea activelor companiei îi determină abilitatea de a-și plăti datoriile, se poate presupune atunci că există un anumit nivel (prag) al activelor pentru care dacă valoarea activelor companiei este mai mică decât acest nivel prag într-un anumit an, în anul viitor aceasta nu își va mai putea onora obligațiile și va intra în faliment.

Extinzând acest raționament, se presupune că există o serie de nivele prag pentru valoarea activelor care vor determina rating-ul de credit al companiei la finalul perioadei analizate.

Presupunând cunoscută valoarea prag a activelor pentru o companie, pentru descrierea evoluției rating-ului acelei companii este necesară modelarea modificărilor valorii activelor acelei companii. Astfel, modificarea procentuală a valorii activelor companiei (R) este considerată a avea o distribuție normală, parametrizată prin medie, μ , și abaterea medie pătratică (sau volatilitatea), σ .

Pe baza parametrizării procesului de evoluție al valorii activelor, poate fi stabilită o legătură între pragurile activelor și probabilitățile de tranziție pentru compania respectivă, iar din pragurile valorii activelor rezultă pragurile randamentelor (modificărilor) acestei valori. Astfel, există Z_{Def} , Z_{CCC} , Z_{BBB} etc., astfel încât dacă $R < Z_{Def}$ atunci compania emitentă de obligațiuni intră în faliment; dacă $Z_{Def} < R < Z_{CCC}$, atunci companiei i se înrăutățește rating-ul la CCC, și așa mai departe.

Deoarece a fost presupusă distribuția normală a lui R , se pot calcula probabilitățile de apariție a fiecărui eveniment:

$$\Pr\{Default\} = \Pr\{R < Z_{Def}\} = \Phi(Z_{Def} / \sigma)$$

$$\Pr\{CCC\} = \Pr\{Z_{Def} < R < Z_{CCC}\} = \Phi(Z_{CCC} / \sigma) - \Phi(Z_{Def} / \sigma),$$

și așa mai departe. Φ reprezintă distribuția cumulată a distribuției normale standard.

Legătura dintre randamentele activelor și rating-ul de credit poate fi reprezentată după cum urmează:

Tabel 14. Probabilități de tranziție pentru o obligațiune BB

Rating	Probabilitate din matricea de tranziție (%)	Probabilitatea conform modelului valorii activelor
AAA	0.03	$1 - \Phi(Z_{AA} / \sigma)$
AA	0.14	$\Phi(Z_{AA} / \sigma) - \Phi(Z_A / \sigma)$
A	0.67	$\Phi(Z_A / \sigma) - \Phi(Z_{BBB} / \sigma)$
BBB	7.73	$\Phi(Z_{BBB} / \sigma) - \Phi(Z_{BB} / \sigma)$
BB	80.53	$\Phi(Z_{BB} / \sigma) - \Phi(Z_B / \sigma)$
B	8.84	$\Phi(Z_B / \sigma) - \Phi(Z_{CCC} / \sigma)$
CCC	1.00	$\Phi(Z_{CCC} / \sigma) - \Phi(Z_{Def} / \sigma)$
faliment	1.06	$\Phi(Z_{Def} / \sigma)$

Legătura dintre randamentele activelor și rating-ul de credit se stabilește egalând probabilitățile din matricea de tranziție cu probabilitățile conform modelului valorii activelor și rezolvând funcție de σ pentru fiecare categorie de rating.

Astfel, în cazul falimentului,

$$\Phi(Z_{Def} / \sigma) = 1.06\% \Rightarrow Z_{Def} = \Phi^{-1}(1.06\%) \cdot \sigma = -2.30\sigma$$

unde $\Phi^{-1}(p)$ reprezintă nivelul sub care ia valori o variabilă aleatoare cu o distribuție normală standard cu o probabilitate p . Utilizând această valoare, valoarea Z_{CCC} este calculată pe baza probabilității CCC, Z_B pe baza probabilității B și așa mai departe.

Nu există un prag pentru Z_{AAA} , deoarece orice randament peste 3.43σ implică un *upgrade* la AAA. Valorile prag sunt prezentate în Tabelul 15.

Tabel 15. Valorile prag pentru randamentul activelor pentru un emitent cu rating BBB

Prag	Valoare
Z_{AA}	3.43σ
Z_A	2.93σ
Z_{BBB}	2.39σ
Z_{BB}	1.37σ
Z_B	-1.23σ
Z_{CCC}	-2.04σ
Z_{Def}	-2.30σ

Considerând un alt emitent care are un rating A și notând randamentul activelor acestuia cu R' , deviația standard a activelor cu σ' și pragurile randamentului activului cu Z'_{Def} , Z'_{CCC} și așa mai departe, probabilitățile de tranziție și pragurile randamentului activelor companiei sunt prezentate în Tabelul 16.

Tabel 16. Probabilitățile de tranziție și pragurile de randament pentru un emitent cu rating A

Rating	Probabilitate (%)	Prag	Valoare
AAA	0.09		
AA	2.27	Z'_{AA}	$3.12\sigma'$
A	91.05	Z'_A	$1.98\sigma'$
BBB	5.52	Z'_{BBB}	$-1.51\sigma'$
BB	0.74	Z'_{BB}	$-2.30\sigma'$
B	0.26	Z'_B	$-2.72\sigma'$
C	0.01	Z'_{CCC}	$-3.19\sigma'$
Faliment	0.06	Z'_{Def}	$-3.24\sigma'$

Pentru a descrie evoluția comună a celor două rating-uri se presupune că randamentele activelor celor două companii sunt corelate și au o distribuție normală, rămânând de specificat doar coeficientul de corelație dintre cele două randamente, ρ . În aceste condiții, matricea de covarianță pentru distribuția normală bivariată este:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma^2 & \rho\sigma\sigma' \\ \rho\sigma\sigma' & \sigma'^2 \end{pmatrix}.$$

Astfel, dacă de exemplu se dorește calcularea probabilității ca randamentul activelor companiei cu rating BB să se situeze între Z_B și Z_{BB} și în același timp randamentul activelor cu emitentului cu rating A să se situeze între Z'_{BBB} și Z'_A , în cazul în care ρ este zero (randamentele celor două active sunt independente), această probabilitate este produsul dintre probabilitățile atașate celor două evenimente. În cazul în care ρ este diferit de zero, probabilitatea este:

$$\Pr\{Z_B < R < Z_{BB}, Z'_{BBB} < R' < Z'_A\} = \int_{Z_B}^{Z_{BB}} \int_{Z'_{BBB}}^{Z'_A} f(r, r'; \Sigma) (dr') dr,$$

unde $f(r, r'; \Sigma)$ este funcția de densitate pentru distribuția normală bivariată cu matricea de covarianță Σ . Utilizând această procedură se calculează cele 64 de probabilități de migrare comună (prezentate în Tabelul 17).

Tabel 17. Probabilitățile de migrare comună

Obligațiune BB	Obligațiune A								Total
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	faliment	
AAA	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03
AA	0.00	0.01	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14
A	0.00	0.04	0.61	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.67
BBB	0.02	0.35	7.10	0.20	0.02	0.01	0.00	0.00	7.69
BB	0.07	1.79	73.65	4.24	0.56	0.18	0.01	0.04	80.53
B	0.00	0.08	7.80	0.79	0.13	0.05	0.00	0.01	8.87
CCC	0.00	0.01	0.85	0.11	0.02	0.01	0.00	0.00	1.00
faliment	0.00	0.01	0.90	0.13	0.02	0.01	0.00	0.00	1.07
Total	0.09	2.29	91.06	5.48	0.75	0.26	0.01	0.06	100

Motivul pentru care această ecuație nu depinde de volatilitățile celor două active este că aceste volatilități sunt deja încorporate în probabilitățile de tranziție ale celor două active. Ca o consecință, în calculul probabilităților de migrare comună pot fi utilizate randamentele standardizate (ajustate astfel încât media să fie zero și deviația standard 1), iar singurul parametru ce va trebui estimat este corelația dintre randamentele activelor.

Acest tabel este suficient pentru calculul deviației standard a modificării valorii unui portofoliu care este format numai din obligațiuni emise de cele două societăți. Pentru calculul deviației standard a unui portofoliu care conține obligațiuni ale mai multor emitenți este necesară repetarea acestei analize pentru fiecare pereche de societăți din portofoliu.

Pe baza corelației activelor, ρ_A , este posibil calculul probabilității ca ambii debitori să intre în faliment, p_{12} . Corelația de intrare în faliment a acestor doi debitori poate fi scrisă ca:

$$\rho_D = \frac{p_{12} - p_1 p_2}{\sqrt{p_1(1-p_1)p_2(1-p_2)}},$$

unde p_1 și p_2 sunt probabilitățile ca debitorul 1 și respectiv debitorul 2 să intre în faliment.

Tranziția de la corelația activelor la corelația probabilităților de intrare în faliment o micșorează pe cea de a doua în mod semnificativ: corelații ale activelor de 40 – 60 la sută se traduc în corelații ale probabilităților de intrare în faliment de 2 – 4 la sută.

Calculul coeficienților de corelație dintre debitori se realizează în următorii pași:

1. Sunt construite matrice de corelații între indici bursieri pentru ramurile industriale și pentru țări.
2. Fiecare companie este analizată prin prisma sectoarelor economice și a țărilor în care își desfășoară activitatea.
3. Randamentul și volatilitatea activelor celor două companii sunt obținute pe baza randamentelor și volatilităților indicilor bursieri aferenți sectoarelor economice și țărilor în care compania activează.
4. Corelația dintre două companii se obține ca o medie ponderată funcție de corelațiile dintre indicii bursieri aferenți sectoarelor economice și țărilor în care cele două companii își desfășoară activitatea.

De exemplu, presupunând o firmă care activează în trei industrii cu ponderile w_1 , w_2 , w_3 iar indicii bursieri ai celor trei industrii explică α din randamentul companiei, ponderile standardizate pentru această firmă sunt calculate după cum urmează:

Se calculează volatilitatea indicelui ponderat al firmei (calculat pe baza volatilității celor trei indici)

$$\hat{\sigma} = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2 + 2w_2 w_3 \rho_{2,3} \sigma_2 \sigma_3 + 2w_1 w_3 \rho_{1,3} \sigma_1 \sigma_3}.$$

Ponderea fiecărui indice se scalează astfel încât indicii să reprezinte α din volatilitatea totală (standardizată) a randamentelor firmei:

$$w_{s1} = \alpha \frac{w_1 \sigma_1}{\bar{\sigma}}, \quad w_{s2} = \alpha \frac{w_2 \sigma_2}{\bar{\sigma}}, \quad w_{s3} = \alpha \frac{w_3 \sigma_3}{\bar{\sigma}}.$$

Ținând cont că volatilitatea totală (standardizată) trebuie să fie 1, ponderea factorului independent de indicii bursieri care își pune amprenta asupra randamentelor acțiunilor firmei (ponderea randamentului specific firmei) este $\sqrt{1 - \alpha^2}$.

Presupunând un portofoliu format din n firme care au o expunere pe m indici, corelațiile dintre randamentele acțiunilor se calculează după cum urmează. Notând cu C matricea ($m \times m$) de corelație dintre indici și cum ponderile se referă atât la indici cât și la randamentele specifice firmelor, va trebui creată o matrice de corelație \bar{C} care să le acopere pe ambele componente. Această matrice va fi $((m + n) \times (m + n))$ și va fi construită după cum urmează:

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} & & & & \overbrace{0 \quad \dots \quad \dots \quad 0}^{n_coloane} \\ & & & & \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ & & \overbrace{C}^{m_coloane} & & \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ & & & & 0 \quad \dots \quad \dots \quad 0 \\ 0 \quad \dots \quad \dots \quad 0 & & & & \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots & & & & I(n \times n) \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots & & & & \\ 0 \quad \dots \quad \dots \quad 0 & & & & \end{pmatrix}.$$

Astfel, matricea din stânga sus, C ($m \times m$), reprezintă corelațiile dintre indici, matricea identitate din dreapta jos reflectă componenta specifică fiecărei firme (care e corelată cu ea însăși și necorelată cu componenta aferentă altei firme), iar restul matricei \bar{C} constă în 0 reflectând lipsa de corelație dintre componenta specifică și indici.

Matricea ponderilor, W $((m + n) \times n)$, este construită astfel încât fiecare coloană reprezintă o firmă distinctă, iar fiecare linie reprezintă ponderea (scalată) în indice și în componenta specifică. Astfel, în coloana k a matricei W , primele m elemente reprezintă ponderile (scalate) ale indicilor, elementul $m + n + k$ reprezintă ponderea componentei specifice a firmei iar celelalte elemente sunt 0.

Matricea ($n \times n$) cu corelațiile dintre firme este $W' \cdot \bar{C} \cdot W$.

V.1.5. Estimarea analitică a distribuției valorii unui portofoliu de mai multe obligațiuni

Considerând un portofoliu de n active, notând valoarea acestor active la finalul orizontului avut în vedere cu V_1, V_2, \dots, V_n și mediile acestor valori cu $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$, varianțele acestor valori sunt $\sigma^2(V_1), \sigma^2(V_2), \dots, \sigma^2(V_n)$. Calculul mediilor și a varianțelor individuale este prezentat în subcapitolul V.1.2.

La finalul orizontului de prognoză, valoarea portofoliului este $V_1 + V_2 + \dots + V_n$ iar valoarea medie a acestuia este $\mu_p = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n$. Deviația standard a portofoliului, σ_p este calculată pe baza relației:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sigma^2(V_i) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n COV(V_i, V_j).$$

Dar, având în vedere că $\sigma^2(V_i + V_j) = \sigma^2(V_i) + 2 \cdot COV(V_i, V_j) + \sigma^2(V_j)$, deviația standard a portofoliului poate fi scrisă ca:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \sigma^2(V_i + V_j) - (n-2) \cdot \sum_{i=1}^n \sigma^2(V_i).$$

Covarianța sau $\sigma^2(V_i + V_j)$ se calculează pe baza metodologiei descrise în subcapitolele V.1.3. și V.1.4.

V.1.6. Simularea

Această metodă este aplicată în cazul portofoliilor care sunt formate dintr-un număr mare de debitori, pentru care metoda analitică ar fi mare consumatoare de resurse de calcul și de timp, și constă în trei pași:

- A. Generarea de scenarii. Fiecare scenariu corespunde unui anumit rating de credit al companiilor din portofoliu la finalul orizontului de prognoză.
- B. Evaluarea portofoliului. Pentru fiecare scenariu, portofoliul este reevaluat astfel încât să reflecte noile rating-uri de credit.

- C. Sumarizarea rezultatelor. Pe baza valorilor finale ale portofoliilor generate de scenarii se estimează distribuția valorilor portofoliului (media, abaterea medie pătratică, percentile).

Pașii în generarea scenariilor sunt:

1. Stabilirea pragurilor de randament ale activelor pentru emitenții din portofoliu,
2. Generarea de scenarii ale randamentelor activelor presupunându-se că acestea sunt normal distribuite,
3. Transformarea scenariilor privind randamentele activelor în scenarii ale rating-ului de credit al portofoliului.

V.2. Modelul PortfolioManager

V.2.1. Modelul dezvoltat de Merton

Idea aplicării teoriei opțiunilor pentru evaluarea creditelor și obligațiunilor este întâlnită în literatură începând cu anul 1974, începând cu articolul publicat de Robert Merton și dezvoltat ulterior de Galai și Masulis (1976).

Considerăm o firmă care finanțează achiziția de active (riscante), V , utilizând capitalul constituit de acționari, E , și emițând o obligațiune zero-cupon, cu valoare nominală (inclusiv dobânda acumulată) F și scadența T , a cărei valoare de piață este B . Împrumutul luat de firmă este supus riscului de credit – adică riscul ca la momentul T , valoarea activelor firmei, V_T , va fi mai mică decât valoarea (nominală) a creditului, F .

Riscul de credit există atâta timp cât probabilitatea de intrare în faliment, $P(V_T < F)$ este mai mare decât 0. Ca urmare, la momentul t_0 , $B_0 < F \cdot e^{-rt}$, adică *yield*-ul obligațiunii, y_T , este mai mare decât rata dobânzii fără risc, r , iar *spread*-ul datorat riscului de credit (*default spread*), *spread* care îi compensează pe deținătorii de obligațiuni pentru riscul asumat este $\pi = y_T - r$.

Dacă nu există fricțiuni (pe piață), taxe de tranzacționare și costuri implicate de falimentul firmei, atunci valoarea (de piață) prezentă a activelor firmei reprezintă suma dintre valoarea capitalului și a împrumutului: $V_0 \equiv E_0 + B_0$.

În consecință riscul de credit este o funcție de structura financiară a firmei:

- gradul său de îndatorare (*leverage*), $LR = \frac{F \cdot e^{-rT}}{V_0}$;
- volatilitatea randamentului activelor firmei, σ_V ;
- scadența datoriilor firmei, T .

Ideea de la care a pornit Merton (1974), este că dacă, la momentul T , $V_T < F$ atunci compania se află, cel puțin în teorie, în faliment, iar valoarea, de piață, a capitalului este 0. Dacă, la același moment $V_T > F$, atunci compania își va plăti datoriile iar valoarea capitalului său va fi $V_T - F$. Ca urmare, valoarea capitalului firmei la momentul T este:

$$E_T = \max(V_T - F, 0).$$

Deci, valoarea capitalului unei firme, E_t , poate fi considerată o opțiune call având ca activ suport valoarea de piață a activelor firmei, V_t și preț de exercițiu valoarea nominală a datoriilor firmei, F .

Adică, $E_t = f(V_t, F, \sigma_V, r, T - t)$, unde V_t și σ_V sunt variabile neobservabile.

Aplicând formula de evaluare a opțiunilor Black-Scholes (1973), rezultă:

$$E_0 = V_0 \cdot N(d_1) - F \cdot e^{-rT} \cdot N(d_2),$$

unde:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{V_0}{F} + \left(r + \frac{\sigma_V^2}{2} \right) \cdot T}{\sigma_V \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_V \cdot T.$$

Valoarea (de piață) a creditului este $V_0 - E_0$.

Probabilitatea neutră la risc ca firma să intre în faliment este $N(-d_2)$, dar pentru calcularea acesteia este nevoie de V_0 și σ_V , care sunt variabile neobservabile. Dar, dacă compania este tranzacționată la bursă, poate fi observată valoarea capitalului, E_0 și, aplicând leme lui Ito, poate fi estimată volatilitatea capitalului, σ_E :

$$\sigma_E \cdot E_0 = \frac{\partial E}{\partial V} \cdot \sigma_V \cdot V_0$$

sau

$$\sigma_E \cdot E_0 = N(d_1) \cdot \sigma_V \cdot V_0.$$

Construind un sistem de două ecuații simultane pe baza acestei relații și a ecuației prețului opțiunii, acesta poate fi rezolvat pentru obținerea valorilor V_0 și σ_V .

Galai și Masulis (1976) extind modelul lui Merton, și consideră că riscul de credit poate fi eliminat cumpărând o opțiune put, P , care are ca activ suport valoarea firmei, V , ca preț de exercițiu valoarea nominală a datoriilor firmei, F , și scadența T .

Dacă creditorul companiei achiziționează o asemenea opțiune, el elimină complet riscul de credit și transformându-și creditul inițial (riscant) într-un credit fără risc, cu valoarea nominală F .

Dacă rata fără risc este r , atunci, la echilibru, $B_0 + P_0 = F \cdot e^{-rT}$. Deci, costul opțiunii put este prețul plătit pentru eliminarea riscului de credit asociat creditului acordat firmei.

Conform modelului Black-Scholes (1973), prețul opțiunii P este dat de relația:

$$P_0 = -N(-d_1) \cdot V_0 + F \cdot e^{-rT} \cdot N(-d_2)$$

unde:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{V_0}{F} + \left(r + \frac{\sigma_V^2}{2} \right) \cdot T}{\sigma_V \sqrt{T}} = \frac{\ln \frac{V_0}{F \cdot e^{-rT}} + \frac{1}{2} \cdot \sigma_V^2 \cdot T}{\sigma_V \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_V \cdot T.$$

Ca urmare, costul acoperirii riscului de credit depinde de gradul de risc al activelor firmei, σ_V , scadența datoriilor firmei, rata dobânzii fără risc, gradul de îndatorare al firmei.

Yield-ul datoriei firmei poate fi determinat după cum urmează:

$$y_T = -\frac{\ln \frac{B_0}{F}}{T} = -\frac{\ln \frac{F \cdot e^{-rT} - P_0}{F}}{T},$$

Iar *spread*-ul de credit, π_T , definit ca $\pi_T = y_T - r$, ținând cont de ecuația prețului opțiunii put P , este:

$$\pi_T = y_T - r = -\frac{1}{T} \ln \left(N(d_2) + \frac{V_0}{F \cdot e^{-rT}} \cdot N(-d_1) \right).$$

Deci, acesta este o funcție de gradul de îndatorare, volatilitatea activelor firmei și scadența datoriei.

Spread-ul de credit poate fi calculat ca o funcție a gradului de îndatorare, a volatilității activelor și a scadenței datoriilor.

V.2.2. Abordarea KMV

Pe baza modelului dezvoltat de Merton, compania *KMV* a dezvoltat o metodologie de estimare a probabilității de intrare în faliment (*estimated default frequency, EDF*). Această probabilitate este o funcție a structurii de capital a firmei, a volatilității randamentului activelor firmei și a valorii curente a acestora. Valoarea *EDF* specifică unei firme poate fi transpusă în orice sistem de rating pentru a rating-ul echivalent al debitorului respectiv.

Acest model (similar cu modelul *CreditRisk+* dezvoltat de Credit Suisse First Boston) se bazează pe paradigma *default mode*, adică evenimentul de credit luat în considerare este numai falimentul firmei. Ca urmare, spre deosebire de sistemul *Creditmetrics*, modelul *KMV* nu face referiri explicite asupra probabilităților de tranziție, care în metodologia *KMV*, sunt deja încorporate în măsura *EDF*.

Această metodologie este aplicată companiilor a căror valoare a capitalului este determinată de către piață (care sunt tranzacționate pe o bursă de valori), deoarece informația conținută în prețul acțiunilor și în bilanț poate fi translatată în riscul implicit de faliment.

Riscul de credit în această abordare este în mod esențial determinat de dinamica activelor firmei. Având structura de capital a firmei și specificând procesul stohastic pentru valoarea activelor firmei, se poate determina probabilitatea curentă de intrare în faliment pentru orice orizont de timp.

Derivarea probabilităților de faliment efective este realizată în trei pași:

- Estimarea valorii de piață și a volatilității activelor firmei,
- Calcularea distanței față de faliment, care este o măsură a riscului de faliment,
- Scalarea distanței față de faliment pentru obținerea probabilităților efective de faliment, pe baza unei baze de date care cuprinde incidentele de faliment.

Presupunând o firmă care se finanțează pe baza capitalului E_t și a emisiunii unui instrument de credit zero cupon, cu scadența T , valoarea nominală F și valoarea de piață B_t , bilanțul acestei firme poate fi reprezentat după cum urmează:

$$V_t = B_t(F) + E_t,$$

unde V_t reprezintă valoarea activelor firmei.

Modelul presupune că falimentul se produce numai la scadența obligației de plată, atunci când valoarea activelor este inferioară datoriei (F). De asemenea, modelul presupune că valoarea activelor companiei urmează o mișcare browniană geometrică iar distribuția valorii activelor la maturitatea obligațiunii este:

$$E(V_T) = V_0 e^{\mu T}$$

$$V_T = V_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \sigma\sqrt{T}Z_T}$$

Structura de capital a firmei este considerată a fi compusă din capital social, datorii pe termen scurt (considerate a fi echivalente cu numerarul), datorii pe termen lung (perpetuități) și acțiuni preferențiale convertibile.

Pe baza acestor ipoteze se poate găsi o soluție analitică pentru valoarea capitalului E , și volatilitatea acesteia, σ_E :

$$E = f(V, \sigma_V, LR, c, r)$$

$$\sigma_S = g(V, \sigma_V, LR, c, r)$$

unde:

LR reprezintă gradul de îndatorare în structura de capital,

c – cuponul mediu plătit pentru datoriile pe termen lung,

r – rata dobânzii fără risc,

V – valoarea activelor companiei,

σ_V – volatilitatea randamentelor activelor.

Având în vedere că numai valoarea de piață a capitalului este observabilă, valoarea activelor poate fi obținută din relația valorii acțiunilor:

$$V = f(E, \sigma_V, LR, c, r).$$

Pe baza analizei unui eșantion de câteva sute de companii, *KMV* a ajuns la concluzia că falimentul firmei apare atunci când valoarea activelor atinge un nivel care se află între valoarea totală a datoriilor și valoarea datoriilor pe termen scurt. Din această cauză, *KMV* a implementat o etapă intermediară înaintea calculării probabilităților de faliment.

Astfel, este calculat un indice, numit distanța până la faliment (*distance to default*), *DD*, care este numărul de deviații standard dintre media distribuției valorii activelor și un prag critic, momentul falimentului (care reprezintă valoarea nominală a datoriilor curente, incluzând datoriile pe termen scurt și jumătate din datoriile pe termen lung).

Notând cu:

STD – datoriile pe termen scurt,

LTD – datoriile pe termen lung,

DPT – momentul falimentului, $DPT = STD + \frac{1}{2} LTD$,

distanța până la faliment (*DD*), care reprezintă distanța dintre valoarea așteptată a activelor într-un orizont de un an, $E(V_1)$ și punctul falimentului, *DPT*, exprimată în deviații standard ale randamentului activelor, este:

$$DD = \frac{E(V_1) - DPT}{\sigma_V}.$$

Presupunând ca valoarea activelor are o distribuție log-normală, distanța până la faliment la momentul *T* este:

$$DD = \frac{\ln \frac{V_0}{DPT_T} + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma_V^2 \right) T}{\sigma_V \sqrt{T}}$$

unde:

V_0 reprezintă valoarea de piață curentă a activelor firmei,

DPT_T – punctul falimentului la finalul orizontului *T*,

μ – randamentul așteptat al activelor minus ieșirile de numerar,

σ_V – volatilitatea anualizată a activelor.

De aici rezultă că suprafața în care firma este în faliment este $N(-DD)$.

Ultima fază constă în maparea distanței până la faliment în probabilități efective de faliment pentru un anumit orizont de timp, probabilități numite frecvențe așteptate de faliment (*expected default frequencies, EDF*).

Pe baza unui eșantion de companii, care include și firme care au intrat în faliment, se poate estima, pentru fiecare orizont de timp, proporția de companii care pentru o anumită valoare a indicatorului DD , au intrat în faliment.

V.3. Modelul *CreditRisk+*

Modelul *CreditRisk+*, dezvoltat în 1997 de către Credit Suisse First Boston, are o abordare actuarială și tratează procesul falimentului, inclusiv rata de recuperare a obligației, ca exogen, ceea ce înseamnă că probabilitățile de intrare în faliment furnizate de model sunt bazate pe date statistice istorice.

Modelul *CreditRisk+* presupune că distribuția de probabilitate pentru numărul de falimente pentru orice perioadă de timp este o distribuție Poisson. Pe baza acestei ipoteze modelul produce distribuția pierderii pentru un portofoliu de obligațiuni sau de credite utilizând caracteristicile individuale ale fiecărui debitor și corelația dintre instrumentele din portofoliu.

Această abordare modelează doar probabilitatea de faliment a companiei, probabilitatea de tranziție fiind ignorată. Spre deosebire de modelul *KMV*, această metodologie nu încearcă să facă o legătură între faliment și structura capitalului. De asemenea, nu sunt făcute ipoteze cu privire la cauzele falimentului: un debitor A este fie în faliment, cu probabilitatea P_A , sau fie nu este în faliment, cu probabilitatea $1 - P_A$.

Modelul are ca ipoteze:

- Pentru un credit, probabilitatea de faliment într-o anumită perioadă, de exemplu un an, este la fel ca în orice alt an.

- Pentru un număr mare de debitori, numărul de falimente dintr-o perioadă este independent de numărul de debitori ce intră în faliment din orice altă perioadă.

Având în vedere aceste ipoteze, distribuția de probabilitate a numărului de falimente într-o anumită perioadă urmează o distribuție Poisson. Distribuția Poisson are avantajul că poate fi specificată pe baza unui singur parametru – media.

În aceste condiții,

$$Prob(n \text{ falimente}) = \frac{\bar{n}^n e^{-\bar{n}}}{n!}, \text{ pentru } n = 0, 1, 2, \dots$$

unde:

$$\bar{n} \text{ reprezintă numărul mediu de falimente pe an } \left(\bar{n} = \sum_A P_A \right).$$

Numărul anual de falimente, n , este o variabilă stohastică cu media \bar{n} și deviația standard $\sqrt{\bar{n}}$.

În vederea determinării frecvenței evenimentelor de faliment, este introdusă o nouă ipoteză: numărul mediu de falimente este la rândul său o variabilă stohastică, cu media \bar{n} și deviația standard $\sigma_{\bar{n}}$. Prin încorporarea acestei ipoteze distribuția devine leptokurtotică și asimetrică către dreapta.

Pentru a încorpora și severitatea pierderii în cazul intrării în faliment a debitorului, expunerea fiecărui debitor este ajustată cu rata așteptată de recuperare în vederea calculării pierderii în cazul falimentului debitorului (LGD).

Astfel, pierderea așteptată (EL) pentru debitorul A este: $EL_A = LGD_A \cdot P_A$.

În vederea derivării distribuției pierderii pentru un portofoliu diversificat, pierderile (expunerile ajustate funcție de ratele de recuperare) sunt divizate în benzi iar nivelul expunerii în fiecare bandă este aproximat de un singur număr. Fiecare bandă este considerată un portofoliu de credite/obligațiuni independent.

Notând cu:

L_j – expunerea în banda j , în unități L (de exemplu, $L = 100\,000\text{ USD}$),

EL_j – pierderea așteptată în banda j , în unități L ,

\bar{n}_j – numărul de falimente așteptat în banda j ,

Atunci,

$$EL_j = L_j \cdot \bar{n}_j \Rightarrow \bar{n}_j = \frac{EL_j}{L_j}$$

Notând cu E_A pierderea așteptată pentru debitorul A , în unități L ,

$$E_A = \frac{EL_A}{L},$$

atunci pierderea așteptată pentru un orizont de un an în banda j , EL_j , exprimată în unități L , este suma pierderilor așteptate E_A pentru toți debitorii care aparțin benzii j :

$$EL_j = \sum_{A:L_A=L_j} E_A.$$

În aceste condiții, numărul așteptat de falimente, pentru un orizont de un an, în banda j este:

$$\bar{n}_j = \frac{EL_j}{L_j} = \sum_{A:L_A=L_j} \frac{E_A}{L_j} = \sum_{A:L_A=L_j} \frac{E_A}{L_A}.$$

Pentru calcularea distribuției pierderilor pentru tot portofoliu de credite sunt parcurși trei pași.

1. Funcția generatoare de probabilitate pentru fiecare bandă.

Fiecare bandă este considerată un portofoliu de expuneri separat. Funcția generatoare de probabilitate pentru orice bandă, j , este:

$$G_j(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(\text{pierdere} = nL) z^n = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(n \text{ falimente}) z^{nL_j}$$

unde pierderea este exprimată în unități L de expunere.

Pentru calcularea distribuției pierderilor pentru întreg portofoliul, având în vedere ipoteza distribuției Poisson a numărului de falimente, atunci:

$$G_j(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\bar{n}_j} \bar{n}_j^n}{n!} z^{nL_j} = e^{-\bar{n}_j + \bar{n}_j z^{L_j}}$$

2. Funcție generatoare de probabilitate pentru întreg portofoliul

Deoarece s-a presupus că fiecare bandă a portofoliului total este independentă de celelalte benzi, funcția generatoare de probabilitate pentru întreg portofoliul este produsul funcțiilor generatoare de probabilitate pentru fiecare bandă:

$$G(z) = \prod_{j=1}^m e^{-\bar{n}_j + \bar{n}_j z^{L_j}} = e^{-\sum_{j=1}^m \bar{n}_j + \sum_{j=1}^m \bar{n}_j z^{L_j}}$$

unde $\bar{n} = \sum_{j=1}^m \bar{n}_j$ reprezintă numărul așteptat de falimente pentru întreg portofoliul.

3. Distribuția pierderilor pentru întreg portofoliul

Pe baza funcției generatoare de probabilitate pentru întreg portofoliul, $G(z)$, distribuția pierderilor rezultă din:

$$\Pr(\text{pierdere de } nL) = \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n G(z)}{dz^n} \right|_{z=0} = A_n \text{ pentru } n = 1, 2, \dots$$

Aceste probabilități pot fi exprimate printr-o soluție analitică și depind de două seturi de parametri: EL_j și L_j :

$$A_n = \sum_{j: L_j \leq n} \frac{EL_j}{n} A_{n-L_j}$$

$$\text{și } A_0 = G(0) = e^{-\bar{n}} = e^{-\sum_{j=1}^m \frac{EL_j}{L_j}}.$$

Credit Suisse propune câteva extensii ale acestui model:

- Extinderea modelului cu o singură perioadă la un model multi-perioadă,
- Introducerea de factori care să influențeze variabilitatea ratelor de producere a falimentelor, factori ce țin de sectorul de activitate al companiei debitoare. Astfel, fiecare factor, k , este reprezentat printr-o variabilă aleatoare, X_k , care reprezintă numărul de falimente în sectorul k și este considerată a avea o distribuție gamma. Apoi, rata medie a falimentelor pentru fiecare debitor este considerată a fi o funcție liniară a factorilor X_k . În plus, acești factori sunt considerați independenți.

În ambele cazuri, modelul *CreditRisk+* propune o soluție analitică pentru distribuția pierderilor portofoliului de credite/obligațiuni.

Acest model are avantajul că este ușor de implementat, necesitățile de calcul sunt limitate și impactul marginal asupra riscului de credit (introdus de o obligațiune) este ușor de încorporat. De asemenea necesitățile de date sunt limitate, pentru fiecare instrument fiind necesare doar probabilitatea de intrare în faliment și expunerea.

Principalele limitări ale modelului sunt faptul că metodologia presupune că nu există o relație între riscul de credit și riscul de piață (ratele de dobândă sunt presupuse a fi deterministe). În plus, modelul ignoră riscul de migrare, expunerea pe fiecare emitent este considerată constantă și nu este sensibilă la modificările posibile viitoare ale riscului de credit al debitorului sau la modificările ratei dobânzii.

De asemenea, similar cu modelele *CreditMetrics* și *KMV*, *CreditRisk+* nu poate evalua satisfăcător riscul de credit al produselor neliniare cum ar fi opțiunile și contractele swap valutare.

V.4. Modelul CreditPortfolioView

Compania de consultanță McKinsey a propus un model econometric care măsoară riscul de faliment (*default*), probabilitățile de faliment (*default*) depinzând de variabile macroeconomice, unele dintre ele corespunzând unor variabile financiare utilizate ca *proxy* pentru starea economiei: nivelul cursului de schimb și ratei dobânzii, rata de creștere a economiei, rata șomajului, cheltuielile guvernamentale, rata de economisire. Acest model corespunde evidenței empirice conform căreia ciclurile de credit și ciclurile economice sunt cointegrate. În plus, acest model prezintă și avantajul disponibilității datelor.

Premisele acestui model sunt:

- diversificarea ajută la reducerea incertitudinii pierderilor;
- există incertitudine – risc sistematic – în privința pierderilor, chiar și pentru cele mai diversificate portofolii;
- riscul sistematic al portofoliului este determinat în special de situația macroeconomică – în perioadele de recesiune înrăutățirea ratingurilor și intrările în incapacitate de plată cresc.

În dezvoltarea acestui model s-au avut în vedere contrapartidele cu rating speculativ (sub BBB) care sunt mai sensitive la ciclurile de credit și datele macroeconomice.

În cadrul acestui model (Cossin, Pirotte, 2001), probabilitățile sunt considerate a fi generate de o funcție logistică și depinzând de un indice al țării cu nivel de rating speculativ, care la rândul său este determinat, utilizând analiza multifactorială de variabile macroeconomice contemporane sau cu lag.

Probabilitatea de intrare în faliment pentru un debitor cu rating speculativ în sectorul/țara j , pentru perioada t este dată de:

$$P_{j,t} = \frac{1}{1 + e^{-Y_{j,t}}}, \quad (1)$$

unde $Y_{j,t}$ este un indice

$$Y_{j,t} = \beta_j^0 + \begin{bmatrix} \beta_j^1 & \beta_j^2 & \dots & \beta_j^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{j,t}^1 \\ X_{j,t}^2 \\ \dots \\ X_{j,t}^m \end{bmatrix} + v_{j,t}, \quad (2)$$

unde:

β_j este vectorul coeficienților (sensitivităților) pentru sectorul/țara j care se aplică vectorului de valori pentru j de m variabile macroeconomice, $X_{j,t}$;

$v_{j,t}$ reprezintă termenul de eroare, care este independent de $X_{j,t}$ și identic și normal distribuit: $v_{j,t}$ este i.i.d. cu $v_{j,t} \sim N(0, \sigma_j)$ și $v_t \sim N(0, \Sigma_v)$, unde v_t reprezintă vectorul inovațiilor $v_{j,t}$, și Σ_v este matricea lui de varianță-covarianță.

Variabilele macroeconomice sunt specificate pentru fiecare țară, iar atunci când sunt suficient de multe date disponibile, vectorul β_j poate fi calibrat. În plus, în implementarea propusă de McKinsey, se pornește de la ipoteza că fiecare dintre aceste variabile independente urmează un proces autoregresiv de ordinul 2 ($AR(2)$), astfel încât procesul $X_{j,t}$ are memorie:

$$X_{j,t}^i = \gamma_{j,0}^i + \begin{bmatrix} \gamma_{j,t-1}^i & \gamma_{j,t-2}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{j,t-1}^i \\ X_{j,t-2}^i \end{bmatrix} + \varepsilon_{j,t}^i, \quad (3)$$

unde:

$X_{j,t}^i$ reprezintă valoarea variabilei macroeconomice i , pentru segmentul j , la momentul t ,

vectorul de coeficienți γ_i^j reprezintă sensibilitățile față de informația anterioară,

$\varepsilon_{j,t}^i$ este presupus a fi i.i.d. cu $\varepsilon_{j,t}^i \sim N(0, \sigma_i)$ și $\varepsilon \sim N(0, \Sigma_\varepsilon)$, unde ε reprezintă vectorul termenilor de eroare pentru fiecare din cele i $AR(2)$ ecuații în segmentul j , iar Σ_ε este matricea lor de varianță-covarianță.

Ecuatiile (1), (2) și (3) definesc sistemul ce determină evoluția împreună a ratelor de intrare în faliment pentru țările/sectoarele cu rating speculativ și a variabilelor macroeconomice asociate, sistem ce trebuie calibrat.

În particular, pentru vectorul total al inovațiilor,

$$E_t = \begin{bmatrix} v_t \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} \sim N(0, \Sigma),$$

cu

$$\Sigma \equiv \begin{bmatrix} \Sigma_v & \Sigma_{v,\varepsilon} \\ \Sigma_{v,\varepsilon} & \Sigma_\varepsilon \end{bmatrix},$$

unde:

E este un vector $(j+i) \times 1$ al inovațiilor întregului sistem de ecuații;

Σ este matricea $(j+i) \times (j+i)$ de covarianță pentru erorile de prognoză a variabilelor macroeconomice (v) și șocurile de intrare în incapacitate de plată specifice fiecărui sector (ε);

$\Sigma_{v,\varepsilon}$ reprezintă matricea de corelație între erorile de prognoză a variabilelor macroeconomice (v) și șocurile de intrare în incapacitate de plată specifice fiecărui sector (ε).

Ulterior procesului de calibrare, utilizarea decompoziției Choleski a matricei Σ ,

$$\Sigma = AA',$$

permite simularea distribuției comune a probabilităților de intrare în faliment pentru toate segmentele. Această operație presupune trei pași:

1. Generarea unui vector de $(i + j)$ secvențe de realizări aleatoare $Z_t, t = \overline{1, n}$, pentru $(i + j) N(0, I)$ variabile aleatoare, unde I reprezintă matricea identitate cu dimensiunea $(i + j) \times (j + i)$.
2. Calculul lui $E_t = Az_t$, care încorporează corelațiile dintre variabilele macro și șocurile asupra ratelor de intrare în faliment ale sectoarelor.
3. Calcularea lui $Y_{j,t}$ și ulterior a lui $P_{j,t}$ utilizând sistemul de ecuații.

Calcularea matricei de tranziție condiționate. Odată ce ratele de intrare în incapacitate de plată sunt calculate pentru fiecare țară/sector economic, se poate determina matricea de tranziție unică Markov pentru fiecare din țările/sectoarele economice. Pentru determinarea acestor matrice se parcurg următorii pași:

1. Calcularea matricei Markov de tranziție pentru fiecare din sectoarele economice utilizând datele istorice ale agențiilor de rating (notată cu ϕM). Această matrice reprezintă probabilitatea de a trece dintr-un rating în altul într-o anumită perioadă de timp (de regulă un an). Ca urmare, această matrice este necondiționată și reprezintă probabilitatea pe termen lung de migrare, ignoră situația macroeconomică actuală.
2. Pe baza probabilităților de intrare în faliment simulate SDP_t ($P_{j,t}$ simulate) pentru fiecare sector, se poate calcula raportul lor față de media istorică ϕSDP (probabilitatea necondiționată de intrare în faliment), $\frac{SDP_t}{\phi SDP}$, ținând cont de faptul că o probabilitate mai mare decât 1 corespunde unei perioade de recesiune economică, cu creșterea migrărilor către ratinguri mai nefavorabile.
3. Aceste rapoarte vor fi utilizate ulterior pentru adaptarea probabilităților de migrare ale matricei ϕM pentru obținerea unei matrice de tranziție M_t , care este condiționată de starea economiei. Atunci,

$$M_t = M \left(\frac{P_{j,t}}{\phi SDP} \right),$$

adică, o parte din probabilitate este mutată către stările de înrăutățire a ratingului și intrare în incapacitate de plată atunci când $\frac{P_{j,t}}{\phi SDP}$ este mai mare ca 1, și vice versa atunci când este mai mic decât 1.

4. Simularea poate fi realizată pentru orice orizont de timp ceea ce permite generarea unei matrice de tranziție multiperioadă pentru un orizont de timp T ,

$$M_T = \prod_{t=1, \dots, T} M \left(\frac{P_{j,t}}{\phi SDP} \right).$$

Utilizând aceeași metodologie de simulare, matricea de tranziție condiționată este reprodusă de mai multe ori pentru generarea distribuției de probabilitate multivariate de migrare și de intrare în incapacitate de plată pentru orice rating și orice orizont de timp. Din această distribuție poate fi calculată orice măsură de *CreditVAR*.

V.5. Modele bazate pe evaluarea risc-neutrală - Sistemul de Analiză al Creditelor

Aplicarea probabilităților risc-neutrale pentru evaluarea activelor a fost introdusă de Arrow (1953) și ulterior îmbunătățită de Harrison și Kreps (1979), Harrison și Pliska (1981) și Kreps (1982).

O piață este risc-neutrală dacă toate activele sunt tranzacționate pe o piață pe care toți investitorii sunt dispuși să accepte, de la orice activ cu risc, același randament așteptat ca și rata fără risc. Astfel, pe o piață financiară pe care investitorii au un comportament risc-neutral, prețurile tuturor activelor pot fi determinate prin actualizarea cash-flow-urilor așteptate în viitor cu rata fără risc.

Relația de echilibru, în care randamentul așteptat al unui activ este egal cu rata fără risc, poate fi aplicată pentru a determina probabilitățile de faliment risc-neutrale implicite, probabilități numite și măsuri martingale echivalente. Aceste estimări forward-looking ale riscului de faliment al unui activ pot fi comparate cu probabilitățile istorice estimate (probabilitățile de tranziție).

Probabilitățile risc-neutrale de faliment pot fi determinate în două moduri:

- pe baza spread-urilor obligațiunilor zero-cupon,
- din cursurile bursiere ale acțiunilor debitorilor (modelul lui Merton).

Metodologia utilizată pentru determinarea probabilităților de faliment pe baza spread-ului obligațiunilor zero-cupon a fost introdusă de Litterman și Iben (1991). Considerând două curbe de randament zero-cupon pentru titluri de stat și obligațiuni

cu risc de credit, la echilibru, pe baza evaluării neutre la risc, randamentul așteptat al obligațiunii corporatiste, trebuie să fie egal cu rata fără risc (randamentul titlului de stat)⁷:

$$p_1 \cdot (1 + k_1) = 1 + i_1$$

unde:

p_1 reprezintă probabilitatea implicită neutră la risc a îndeplinirii obligațiilor de plată ale debitorului pentru un orizont de un an,

$1 + k_1$ reprezintă randamentul așteptat pentru un orizont de un an al obligațiunii corporatiste,

$1 + i_1$ reprezintă rata fără risc pentru orizontul de un an.

De aici, probabilitatea neutră la risc a intrării în faliment a debitorului, într-un orizont de un an, p_1^* , este:

$$p_1^* = 1 - p_1 = 1 - \frac{1 + k_1}{1 + i_1}$$

Probabilitățile de faliment pentru anul 2, 3, ..., n sunt obținute pe baza ratelor forward derivate din cele două curbe de randament.

Conform lui Ginzberg (1994) și Belkin (1998), relația dintre probabilitățile risc-neutrale și probabilitățile istorice de faliment este reflectată de prima de risc. Astfel, spread-ul, ϕ , dintre randamentul (cu un orizont de un an) al unei obligațiuni corporatiste și randamentul unui titlu de stat va reflecta probabilitatea de faliment neutră la risc, p_1^* , și pierderea cumpărătorului obligațiunii corporatiste în cazul falimentului debitorului (*LGD*):

$$\phi_1 = p_1^* \cdot LGD.$$

Alternativ, spread-ul poate fi caracterizat ca fiind o compensație pentru investitori atât pentru pierderea așteptată, ε_1 , cât și pentru pierderea neașteptată, u_1 :

$$\phi_1 = \varepsilon_1 + u_1.$$

⁷ Presupunând că rata de recuperare în cazul neîndeplinirii obligațiilor de plată ale debitorului este zero

Pierderea așteptată, ε_1 , poate fi considerată ca fiind egală cu media istorică a probabilității de faliment pentru acest tip de debitor, care se obține din produsul probabilității istorice de tranziție, t_1 , cu LGD :

$$\varepsilon_1 = t_1 \cdot LGD.$$

Componenta neașteptată a pierderii, u_1 , poate fi considerată a fi egală cu produsul dintre probabilitatea neașteptată de faliment și LGD .

Astfel, din relațiile de mai sus rezultă:

$$\phi_1 = p_1^* \cdot LGD = t_1 \cdot LGD + u_1,$$

relație pe baza căreia se pot calcula p_1^* și u_1 .

Ca urmare, pe baza LGD , diferența dintre probabilitatea de faliment neutră la risc, p^* , și probabilitatea istorică de faliment, t_1 , reprezintă o primă de risc care reflectă probabilitatea de faliment neașteptată.

Probabilitățile neutre la risc oferă posibilitatea evaluării și marcării la piață a creditelor. Conform lui Ginzberg (1994), presupunând cunoscute rata fără risc pentru un orizont de un an, r , probabilitatea de faliment neutră la risc, p_1^* , și LGD și se dorește determinarea spread-ului, s , astfel încât valoarea prezentă a unui credit de o unitate (NPV) pentru un orizont de un an, să fie o unitate, atunci s rezultă din relația:

$$E(NPV) = \frac{(1 - p_1^*) \cdot (1 + r + s) + p_1^* (1 - LGD)}{1 + r}.$$

Ginzberg și KPMG prin Sistemul de Analiză a Creditelor au încercat să extindă metodologia de evaluare pentru credite cu scadență mai mare de un an. Astfel, KPMG a sugerat o metodologie de evaluare a similară cu modelele binomiale/multinomiale de evaluarea a obligațiunilor, cu diferența că probabilitățile de tranziție înlocuiesc probabilitățile de evoluție a ratelor dobânzii. Acest model oferă flexibilitate în sensul că poate capta modificările de spread de credit și impactul opțiunilor atașate creditului.

Cap VI. Utilizarea instrumentelor financiare derivate pentru hedging-ul riscului de credit

VI.1. Instrumentele derivate pe risc de credit

Instrumentele derivate pe risc de credit reprezintă (Das, 2004) o categorie de instrumente financiare (tranzacționate pe piața OTC) a căror valoare este derivată din valoarea de piață datorată riscului de credit a unei entități private sau guvernamentale, altele decât contrapartidele implicate în tranzacția cu instrumente derivate pe risc de credit.

Ultima parte a definiției este critică, ea captând rolul instrumentelor derivate pe risc de credit în tranzacționarea riscului de credit al unei anumite entități de către două părți care pot să nu aibă nici o relație comercială sau financiară cu entitatea al cărei risc de credit este tranzacționat.

Principala caracteristică a acestor instrumente este separarea și izolarea riscului de credit, ceea ce facilitează tranzacționarea riscului de credit în vederea:

- replicării,
- transferului,
- hedging-ului.

Apariția unui anumit eveniment de credit („*credit event*”) conduce la o plată a vânzătorului instrumentului derivat către cumpărătorul acesteia. Contractele specifică livrare fizică sau compensare în numerar. În cazul livrării fizice, cumpărătorul instrumentului transferă vânzătorului acestuia obligația suport cu principalul egal cu valoarea nominală specificată în contractul derivat. Simultan, vânzătorul contractului derivat plătește cumpărătorului 100 la sută din valoarea nominală. În cazul compensării în numerar, cumpărătorul contractului derivat primește de la vânzătorul acestuia diferența dintre valoarea nominală și valoarea finală a valorii nominale a activului suport.

Evenimentul de credit este precis definit, determinat prin negocierea dintre părți la încheierea contractului derivat pe risc de credit. Standardele de piață specifică în

general existența informației publice care să confirme apariția evenimentului de credit.

În documentația legală dintre părți, următoarele evenimente de credit pot fi menționate:

- Înrautățire a rating-ului sub un anumit nivel minim,
- Restructurare (financiară sau a datoriei),
- Faliment,
- Neplata cuponului/dobânzii la scadență,
- Modificarea spread-ului peste un anumit nivel maxim.

Documentația ISDA (1999) prevede următoarele 8 evenimente de credit:

- Faliment,
- Înrautățire a rating-ului,
- Achiziție/fuziune,
- Restructurare a datoriei,
- Accelerare a obligației (*obligation acceleration*),
- Falimentul unei entități cu care entitatea de referință este în relații strânse (*cross default*),
- Neplata cuponului/dobânzii la scadență,
- Repudiere a datoriei.

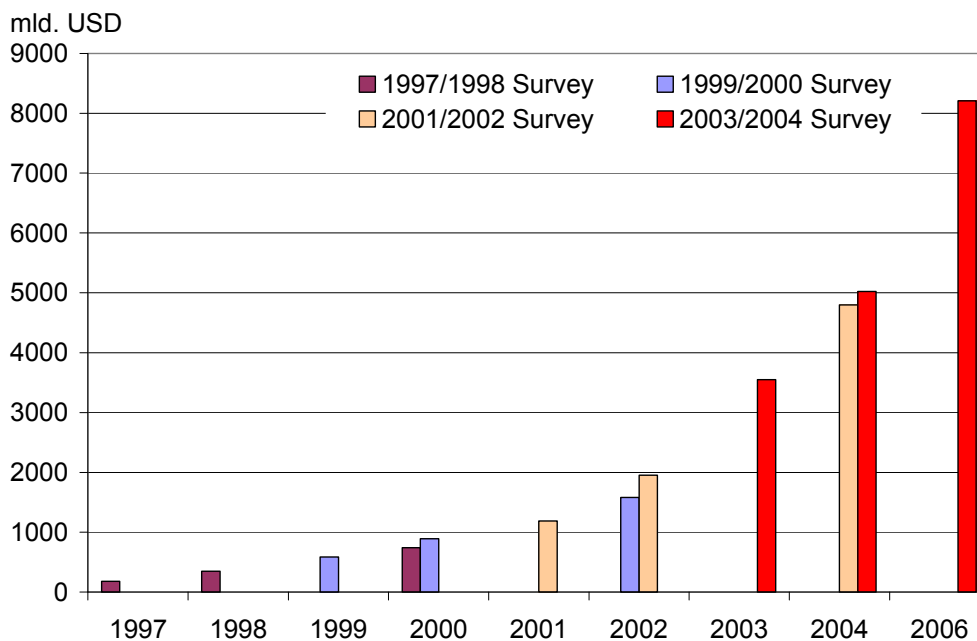
Cererea principală de derivative pe risc de credit provine de la bănci/instituții financiare și investitori instituționali. Utilizarea contractelor derivate pe risc de credit de către bănci este motivată de dorința de realizare de operațiuni de hedging sau de a-și asuma riscul de credit, de a îmbunătăți (sintetic) diversificarea portofoliului sau de a îmbunătăți managementul portofoliului de credite.

Cererea de astfel de instrumente din partea investitorilor instituționali este motivată de:

- posibilitatea de a adăuga valoare portofoliului prin intermediul tranzacționării riscului de credit (fără achiziționarea activului însuși),
- oportunitatea de a gestiona riscul de credit al investiției,
- imposibilitatea investitor instituționali de a participa în piața creditelor,
- oportunități de arbitraj.

Piața acestor instrumente a avut o evoluție explozivă, conform British Bankers' Association, 2004, volumul tranzacțiilor în anul 2003 fiind de 3548 miliarde de dolari (comparativ cu un volum de numai 180 miliarde în anul 1997). Conform aceleiași surse, în anul 2006, volumul tranzacțiilor va atinge 8400 miliarde de dolari.

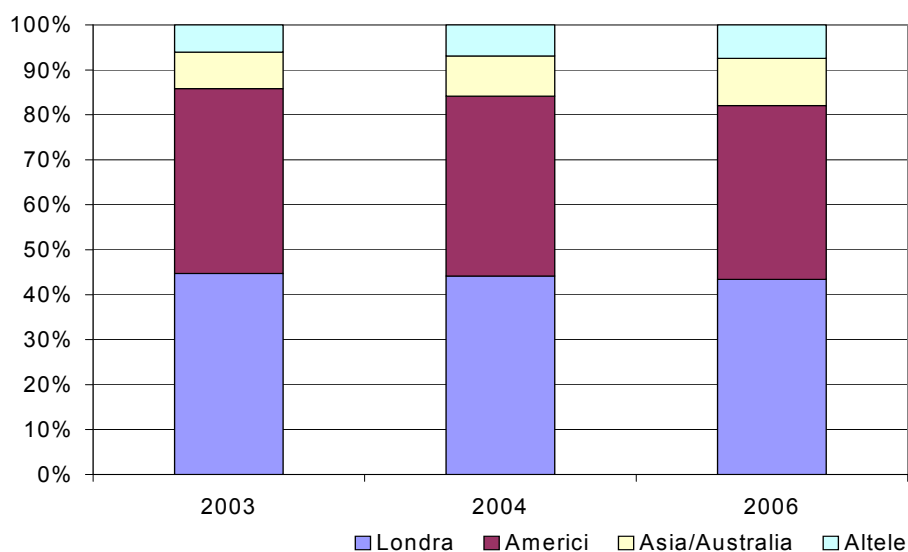
Grafic 3. Piața globală a derivatelor pe risc de credit



Sursa: British Banker's Association, 2004

Din punct de vedere al localizării geografice, Londra este centrul principal de tranzacționare al acestor instrumente derivate, urmat la mică distanță de New York și la mare distanță de restul Europei și Asia.

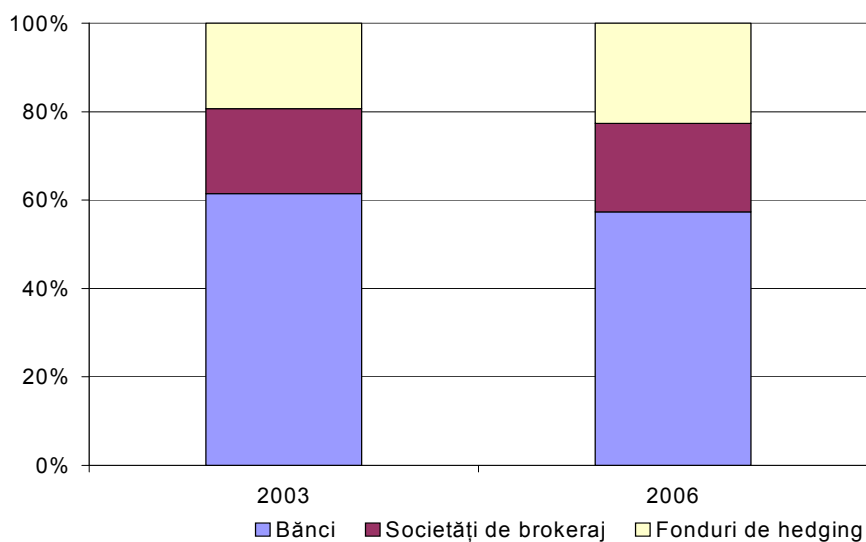
Grafic 4. Localizare geografică



Sursa: British Banker's Association, 2004

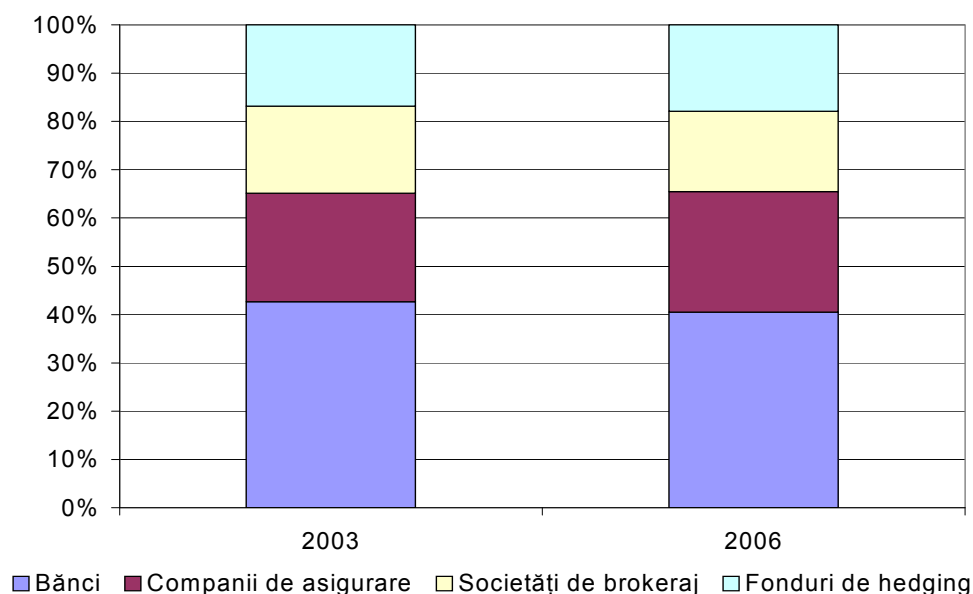
Principalii cumpărători de instrumente derivate pe risc de credit, conform British Bankers' Association, 2004, sunt băncile (cu o pondere în ușoară scădere), urmate de fondurile de hedging și fondurile de brokeraj; iar principalii vânzători de asemenea instrumente sunt băncile, companiile de asigurare societățile de brokeraj și fondurile de hedging.

Grafic 5. Cumpărători



Sursa: British Banker's Association, 2004

Grafic 6. Vândători



Sursa: British Banker's Association, 2004

Aceste instrumente pot fi clasificate în funcție de:

- activul (creditul) suport (*reference obligation*), care poate fi al unei singure entități sau a mai multor entități (*reference entity*),
- condițiile de exercitare care pot fi un eveniment de credit (intrare în incapacitate de plată) sau o majorare a spread-ului,
- *payoff*-ul, care poate fi fix sau variabil (liniar sau neliniar).

Instrumentele derivate pe risc de credit sunt:

1. Contracte *swap* pe riscul de credit (*credit default swap, credit swap, default swap*),
2. Opțiuni pe risc de credit (*credit default options*),
3. Swap pe risc de credit pentru entități multiple (*basket default swap*),
4. *Swap* pe randamentul total (*total return swap, total rate of return swap*),
5. Opțiuni pe spread-ul de credit (*credit spread options*),
6. Contracte forward pe spread (*credit spread forwards*),
7. *Credit linked notes*.

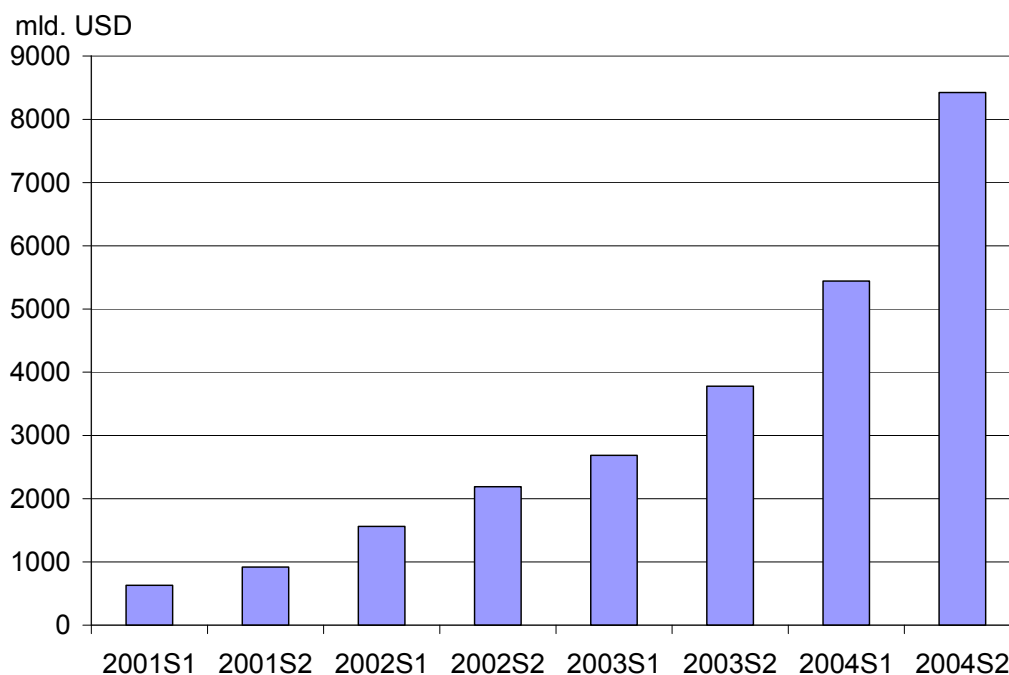
VI.2. Credit default swap

Aceste contracte sunt cele mai utilizate în managementul riscului de credit, și reprezintă contracte bilaterale în care plăți fixe periodice (sau o singură primă în cazul

credit default option) sunt făcute vânzătorului de protecție în schimbul plății pe care o va efectua vânzătorul în cazul apariției unui eveniment de credit specificat în contract. De obicei prima este cotate în puncte de bază ce se multiplică cu valoarea nominală. Activul suport (activul de referință) al contractului poate un singur instrument financiar (de exemplu o obligațiune) sau un coș de instrumente.

Acest tip de instrument este cel mai utilizat produs derivat pe risc de credit, având o pondere de peste 50 la sută în totalul tranzacțiilor cu instrumente derivate pe risc de credit. Conform ISDA, 2005, volumul tranzacțiilor *cu credit default swap* a crescut de la 631 miliarde dolari (în primul semestru al anului 2001) la peste 8400 miliarde dolari în semestrul doi, 2004.

Grafic 7. Volumul tranzacțiilor



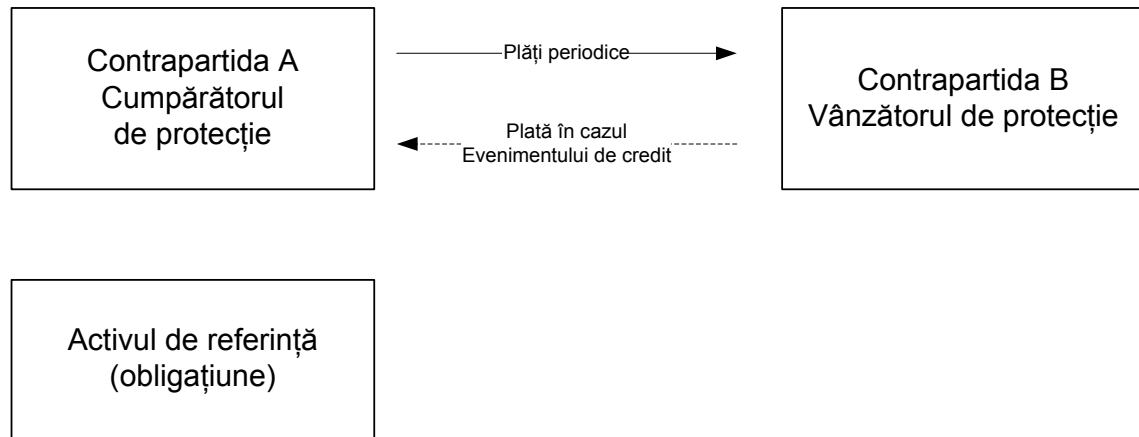
Sursa: ISDA, 2005

Credit default swap-ul poate fi utilizat în vederea transferării expunerii la risc de credit unei alte părți. De exemplu, băncile pot utiliza acest contract pentru tranzacționarea spread-ului de credit pentru obligațiuni emise de entități private sau de guverne, fără a poseda aceste instrumente.

Scadența contractului nu trebuie să fie aceeași cu cea a activului de referință și în cele mai multe cazuri nu este. În cazul *default*-ului, contractul se consideră încheiat și

vânzătorul de protecție va calcula și plăti cumpărătorului plata pentru *default* (*default payment*).

Structura unui *credit default swap* poate fi reprezentată după cum urmează:



Fluxurile ce au loc în derularea contractului sunt:

- Plăți periodice (*premium leg*) ale cumpărătorului de protecție: puncte de bază din valoarea nominală;
- Plata primită de cumpărătorul protecției în cazul producerii evenimentului de credit (*protection leg*): valoarea nominală a obligațiunii \times [100 – prețul obligațiunii după producerea evenimentului stipulat în contract].

Ca urmare *payoff*-ul acestui instrument este binar.

Evaluarea acestui tip de contract (Hull, 2003) pornește de la următoarele ipoteze:

- valoarea noționalului de o unitate monetară (pentru conveniență);
- evenimentele de credit, ratele de dobândă și ratele de recuperare sunt independente;
- în cazul evenimentului de credit, datoria emitentului instrumentului de credit este compusă din valoarea nominală a instrumentului și dobânda acumulată;
- evenimentul de credit poate surveni doar la momentele t_1, t_2, \dots, t_n .

Definim:

T – scadența contractului de *credit default swap* în ani;

p_i – probabilitatea neutră la risc de producere a evenimentului de credit la momentul t_i ;

\hat{R} – rata așteptată de recuperare a obligației debitorului într-un mediu neutru la risc;

$u(t)$ – valoarea prezentă a plăților la o rată de o unitate monetară pe an la scadența plăților între momentul 0 și momentul t ;

$e(t)$ – valoare prezentă a plăților la momentul t egal cu $t - t^*$ unități monetare, unde t^* este data plății imediat precedentă momentului t (atât t cât și t^* sunt măsurate în ani);

$v(t)$ – valoarea prezentă a unei unități monetare primite în momentul t ;

w – plăți pe an ale cumpărătorului contractului *credit default swap* pe o unitate monetară;

s – valoarea lui w astfel încât valoarea contractului *credit default swap* este 0;

π – probabilitatea neutră la risc de a nu exista nici un eveniment de credit de-a lungul existenței contractului *swap*;

$A(t)$ – dobânda acumulată a instrumentul de credit la momentul t , calculată ca procent din valoarea nominală a acestuia.

Valoarea lui π este egală cu 1 minus probabilitatea ca evenimentul de credit să se producă. Aceasta poate fi calculată pe baza p_i :

$$\pi = 1 - \sum_{i=1}^n p_i.$$

Plățile cumpărătorului de protecție durează până la minimul dintre momentul de producere a evenimentului de credit sau T . Ca urmare, valoarea prezentă a plăților este:

$$w \cdot \sum_{i=1}^n [u(t_i) + e(t_i)] \cdot p_i + w \cdot \pi \cdot u(T).$$

În cazul apariției unui eveniment de credit la momentul t_i , valoarea așteptată, în condiții de neutralitate la risc, a instrumentului de credit, ca procent din valoarea sa nominală este $[1 + A(t_i)] \cdot \hat{R}$. Ca urmare, valoarea așteptată a contractului *credit default swap*, în condiții de neutralitate la risc este

$$1 - [1 + A(t_i)] \cdot \hat{R} = 1 - \hat{R} - A(t_i) \cdot \hat{R}.$$

Valoarea prezentă a contractului *CDS* este:

$$\sum_{i=1}^n [1 - \hat{R} - A(t_i) \cdot \hat{R}] \cdot p_i \cdot v(t_i)$$

iar valoarea contractului *CDS* pentru cumpărătorul de protecție este egală cu valoarea prezentă a *payoff*-ului așteptat minus valoarea prezentă a plăților făcute de cumpărătorul de protecție:

$$\sum_{i=1}^n [1 - \hat{R} - A(t_i) \cdot \hat{R}] \cdot p_i \cdot v(t_i) - w \cdot \sum_{i=1}^n [u(t_i) + e(t_i)] \cdot p_i + w \cdot \pi \cdot u(T).$$

Spread-ul *CDS*, s , este valoarea lui w pentru care expresia de mai sus este zero:

$$s = \frac{\sum_{i=1}^n [1 - \hat{R} - A(t_i) \cdot \hat{R}] \cdot p_i \cdot v(t_i)}{\sum_{i=1}^n [u(t_i) + e(t_i)] \cdot p_i + \pi \cdot u(T)},$$

și reprezintă plata anuală, calculată ca procent din valoarea noțională a principalului pentru contractul *credit default swap*.

VI.3. Opțiuni binare pe risc de credit

Aceste opțiuni oferă o protecție minimă împotriva riscului de credit. Vânzătorul unei asemenea opțiuni plătește în cazul în care are loc falimentul sau înrăutățirea ratingului entității emitente a activului suport.

Acestea sunt clasificate în două grupe:

1. Opțiuni (put) binare pe risc de credit cu plată predeterminată – care plătesc cumpărătorului o sumă fixă, agreată la inițierea contractului, în cazul intrării în faliment a entității emitente a activului suport. Falimentul poate fi definit ca faliment efectiv (încetare a plăților) sau faliment tehnic (capital negativ). În cazul falimentului tehnic, prin prețul de exercițiu se poate specifica valoarea minimă a capitalului sub care opțiunea este exercitată.
2. Opțiuni binare bazate pe rating-ul de credit al entității de referință. Aceste opțiuni plătesc deținătorului în cazul în care rating-ul emisiunii sau al entității emitente scade sub un anumit nivel specificat la încheierea contractului. Plata poate fi structurată după cum urmează:

- a. Obligația poate fi vândută la un preț fix vânzătorului opțiunii (opțiune put),
- b. Plata opțiunii poate fi diferența dintre o anumită valoare de referință (valoarea nominală) și valoarea de piață (opțiune put),
- c. Opțiunea poate plăti un număr predeterminat de puncte de bază peste cuponul obligațiunii suport în cazul unei înrăutățiri a rating-ului de credit a activului suport sau entității emitente (opțiune call).

VI.4. Basket default swap

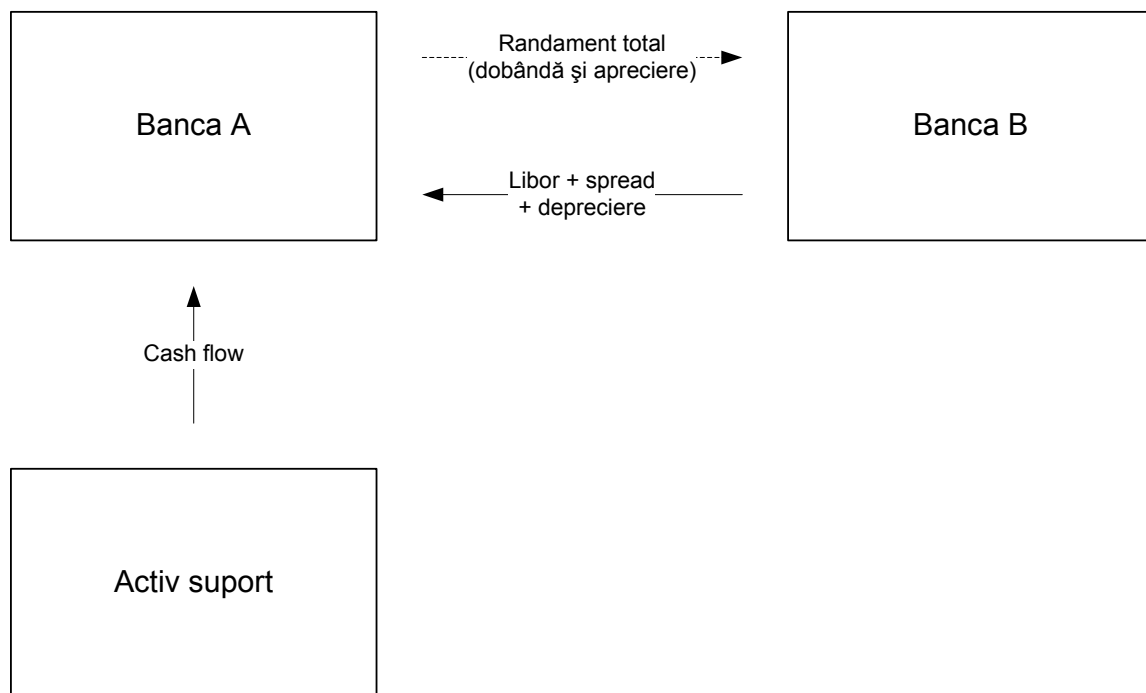
Spre deosebire de contractele *credit default swap* în care cumpărătorul de protecție primește o plată în cazul în care o anumită entitate intră în incapacitate de plată, contractele *basket default swap* au de regulă, de la 3 la 5 entități de referință. Payoff-ul acestor opțiuni este bazat pe evenimente de credit asociate acestor entități. Valoarea maximă ce poate fi plătită se regăsește implicit sau explicit în contract.

Cele mai cunoscute tipuri de contracte sunt:

1. *Senior basket default swap*. În contract este specificată o plată maximă pentru fiecare entitate de referință iar vânzătorul contractului începe să plătească după ce un anumit nivel (prag) este atins. Valoarea maximă ce poate fi plătită este suma plăților maxime pentru fiecare entitate minus valoarea prag.
2. *Subordinated basket default swap*. În contract este specificată o plată maximă pentru fiecare entitate și este specificată de asemenea plata maximă agregată. Nu există valoare prag iar plățile încep de la primul eveniment de credit.
3. *N-to-default swap*. Plata despăgubirii este declanșată de al N -lea eveniment de credit. Pentru primele $N - 1$ evenimente de credit nu se fac plăți compensatorii. După această plată contractul este terminat. De obicei în contract poate fi specificată și plata maximă care poate fi primită de cumpărătorul de protecție.

VI.5. Total return swap

Un *swap* pe randamentul total (*total return swap*, *total rate of return swap*) reprezintă un contract între două părți prin care acestea se angajează să schimbe între ele randamentul total al unui instrument de credit (cash flow-ri și modificări ale prețului) contra unor plăți periodice.



VI.6. Credit spread options

Opțiunile put pe spread-ul de credit (*credit spread put*) permit cumpărătorului acestei opțiuni să vândă instrumentele de credit la o anumită valoare vânzătorului opțiunii în cazul în care spread-ul de credit al acestora se majorează. Printre condițiile care pot conduce la majorarea spread-ului pot fi înrăutățirea rating-ului de credit sau intrarea în incapacitate de plată a emitentului.

Payoff-ul unui *credit spread put* este:

$$OV_t = VN \times \frac{\max[(X_t - P_t), 0]}{100}, \text{daca}(BY_t - RY_t) > SS$$

unde:

OV_t reprezintă *payoff*-ul opțiunii,

VN – valoarea nominală a instrumentului de credit (obligațiune),

P_t – prețul instrumentului de credit la momentul t ,

X_t – prețul de exercițiu la momentul t , care este prețul obligațiunii la yield-ul ($RY_t + SS$),

RY_t – yield-ul de referință la momentul t , de obicei LIBOR sau yield-ul la titluri de stat,

BY_t – yield-ul obligațiunii de referință la momentul t ,

SS – spread-ul de exercitare a opțiunii.

Opțiunile call pe spread-ul de credit (*credit spread call*) îi conferă cumpărătorului cupoane suplimentare. Valoarea lor este determinată de diferența dintre spread-ul existent pe piață și spread-ul de referință, iar *payoff*-ul este o funcție crescătoare a spread-ului de credit.

Payoff-ul unui *credit spread call* este:

$$OV_t = \max \{[(BY_t - RY_t - SS) \times NP \times RF], 0\}$$

unde:

OV_t reprezintă *payoff*-ul opțiunii,

NP – noționalul principalului,

RY_t – yield-ul de referință la momentul t , de obicei LIBOR sau yield-ul la titluri de stat,

BY_t – yield-ul obligațiunii de referință la momentul t ,

SS – spread-ul de exercitare a opțiunii,

RF – modificarea procentuală a prețului ca datorată unei modificări de 100 bp a spread-ului – factor de ajustare pentru sensibilitatea față de rata dobânzii.

VI.7. Credit forward

Ceea ce deosebește *credit forward*-ul de o opțiune pe spread-ul de credit este posibilitatea existenței unui *payoff* negativ în cazul contractului *forward*.

Payoff-ul acestui contract este:

$$FV_t = (BY_t - RY_t - SS) \times NP \times RF$$

unde:

FV reprezintă *payoff*-ul contractului *forward*.

Cap. VII. Amendamentul Acordului Basel pentru încorporarea riscului de piață

VII.1. Caracteristici

În anul 1995, Comitetul de Supraveghere Bancară al Băncii Reglementelor Internaționale cu sediul la Basel a publicat o propunere consultativă pentru amendarea acordului din 1988 privind adecvarea capitalului (Basel I) pentru încorporarea și a riscului de piață în calculul cerințelor de capital. În anul 1996 acest amendament a intrat în vigoare și a rămas în vigoare și ulterior adoptării acordului Basel II sub denumirea de BIS 98.

Conform acestui amendament, începând cu anul 1998 băncile trebuie să constituie rezerve de capital, pe lângă riscul de credit, și pentru riscul de piață.

Riscul de piață este definit ca riscul de a înregistra pierderi atât din pozițiile bilanțiere cât și din cele extrabilanțiere datorită evoluțiilor prețurilor activelor. Riscurile supuse acestor reglementări sunt:

- Riscul implicat de tranzacționarea instrumentelor sensibile la rata dobânzii și la evoluția cursului acțiunilor;
- Riscul de curs de schimb și riscul legat evoluția prețului mărfurilor.

În cazul primului tip de riscuri, se constituie rezerve de capital pentru valoarea de piață a portofoliului de asemenea instrumente ținute, pe termen scurt, în vederea tranzacționării (proprietar). În cazul celui de al doilea tip de riscuri, se constituie rezerve de capital pentru pozițiile totale ale instituțiilor financiare, mai puțin pozițiile structurale.

Pentru măsurarea riscului de piață o instituție financiară poate alege, pe baza aprobării instituției de supraveghere, între două metodologii:

- Metodologia standard – descrisă de către Amendament,
- Metodologia alternativă – care permite băncilor să utilizeze propriile modele de management al riscului de piață. Aplicarea acestei metodologii este condiționată de îndeplinirea de către bancă a anumitor cerințe și presupune aprobarea explicită de către instituția de supraveghere a sistemului bancar.

Cerințele de capital sunt calculate, similar celor pentru risc de credit, prin aplicarea unui procent de 12,5 la sută activelor, iar capitalul ce trebuie constituit este din capital de categoria I (capital social și profit reportat), categoria a II-a (capital suplimentar) și cu anumite condiții categoria a III-a (datorii pe termen scurt subordonate).

VII.2. Metodologia standard

VII.2.1. Managementul riscul de rată de dobândă

Instrumentele care se iau în considerare pentru riscul de rată de dobândă sunt toate instrumentele de datorie cu rate fixe și variabile (inclusiv obligațiunile convertibile în acțiuni).

Cerința minimă de capital este constituită din suma a două componente, una aplicabilă riscului specific al fiecărui instrument, indiferent dacă este o poziție *long* sau *short*, iar cealaltă portofoliului (riscului de piață general), unde pozițiile *long* și *short* în diferite instrumente pot fi compensate.

În cazul riscului specific, cerințele de capital se stabilesc prin aplicarea unor ponderi fiecărui instrument (indiferent dacă poziția este *long* sau *short*), compensarea fiind permisă doar în cazul instrumentelor identice. Ponderile aplicate sunt:

Tabel 18. Ponderi aplicate instrumentelor funcție de contrapartidă

Debitor	Pondere (procente)
Guvern	0,00
Calificat	0,25 (perioada reziduală până la maturitate cel mult 6 luni) 1,00 (perioada reziduală până la maturitate cuprinsă între 6 și 24 luni) 1,60 (perioada reziduală până la maturitate mai mare de 24 luni)
Alți	8,00

Categoria „guvern” include toate atât guvernele centrale cât și cele regionale sau locale. Debitorii calificați sunt cei cu rating *investment grade*⁸ fie acordat de cel puțin două agenții de rating fie încadrați de bancă în această categorie (necesită aprobarea prealabilă a instituției de supraveghere bancară).

⁸ Cu un rating de cel puțin Baa acordat de Moody’s și cel puțin BBB de către Standard and Poors.

Pentru riscul de piață general se poate opta între două metode de calcul – bazate pe maturitate și durată. În cazul fiecărei metode, cerința de capital rezultă din suma a patru componente:

- poziția *short* sau *long* a portofoliului de instrumente de debit,
- o proporție din poziția separată în fiecare bandă de timp (scadență) – separare (compensare) pe verticală,
- o proporție din poziție pentru benzi de timp diferite – separare (compensare) pe orizontală,
- o cerință de capital pentru poziția în opțiuni.

În cazul metodei bazată pe maturitate, pozițiile *long* sau *short* în instrumente ce risc de rată de dobândă, inclusiv contractele derivate, sunt separate funcție de maturitate⁹ în 13 benzi de maturitate. Pozițiile de sens contrar în aceleași emisiuni (dar nu emisiuni diferite ale aceluiași debitor) pot fi omise, și de asemenea pot fi omise contractele *swap*, *forward*, *futures* și *FRA* de sens contrar.

Primul pas în calcularea cerințelor de capital este aplicarea unei ponderi fiecărei benzi de maturitate, pondere care să reflecte sensibilitatea prețului pozițiilor la modificări ale ratei dobânzii. Ponderile aplicate sunt prezentate în Tabelul 18.

Tabel 18. Ponderi aplicate instrumentelor funcție de scadență

Cupon de 3 la sută sau mai mare	Cupon mai mic de 3 la sută	Pondere de risc (la sută)	Modificare de yield
1 lună sau mai puțin	1 lună sau mai puțin	0,00	1,00
între 1 și 3 luni	între 1 și 3 luni	0,20	1,00
între 3 și 6 luni	între 3 și 6 luni	0,40	1,00
între 6 și 12 luni	între 6 și 12 luni	0,70	1,00
între 1 și 2 ani	între 1 și 1,9 ani	1,25	0,90
între 2 și 3 ani	între 1,9 și 2,8 ani	1,75	0,80
între 3 și 4 ani	între 2,8 și 3,6 ani	2,25	0,75
între 4 și 5 ani	între 3,6 și 4,3 ani	2,75	0,75
între 5 și 7 ani	între 4,3 și 5,7 ani	3,25	0,70
între 7 și 10 ani	între 5,7 și 7,3 ani	3,75	0,65
între 10 și 15 ani	între 7,3 și 9,3 ani	4,50	0,60
între 15 și 20 ani	între 9,3 și 10,6 ani	5,25	0,60

⁹ Instrumentele cu rate fixe de dobândă funcție de termenul rezidual până la scadență iar instrumentele cu rate de dobândă variabile funcție de termenul rezidual până la resetare.

peste 20 ani	între 10,6 și 12 ani	6,00	0,60
	între 12 și 20 ani	8,00	0,60
	peste 20 ani	12,50	0,60

Al doilea pas constă în compensarea pozițiilor *long* și *short* din fiecare bandă, de unde rezultă o singură poziție pentru fiecare bandă. Deoarece fiecare bandă include diferite instrumente și diferite maturități se aplică o cerință de capital de 10 la sută minimumului dintre cele două poziții, pentru a reflecta *basis risk* și *gap risk*.

În al treilea pas, băncile pot să reducă de două ori cerințele de capital, prima oară între pozițiile nete în fiecare dintre cele 3 zone (până la un an, între unul și patru ani, peste patru ani) și ulterior între pozițiile nete ale celor trei zone.

În cazul metodei bazate pe durată, băncile care au infrastructura necesară pot, cu acordul instituției de supraveghere, să măsoare riscul de piață calculând sensibilitatea portofoliului prin calculul sensibilității prețului la rata dobânzii pentru fiecare instrument din portofoliu. Etapele de calcul al riscului în cazul acestei metode sunt:

- calculul sensibilității prețului fiecărui instrument pentru o modificare a ratei dobânzii cuprinsă între 0,6 și 1,0 puncte procentuale, funcție de maturitatea instrumentului;
- separarea portofoliului în 15 benzi funcție de durată;
- aplicarea unui procent de 5 la sută pozițiilor *long* și *short* din fiecare bandă pentru capturarea *basis risk*;
- utilizarea poziției nete din fiecare bandă pentru compensarea pe orizontală (între zone).

În cazul contractelor derivate (*futures*, *forward*, *FRA*, *swap*), riscul se calculează descompunând instrumentele derivate în instrumentele componente (poziții *long* și *short* în obligațiuni) și calculând riscul pentru aceste portofolii.

VII.2.2. Managementul riscul legat de evoluția prețului acțiunilor

Ca și în cazul instrumentelor de datorie, cerințele de capital pentru tranzacționarea de acțiuni sunt exprimate prin două măsuri: riscul specific pentru poziții în acțiuni individuale și riscul de piață general datorat portofoliului de acțiuni.

Riscul specific este definit ca suma pozițiilor totale *long* și *short* în acțiuni ale băncii iar riscul de piață general ca diferență dintre suma pozițiilor *long* și suma pozițiilor *short* ale băncii.

Cerința de capital pentru riscul specific este de 8 la sută, iar în cazul în care portofoliul este lichid și diversificat, cerința este de 4 la sută. Criteriile pentru determinarea gradului de lichiditate și de diversificare sunt stabilite de către instituțiile naționale de supraveghere bancară. Cerința de capital pentru riscul de piață general este de 8 la sută.

Cu excepția opțiunilor, instrumentele derivate (contracte *forward*, *futures* și *swap*) sunt descompuse și incluse în calculul riscului.

VII.2.3. managementul riscul legat de cursul de schimb

Pentru calculul cerințelor de capital pentru riscul legat de cursul de schimb sunt necesare două procese:

- măsurarea expunerii pentru o singură monedă,
- măsurarea riscului datorat mixului de poziții *long* și *short* ale băncii în monede diferite.

În cazul riscului datorat expunerii pentru o singură monedă, poziția netă a băncii este calculată prin însumarea următoarelor poziții:

- poziția netă spot, inclusiv dobânzile *accrued*,
- poziția netă *forward* (evaluată pe baza cursului spot curent),
- garanțiile (și instrumentele asimilate),
- pozițiile nete (câștiguri sau pierderi) viitoare,
- funcție de convențiile contabile ale fiecărei țări, orice alt profit sau pierdere în monedă străină,
- delta net pentru pozițiile în opțiuni.

Referitor la riscul de curs de schimb al întregului portofoliu de valute, băncile pot alege între două metodologii:

- să trateze în mod egal fiecare monedă,
- să folosească modele interne care să calculeze gradul de risc funcție de compoziția portofoliului de monede.

În cazul optării pentru prima metodologie, valoarea nominală (sau valoarea prezentă netă) a poziției nete în fiecare monedă străină și aur este convertită la cursul spot în moneda de raportare. Poziția netă totală este măsurată prin însumarea:

- maximului dintre suma pozițiilor *short* nete și suma pozițiilor *long* nete;
- poziția netă în aur, indiferent de semn.

Cerința de capital este de 8 la sută din poziția netă totală măsurată prin procedura explicată mai sus.

VII.2.4. Managementul riscul legat de prețul mărfurilor

Prin marfă se înțelege un produs fizic tranzacționat pe o piață secundară, de exemplu minerale (inclusiv petrol), produse agricole (grâu) și metale prețioase (exclusiv aur).

Pentru managementul riscului de piață în cazul tranzacționării acestor produse, conform Amendamentului la Acordul Basel, băncile pot alege între două abordări:

- Metoda bazată pe scadență (*maturity ladder*),
- Metoda simplificată.

În cazul optării pentru metoda bazată pe scadență, pentru calcularea cerințelor de capital, băncile trebuie să exprime fiecare poziție într-o marfă (spot și *forward*) în unitatea standard de măsurare (barili, kilograme, grame etc.). Apoi poziția netă este convertită în moneda națională la cursul spot curent.

Apoi, pentru capturarea *gap*-ului *forward*¹⁰ și riscul de rată a dobânzii¹¹ pentru fiecare bandă de maturitate, pozițiile *long* și *short* din fiecare bandă necesită o cerință de capital, similar ca în cazul riscului de rata de dobândă. Astfel, pentru fiecare bandă de timp, suma pozițiilor *long* și *short* va fi multiplicată inițial cu prețul spot curent și apoi cu spread-ul pentru fiecare bandă (1,5 la sută).

Poziția netă reziduală din benzile de timp alăturate poate fi transpusă în viitor (în benzile următoare), dar, în fiecare caz se aplică o cerință suplimentară de capital de 0,6 la sută.

¹⁰ Riscul ca prețul *forward* să se modifice din alte cauze decât modificarea ratei dobânzii.

¹¹ Riscul de modificare al *cost of carry* pentru o poziție *forward* sau pentru opțiuni.

La finalul acestui proces, fiecare bancă va avea o poziție *long* sau *short*, poziție la care se va aplica o cerință de capital de 15 la sută.

În măsurarea riscului legat de prețul mărfurilor sunt incluse și pozițiile în afara bilanțului, precum și cele generate de tranzacționarea de instrumente derivate

În cazul optării pentru metoda simplificată, se aplică aceeași procedură de calcul ca în cazul metodei bazată pe scadență. De asemenea se iau în considerare în măsurarea riscului și pozițiile datorate tranzacționării instrumentelor derivate precum și expunerile extrabilanțiere. Cerința de capital este de 15 la sută din poziția netă *long* sau *short* pentru fiecare marfă.

Pentru protejarea băncii împotriva *basis risk*, riscului de rată de dobândă și riscului *forward gap*, cerința de capital este suplimentată cu un procent de 3 la sută aplicat poziției totale a băncii (*long plus short*) pentru fiecare marfă.

VII.2.5. Managementul riscului legat de tranzacționarea de opțiuni

Pentru managementul riscului de piață cauzat de tranzacționarea de opțiuni, sunt permise mai multe abordări:

- În cazul băncilor care doar cumpără opțiuni este permisă abordarea simplificată.
- Băncile care cumpără și vând opțiuni trebuie să utilizeze o metodă intermediară (delta-plus, metoda bazată pe scenarii) sau propriile modele de management al riscului de piață.

1. În cazul metodei simplificate, pozițiile pentru opțiuni și activele de bază asociate (spot și *forward*) sunt separate de restul portofoliului și fac subiectul calculării distincte a cerințelor de capital care să încorporeze atât riscul de piață general cât și riscul specific. Apoi cerințele de capital generate se adaugă distinct pentru categoria de risc relevantă.

Astfel, cerințele de capital se calculează:

- Pentru poziții *long cash* și *long put* sau *short cash* și *long call*, cerința de capital este valoarea de piață a activului de bază multiplicată cu suma dintre cerințele de capital pentru riscul specific și riscul de piață general din care se

deduce suma cu care opțiunea este *in-the-money*. Cerința minimă de capital astfel calculată nu poate fi mai mică decât zero.

- Pentru poziții *long call* sau *long put*, cerința de capital este valoarea minimă dintre:
 - valoarea de piață a activului de bază multiplicată cu suma dintre cerințele de capital pentru riscul specific și riscul de piață general,
 - valoarea de piață a opțiunii.

2. Băncile care optează pentru utilizarea metodei delta-plus pot include delta portofoliului de opțiuni (produsul dintre valoarea de piață a activului suport și delta) în metodologia standard de management al riscului de piață. Dar, datorită faptului că delta nu captează tot riscul de piață asociat poziției de opțiuni, băncile trebuie de asemenea să calculeze gamma și vega portofoliului în vederea calculării cerințelor de capital. Aceste sensibilități trebuie calculate conform modelelor interne aprobate de organismul de supraveghere.

Cerințele de capital pentru pozițiile delta pentru contractele derivate se calculează pe baza metodologiilor descrise anterior pentru fiecare categorie de activ în parte.

În plus, la cerințele generate de delta se vor adăuga cele generate de gamma și vega.

Cerințele de capital sunt calculate după cum urmează:

- Pentru fiecare opțiune individuală impactul gamma este calculat pe baza unei serii Taylor:

$$\text{impact}_{\text{gamma}} = \frac{1}{2} \cdot \text{gamma} \cdot VU^2$$

unde VU reprezintă variația activului suport al opțiunii

- VU este calculat după cum urmează:
 - pentru opțiunile pe obligațiuni, valoarea de piață a activului suport este multiplicată cu ponderile stabilite în cazul metodei bazată pe maturitate a metodologiei de calcul a cerințelor de capital pentru riscul de rată de dobândă;
 - pentru opțiunile pe acțiuni sau indici bursieri, valoarea de piață a activului suport este multiplicată cu 8 la sută;

- pentru opțiunile pe curs de schimb și aur, valoarea de piață a activului suport este multiplicată cu 8 la sută;
- pentru opțiunile pe mărfuri, valoarea de piață a activului suport este multiplicată cu 15 la sută.
- Fiecare opțiune cu același activ suport va avea un impact gamma pozitiv sau negativ. Aceste valori se vor însuma pentru calculul impactului gamma net. Se va constitui capital numai pentru impactul net gamma negativ.
- Cerințele totale de capital pentru impactul gamma sunt suma valorilor absolute pentru impactul net gamma negativ pentru fiecare activ în parte.
- Pentru riscul de volatilitate (vega), băncile calculează cerințele de capital prin multiplicarea sumei indicatorilor vega pentru toate opțiunile care au același activ suport, pentru o modificare de volatilitate de ± 25 la sută.
- Cerința totală de capital pentru riscul vega va fi suma valorilor absolute ale cerințelor individuale de capital care au fost calculate pentru riscul vega.

3. Băncile cu un grad de sofisticare mai ridicat (pe baza acordului autorității de supraveghere) au dreptul să calculeze cerințele de capital pentru portofoliul de opțiuni și pozițiile de *hedging* asociate pe baza unei analize de scenarii. Astfel, pentru calculul cerințelor de capital, banca va reevalua portofoliul de opțiuni folosind matrice pentru modificări simultane ale activului suport al opțiunii și în volatilitatea activului suport. Pentru fiecare activ va fi utilizată o matrice diferită.

Opțiunile și pozițiile de *hedging* asociate vor fi reevaluate pe baza unui interval specificat de variație al activului suport. Pentru rata dobânzii, intervalul de variație este cel stabilit pentru metoda bazată pe maturitate a metodologiei de calcul a cerințelor de capital pentru riscul de rată de dobândă. Pentru acțiuni și indici bursieri intervalul de variație este de ± 8 la sută, pentru curs de schimb și aur de ± 8 la sută, iar pentru mărfuri de ± 15 la sută. Pentru toate categoriile de risc, cel puțin șapte observații trebuie utilizate pentru a diviza intervalul de variație în subintervale egale.

A doua dimensiune a matricei este reprezentată de modificarea de volatilitate a activului suport. Este considerată suficientă luarea în calcul a unei modificări de volatilitate de ± 25 la sută.

După calculul matricei, fiecare celulă a acesteia conține o pierdere sau un profit pentru opțiune și poziția de hedging asociată. Cerința de capital pentru fiecare activ suport este calculată ca cea mai mare pierdere conținută în matrice.

VII.3. Metodologia alternativă

VII.3.1. Criterii generale

Utilizarea modelelor interne este condiționată de aprobarea explicită de către autoritatea de supraveghere.

Cerințele minime pentru obținerea aprobării din partea instituției de supraveghere sunt:

- sistemul de management al riscului implementat de bancă este solid din punct de vedere conceptual și implementat cu integritate.
- banca dispune de suficient personal calificat pentru utilizarea modelelor cantitative nu numai pentru tranzacționare ci și pentru managementul riscului, audit și *back-office*.
- modelele utilizate de bancă pentru măsurarea riscului au avut în trecut o acuratețe suficient de ridicată.
- banca efectuează stress testing pentru sistemul de management al riscului regulat.

VII.3.2. Standarde calitative

Criteriile calitative care trebuie îndeplinite pentru utilizarea propriilor modele de management al riscului includ:

- Băncile trebuie să aibă o unitate independentă de control al riscului, unitate care să construiască și să implementeze sistemul de management al riscului. Unitatea trebuie să producă și să analizeze zilnic rapoarte privind modelele de măsurare a riscului, inclusiv evaluarea relației dintre expunerea la risc și limitele de tranzacționare. Unitatea trebuie să fie independentă de unitatea de tranzacționare și să raporteze direct managementului de nivel superior.
- Unitatea de control al riscului trebuie să testeze regulat performanța modelelor de management al riscului.

- Managementul de nivel superior trebuie implicat activ în procesul de control al riscului și trebuie să considere controlul riscului ca fiind un aspect esențial al activității băncii. În acest scop, rapoartele zilnice produse de către unitatea de control a riscului trebuie consultate la un nivel al managementului cu suficientă autoritate pentru a putea impune reduceri ale pozițiilor luate de trader-i individuali sau reduceri ale pozițiilor agregate ale băncii.
- Modelele interne de măsurare a riscului trebuie integrate în procesul de management al riscului. Rezultatele modelelor trebuie să fie integrate în procesul de planificare, monitorizare și control al riscului de piață.
- Sistemul de măsurare a riscului trebuie să fie folosit în conjuncție cu limitele interne de tranzacționare și expunere. În acest scop, limitele de tranzacționare trebuie să fie corelate cu modelul de măsurare a riscului într-un mod consistent în timp și înțeles atât de către trader-i cât și de către managementul de nivel superior.
- Un program riguros de stress testing trebuie implementat, ca un supliment la analiza zilnică a riscului pe baza modelelor de măsurare a riscului.
- Băncile trebuie să aibă capacitatea de a asigura respectarea politicilor interne, controlului și procedurilor referitoare la operarea sistemului de măsurare a riscului. În acest sens, sistemul de măsurare a riscului trebuie să fie bine documentat, de exemplu printr-un manual de management al riscului care să descrie principiile de bază ale sistemului de management al riscului și să explice tehnicile empirice folosite pentru măsurarea riscului de piață.
- O evaluare independentă a sistemului de măsurare a riscului trebuie întreprinsă regulat de către audit-ul băncii.

VII.3.3. Specificarea factorilor de risc de piață

O parte importantă a sistemului intern de măsurare a riscului este specificarea setului de factori de piață (prețuri, cursuri, rate) care afectează valoarea pozițiilor de tranzacționare ale băncii. Factorii de risc cuprinși în sistemul de măsurare a riscului trebuie să fie suficient de detaliați pentru capturarea riscurilor inerente pozițiilor bilanțiere și extrabilanțiere ale băncii.

Deși băncile pot specifica discreționar factorii de risc în modelele lor interne, trebuie următoarele cerințe în specificarea acestora:

- Pentru ratele de dobândă, trebuie să fie utilizat un set de factori care să corespundă ratelor de dobândă pentru fiecare monedă în care băncile au poziții bilanțiere sau extrabilanțiere sensibile la rata dobânzii.
 - Sistemul de măsurare a riscului trebuie să modeleze curbele de randament pe baza unei abordări general acceptate.
 - Sistemul de măsurare a riscului trebuie să încorporeze factori separați de risc pentru a capta și riscul de spread.
- Pentru cursul de schimb (care include și aurul), sistemul de măsurare a riscului trebuie să includă factorii de risc care corespund monedelor individuale incluse în care banca are poziții.
- Pentru prețurile acțiunilor, trebuie încorporați factori care să corespundă fiecărei piețe în care banca are poziții semnificative, cerințele minime fiind construirea unui factor de risc care să capteze evoluția de ansamblu a pieței (un indice) iar în cazul acțiunilor individuale sau sectoarelor pozițiile pot fi exprimate printr-un echivalent beta relativ la un indice de piață. În cazul abordării extensive, pot fi utilizați factori de risc care să corespundă volatilității acțiunilor individuale.
- Pentru prețurile mărfurilor, trebuie avuți în vedere factori de risc care să corespundă fiecărei piețe de mărfuri în care banca are poziții semnificative.

VII.3.4. Standarde cantitative

Cerințele cantitative minime sunt:

- Valoarea la Risk (*VaR*) trebuie calculată zilnic;
- În calcularea *VaR*, trebuie utilizată percentila 99 (nivel de relevanță de 1 la sută).
- Pentru calcularea *VaR* trebuie utilizat un șoc de preț instantaneu echivalent cu evoluția prețului activului într-un interval de 10 zile. Perioada minimă de deținere a activului este de 10 zile.
- Alegerea perioadei istorice de observare a prețului activului pentru calculul *VaR* trebuie să fie de minimum un an.
- Băncile trebuie să își actualizeze seturile de date cel puțin la fiecare trei luni și trebuie să le reanalizeze ori de câte ori prețurile suferă modificări materiale.
- Modelele băncilor trebuie să capteze riscurile asociate deținerilor de opțiuni:

- ele trebuie să capteze neliniaritățile pozițiilor din opțiuni,
- fiecare sistem de măsurare a riscului trebuie să aibă un set de factori de risc care să capteze evoluția volatilităților ratelor și prețurilor activelor suport ale opțiunilor.
- Băncile trebuie să îndeplinească zilnic cerințele de capital, cerințe exprimate ca maximul dintre VaR -ul zilei anterioare și o medie a VaR -urilor zilnice din ultimele șase zile lucrătoare, multiplicat cu un factor de multiplicare.
- Factorul de multiplicare este setat de către fiecare instituție de supraveghere pe baza analizei calității sistemului de management al riscului al fiecărei bănci, iar valoarea minimă a acestuia este 3.

Astfel, cerința de capital pentru acoperirea riscului de piață este calculată ca:

$$k \times VaR + SRC$$

unde:

k reprezintă factorul de multiplicare,

SRC – cerință de capital specifică și este legată de riscul individual al companiilor din portofoliu.

VII.3.5. *Stress testig*

Băncile care folosesc modele interne pentru calcularea cerințelor de capital aferente riscului de piață trebuie să implementeze un program riguros de *stress testing*. *Stress testing*-ul identifică evenimentele sau factorii care pot influența în mod major activitatea băncii.

Scenariile de *stress* ale băncilor trebuie să acopere un ansamblu de factori care pot genera pierderi sau câștiguri majore în portofoliile de tranzacționare sau pot face controlul riscurilor în aceste portofolii dificil. Acești factori includ evenimente cu probabilitate de apariție redusă.

Testele de *stress* trebuie să aibă atât o natură cantitativă cât și una calitativă și să încorporeze atât riscul de piață cât și aspectele privind lichiditatea piețelor în cazul producerii evenimentelor avute în vedere. Criteriile cantitative trebuie să identifice scenarii plauzibile la care banca poate fi expusă. Criteriile calitative trebuie să pună accent pe cele două obiective majore ale testelor de *stress* – evaluarea capacității

capitalului băncii de a absorbi pierderi potențiale majore și identificarea etapelor ce trebuie urmate pentru reducerea riscului și conservarea capitalului.

Băncile trebuie să combine scenariile de stress ale instituției de supraveghere cu propriile scenarii pentru reflectarea caracteristicilor de risc specifice acesteia.

Cap. VIII. Măsurarea riscului de piață prin modele VaR

VIII.1. Măsura VaR

Valoarea la risc (*VaR*) este o încercare de a reprezenta printr-un singur număr riscul total dintr-un portofoliu de active financiare. Această măsură a fost introdusă de către J. P. Morgan în 1994 și în prezent este folosită pe scară largă atât de către instituțiile financiare cât și în trezoreriile corporațiilor și în fondurile de investiții. De asemenea, și Comitetul de Supraveghere Bancară al Băncii Reglementelor Internaționale o folosește pentru calculul cerințelor de capital pentru bănci.

VaR-ul reprezintă pierderea estimată a unui portofoliu fix de instrumente financiare pe un orizont fix de timp iar utilizarea acestui indicator implică alegerea arbitrară a doi parametri: perioada de deținere a instrumentelor financiare (orizontul de timp) și nivelul de relevanță. Conform Acordului de la Basel privind Adecvarea Capitalului, orizontul de timp este de două săptămâni (10 zile), iar nivelul de relevanță este de 1 la sută.

Pentru completarea informațiilor furnizate de măsura *VaR*, sunt calculate și măsuri adiționale:

- *VaR* marginal,
- *VaR* incremental,
- *VaR* component.

VaR marginal, care reprezintă sensibilitatea *VaR* la valoarea investită în componenta i a portofoliului (x_i):

$$\frac{\partial(VaR)}{\partial x_i}$$

VaR incremental reprezintă efectul asupra *VaR* a unei noi tranzacții. Dacă o componentă a portofoliului este suficient de mică comparativ cu valoarea portofoliului, se poate considera că *VaR* marginal rămâne constant pe măsură ce valoarea lui x_i tinde către zero. De aici rezultă formula de aproximare a *VaR* incremental pentru componenta i :

$$\frac{\partial(VaR)}{\partial x_i} \cdot x_i.$$

VaR component pentru componenta i a portofoliului este partea din VaR care poate fi atribuită acestei componente.

VaR component are următoarele proprietăți:

- VaR component pentru componenta i a portofoliului în cazul unui portofoliu mare este egală cu VaR incremental pentru această componentă.
- Suma tuturor VaR component este egală cu valoarea VaR a portofoliului.

În practică sunt utilizate mai multe metode de calcul al VaR , cele mai cunoscute fiind metoda analitică, metoda istorică și simularea Monte Carlo. Alegerea metodei de calcul depinde de:

- instrumentele financiare asupra cărora poate fi aplicată;
- acuratețea măsurilor de risc, inclusiv ipotezele statistice pe care se bazează;
- cerințele de implementare (modelele de evaluare a riscului, descompunerea riscului, cerințele de date);
- sistemele informatice necesare;
- ușurința de comunicare a rezultatelor către utilizatori.

VIII.2. VaR analitic

Ipoteza pe care se bazează această metodă este că randamentele activelor din portofoliu (R) pe orizontul de deținere (h) sunt normal distribuite, având media μ și deviația standard σ : $R \sim N(\mu, \sigma)$.

Dacă valoarea prezentă a portofoliului este S , VaR -ul pentru orizontul de h zile, cu nivelul de relevanță $100(1 - \alpha)\%$ este:

$$VaR_{h,\alpha} = -x_\alpha S,$$

unde x_α este cea mai mică percentilă α a distribuției $N(\mu, \sigma)$.

Folosind transformarea normală, putem scrie $Z_\alpha = \frac{(x_\alpha - \mu)}{\sigma}$, de unde rezultă:

$$x_\alpha = Z_\alpha \sigma + \mu,$$

unde Z_α este cea mai mică percentilă α a distribuției normale standard.

Din cele două relații de mai sus rezultă:

$$VaR = -(Z_\alpha \sigma + \mu)S .$$

Metoda analitică una din cele mai simple și ușor de implementat metodologii de calcul al VaR, ea bazându-se pe estimări ale parametrilor pe baza datelor istorice (volatilitate, coeficienți de corelație, randamente medii ale activelor).

Principalul dezavantaj al acestei metode este ipoteza statistică pe care se bazează – evoluția prețului activelor financiare are o distribuție normală, ipoteză care rar este îndeplinită în practică. Alte dezavantaje ale acestei metode rezultă din faptul că multe senzitivități (volatilități, coeficienți de corelație) sunt variabile în timp, iar această variabilitate are un impact semnificativ asupra măsurilor de risc în special în cazul portofoliilor care conțin opțiuni. De asemenea, metoda analitică nu este recomandată în cazul portofoliilor care conțin payoff-uri discontinue (de exemplu opțiuni cu bariere).

VIII.3. VaR calculat pe baza simulării Monte Carlo

Simularea Monte Carlo presupune specificarea proceselor aleatoare pentru factorii de risc ai portofoliului, a modului în care aceștia afectează portofoliul și simularea unui număr mare de evoluție a acestor factori și implicit de valori finale ale portofoliului pe baza acestor ipoteze. Fiecare simulare conduce la un posibil profit/pierdere. Dacă este simulat un număr suficient de mare de valori posibile ale profitului/pierderii, atunci se poate construi densitatea de probabilitate pentru profitul/pierdere posibilă și se poate genera VaR-ul pe baza celei mai mici percentile a distribuției.

Metodologie analizei Monte Carlo pentru prețul unei acțiuni, S , este prezentată după cum urmează. Presupunând că S urmează o mișcare Browniană geometrică, atunci:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dW ,$$

unde :

μ este randamentul așteptat pe unitatea de timp,

σ este volatilitatea cursului spot al acțiunii,

dW este un proces Wiener, care poate fi scris $dW = \varphi(dt)^{\frac{1}{2}}$, unde φ este o variabilă aleatoare și are o distribuție normală standard. Substituind pentru dW se obține:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma \varphi (dt)^{\frac{1}{2}}.$$

Randamentul instantaneu al prețului acțiunii, $\frac{dS}{S}$, evoluează funcție de trend, μdt și de termenul aleatoriu φ . În practică, în general se folosește modelul în timp discret. Astfel, dacă Δt reprezintă frecvența de timp la care se măsoară randamentul prețului acțiunii, atunci,

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \varphi \sqrt{\Delta t},$$

unde ΔS reprezintă modificarea prețului acțiunii în intervalul de timp Δt , iar $\frac{\Delta S}{S}$ reprezintă randamentul acțiunii în timp discret.

Randamentul acțiunii este considerat a avea o distribuție normală, cu media $\mu \Delta t$ și deviația standard $\sigma \sqrt{\Delta t}$.

Presupunând că dorim simularea evoluției prețului acțiunii pentru o perioadă de lungime T , atunci divizăm T într-un număr mare, N , de sub-perioade, Δt ($\Delta t = \frac{T}{N}$).

Considerăm o valoare inițială a lui S , $S(0)$, se extrage o valoare aleatoare pentru φ și se determină valoarea acțiunii pentru prima sub-perioadă. Acest proces se repetă pentru toate sub-perioadele Δt . Acest proces se reia pentru a genera un număr suficient de mare de traiectorii ale cursului acțiunii. Cu cât numărul de simulări ale traiectoriei prețului acțiunii este mai mare, cu atât distribuția simulată a cursului acțiunii la momentul T se apropie de distribuția reală a prețului la finalul orizontului avut în vedere.

VaR -ul estimat al cursului acțiunii se determină pe baza distribuției prețului acțiunii la momentul T , $S(T)$.

Principalele avantaje ale simulării Monte Carlo sunt:

- poate fi capturată o varietate mare de comportamente ale pieței,

- poate aborda eficient *payoff*-urile neliniare sau dependente de traiectoria cursului,
- poate captura riscul inclus în scenarii care nu presupun modificări extreme ale pieței,
- poate, de asemenea, furniza informații despre impactul scenariilor extreme.

Principalul dezavantaj al acestei metodologii de calcul al *VaR* constă în necesitatea ridicată de putere de calcul.

VIII.4. *VaR* istoric

Această metodologie se bazează pe ipoteza că informațiile incluse în prețurile din trecutul apropiat sunt suficiente pentru cuantificarea riscului din viitorul apropiat.

Modelul de bază pentru calculul *VaR* prin simulare istorică constă în calculul unei serii ipotetice de profit și pierdere (*P/L*) sau randamente pentru portofoliul curent, pentru o perioadă istorică specifică. Aceste randamente sunt măsurate pe un interval standard de timp (de exemplu o zi) pe un set suficient de mare de observații istorice. Presupunând că portofoliul este format din *n* active, și pentru fiecare activ *i*, randamentul este calculat pentru fiecare interval *T*. Dacă $r_{i,t}$ este randamentul activului *i* pentru sub-perioada *t*, și A_i este suma investită în activul *i*, atunci *P/L*-ul simulat pentru portofoliul curent în sub-perioada *t* este:

$$(P/L)_t = \sum_{i=1}^n A_i r_{i,t}.$$

Calculând *P/L* pentru toți *t*, se obține *P/L*-ul ipotetic pentru portofoliul curent pentru tot eșantionul. *VaR*-ul este estimat pe baza distribuției seriei *P/L*.

Alte metodologii pentru calculul *VaR* istoric ponderează valorile *P/L* folosite în construirea distribuției seriei *P/L*.

Astfel, Boudoukh, 1998, consideră că informațiile noi au un conținut informațional, referitor la riscurile viitoare, mai mare decât informațiile vechi, și, ca urmare, este justificată ponderarea valorilor *P/L* funcție de vârstă astfel încât informațiile mai noi să aibă o pondere mai mare.

În cazul în care volatilitatea activelor este variabilă, datele pot fi ponderate funcție de volatilitatea contemporană estimată (Hull și White, 1998). Astfel, presupunând că se dorește estimarea VaR pentru ziua T , considerând $r_{i,t}$ randamentul istoric al activului i în ziua t , $\sigma_{i,t}$ volatilitatea prognozată în ziua $t - 1$ a randamentului activului i pentru ziua t și $\sigma_{i,T}$ cea mai recentă prognoză a volatilității activului i , randamentele efective $r_{i,t}$ sunt înlocuite cu randamentele ajustate funcție de volatilitate, $r_{i,t}^*$:

$$r_{i,t}^* = \frac{\sigma_{i,T}}{\sigma_{i,t}} r_{i,t}.$$

Principalele avantaje ale simulării istorice sunt:

- Această metodologie este intuitivă și simplă din punct de vedere conceptual, ca urmare fiind simplu de comunicat către management.
- Permite simularea evenimentelor istorice extreme.
- Sunt ușor de implementat pentru orice tip de poziții, inclusiv contracte derivate.
- Datele necesare sunt ușor de procurat.
- Deoarece nu sunt dependente de ipoteze referitoare la parametrii de evoluție a piețelor, această metodologie se poate acomoda distribuțiilor leptokurtotice, celor cu asimetrie și altor distribuții non-normale.
- Simularea istorică poate fi modificată în sensul acordării unei influențe mai mari anumitor observații (în funcție de anotimp, vechime, volatilitate).

Principala deficiență a simulării istorice este legată de faptul că rezultatele sunt complet dependente de setul de date folosit:

- Dacă în perioada folosită pentru calculul VaR piețele au fost neobișnuit de calme (sau de volatile) și condițiile s-au schimbat între timp, simularea istorică va produce estimări ale VaR care sunt prea mici (mari) pentru riscurile actuale.
- Simularea istorică prezintă dificultăți în luarea în considerare a modificărilor în evoluția piețelor intervenite în perioada luată în considerare.
- Măsurile VaR obținute prin simulare istorică nu captează riscul asociat producerii unor evenimente plauzibile în viitor dar care nu s-au întâmplat în trecut.

VIII.5. Maparea pozițiilor la factorii de risc

În metodologiile prezentate anterior, P/L -ul portofoliului a fost derivat din P/L -ul pozițiilor individuale și s-a presupus că este posibilă modelarea directă a fiecărei poziții. Dar, nu întotdeauna este posibilă sau dezirabilă modelarea directă a fiecărei poziții. În practică pozițiile sunt proiectate funcție de un număr redus de factori de risc – proces ce este denumit maparea factorilor de risc (*risk factor mapping*).

Principalele motive pentru utilizarea mapării sunt:

- Indisponibilitatea datelor istorice pentru anumite poziții.
- Dimensionalitatea matricei de varianță-covarianță a factorilor de risc poate deveni prea mare. În cazul unui portofoliu format din n instrumente, rezultă n volatilități și $\frac{n(n-1)}{2}$ coeficienți de corelație, ceea ce corespunde unui număr de $\frac{n(n+1)}{2}$ factori.
- Maparea reduce drastic cerințele de calcul.

Deși pe piață sunt tranzacționate o varietate mare de instrumente financiare, maparea acestora este simplificată substanțial prin descompunerea instrumentelor într-un număr mic de instrumente de bază. Principalele tipuri de instrumente sunt:

- pozițiile spot pe curs de schimb,
- pozițiile în acțiuni,
- obligațiuni zero-cupon,
- pozițiile *futures/forward*.

VIII.5.1. Maparea pozițiilor spot

Cunoscând volatilitățile cursurilor de schimb și coeficienții de corelație dintre aceștia, dacă valoarea poziției în monedă străină este A unități și cursul de schimb (calculat în unități de monedă locală pe o unitate de monedă străină este X , valoarea poziției în moneda locală (poziția mapată) este AX . Dacă se presupune că A este o poziție fără risc de credit care are ca randament rata dobânzii overnight în moneda străină, valoarea sa în moneda străină este constantă și singurul risc pentru posesorul acesteia apare datorită fluctuațiilor lui X .

În această situație, considerând evoluțiile cursului de schimb urmează o distribuție normală cu media zero și abaterea medie pătratică σ_X , VaR -ul poate fi calculat prin metoda analitică:

$$VaR = -Z_\alpha \sigma_X AX .$$

Aceeași abordare se aplică și altor poziții spot (de exemplu în cazul mărfurilor), cu condiția să fie disponibilă o volatilitate pentru prețul spot al acestora.

VIII.5.2. Maparea pozițiilor în acțiuni

Presupunând că o anumită sumă din portofoliu, S_k , este investită în acțiuni comune ale firmei k . În cazul în care fiecare acțiune este tratată ca un factor de risc distinct, atunci, pentru un portofoliu larg diversificat, va trebui estimată o matrice de corelație cu zeci de mii de dimensiuni.

O abordare alternativă presupune utilizarea modelului *CAPM* (sau al unui model multifactorial). Principala ipoteză a modelului *CAPM* este că randamentul acțiunilor unei firme k , r_k sunt legate de randamentul pieței prin următoarea ecuație:

$$R_k = \alpha_k + \beta_k R_m + \varepsilon_k ,$$

unde:

α_k reprezintă o constantă specifică firmei,

β_k – componenta specifică pieței a randamentului acțiunilor firmei,

ε_k – element aleatoriu specific firmei, necorelat cu evoluția pieței.

Varianța randamentelor firmei este:

$$\sigma_k^2 = \beta_k^2 \sigma_m^2 + \sigma_{k,S}^2 ,$$

unde:

σ_k^2 reprezintă varianța totală a randamentului acțiunii, R_k ,

σ_m^2 – varianța randamentelor pieței, R_m ,

$\sigma_{k,S}^2$ – varianța componentei specifice firmei, ε_k , pentru compania k .

Varianța randamentului firmei constă așadar dintr-o componentă specifică pieței, $\beta^2 \sigma_m^2$ și o componentă specifică firmei, $\sigma_{k,S}^2$.

Presupunând că randamentele firmei sunt normal distribuite cu media zero, VaR -ul unei poziții pe acțiuni ale firmei k , evaluate la x_k este:

$$VaR = -Z_\alpha \sigma_k x_k.$$

Atunci când se agregă riscul pentru un portofoliu bine diversificat, principalul contributor la riscul total este componenta datorată riscului de piață, $\beta^2 \sigma_m^2$. Deoarece riscul specific asociat fiecărei poziții este presupus a fi necorelat atât cu randamentul pieței cât și cu celelalte riscuri specifice, ponderea riscului total datorat de factorii specifici de risc se reduce continuu pe măsură ce portofoliul devine din ce în ce mai diversificat și se apropie de zero când portofoliul aproximează compoziția pieței.

În aceste condiții, estimarea doar a riscului sistematic al unui portofoliu utilizând abordarea *CAPM* se reduce la un calcul de mapare. Astfel, presupunând că portofoliul este format din N poziții pe active separate, cu valori de piață x_k , pentru $k = 1, 2, \dots, N$ și considerând că factorii beta ai pozițiilor sunt β_k , pentru $k = 1, 2, \dots, N$ și volatilitatea randamentelor pieței este σ_m , VaR -ul sistematic agregat al portofoliului este:

$$VaR = -Z_\alpha \sigma_m \sum_{k=1}^N \beta_k x_k.$$

Astfel, VaR -ul sistematic reprezintă produsul dintre valoarea critică, volatilitatea pieței și suma ponderată funcție de beta a pozițiilor în acțiuni. Dacă se notează cu X valoarea totală de piață a portofoliului, ecuația anterioară poate fi scrisă:

$$VaR = -Z_\alpha X \sigma_m \sum_{k=1}^n \left(\frac{\beta_k x_k}{X} \right).$$

În această formă, expresia $\sum_{k=1}^n \left(\frac{\beta_k x_k}{X} \right)$ reprezintă beta portofoliului.

VIII.5.3. Maparea pozițiilor în obligațiuni zero-cupon

Pentru realizarea mapării pozițiilor, în practică, condițiile curente din piață sunt reprezentate prin curbe de randament zero-cupon cu fructificare continuă (cunoscute și sub numele de curbe de randament spot).

Conform acestei metodologii, fiecare poziție a unui portofoliu de instrumente cu venit fix este exprimată ca unul sau mai multe cash-flow-uri care sunt marcate la piață la ratele spot ale pieței funcție de o grilă standard (de exemplu, 1M, 3M, 6M, 12 M, 1Y, 2Y, 3Y, 5Y, 7Y, 9Y, 10Y, 15Y, 20Y, 30Y).

În cazul în care un cash-flow are o altă scadență decât cele standard, acesta este repartizat către cele două scadențe apropiate astfel încât cele două cash-flow-uri rezultate să aibă aceleași caracteristici de risc ca și cel inițial. O abordare des întâlnită pentru separarea cash-flow-ului inițial este utilizarea valorii prezente a impactului modificării cu un punct de bază a ratei spot (numită și valoarea prezentă a unui punct de bază, *PVBP*): valoarea pentru cash-flow-urile rezultate trebuie să fie egală cu valoarea cash-flow-ului inițial.

Pe baza mapării, *VaR*-ul portofoliului de obligațiuni se calculează prin metoda analitică.

De exemplu, considerând un randament al portofoliului, r_p , scris ca: $r_p = 0,33r_{1m} + 0,20r_{3m} + 0,37r_{6m} + 0,10r_{12m}$, pentru a calcula *VaR* cu un nivel de relevanță de 95 lasută, conform ipotezei că r_p este distribuit normal, a 5-a percentilă a distribuției este $1,645 \sigma_p$.

Astfel,

$$VaR = \sqrt{VRV^T},$$

unde

$$V = [(0,33 \times 1,645 \times \sigma_{1m}), (0,20 \times 1,645 \times \sigma_{3m}), (0,37 \times 1,645 \times \sigma_{6m}), (0,10 \times 1,645 \times \sigma_{12m})]$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{3m,1m} & \rho_{6m,1m} & \rho_{12m,1m} \\ \rho_{1m,3m} & 1 & \rho_{6m,3m} & \rho_{12m,3m} \\ \rho_{1m,6m} & \rho_{3m,6m} & 1 & \rho_{12m,6m} \\ \rho_{1m,12m} & \rho_{3m,12m} & \rho_{6m,12m} & 1 \end{bmatrix} \text{ este matricea coeficienților de corelație.}$$

VIII.5.4. Maparea pozițiilor în contracte *forward/futures*

În cazul unui contract *forward/futures*, acesta are un randament zilnic funcție de evoluția prețului *forward/futures*. În cazul în care poziția este de x contracte, și fiecare valorează F , valoarea totală a poziției este xF . Dacă randamentul contractului este

normal distribuit cu media zero și abaterea medie pătratică σ_F , măsura VaR a poziției este:

$$VaR = -Z_\alpha \sigma_F x F.$$

În practică, principala problemă pentru calculul VaR pentru contracte *forward/futures* este estimarea deviației standard a contractului, σ_F pentru orizontul avut în vedere.

VIII.5.5. Maparea pozițiilor în contracte de opțiuni

Pozițiile în opțiuni se mapează pe baza de aproximări de ordinul unu sau doi ale seriei Taylor. Poziția în opțiune este înlocuită cu o poziție surogat în activul suport al opțiunii și printr-o aproximare de ordinul unu (delta) sau doi (delta-gamma) se estimează VaR -ul poziției surogat.

În cazul pozițiilor deținute pentru un orizont scurt de timp (delta poate fi considerată constantă), în acest caz putând fi utilizată aproximarea de ordinul unu a seriei Taylor:

$$\Delta c \approx \delta \Delta S,$$

unde:

Δc reprezintă modificarea prețului opțiunii,

ΔS – modificarea cursului activului suport al opțiunii,

δ – delta opțiunii c .

Ca urmare, măsura VaR a poziției în opțiune este:

$$VaR \approx \delta Z_\alpha \sigma S,$$

unde:

S reprezintă prețul curent al activului suport,

σ – deviația standard a randamentelor activului suport pentru orizontul avut în vedere.

În cazul în care aproximarea de ordinul unu are o acuratețe redusă, neliniaritatea poate lua în considerare printr-o aproximare delta-gamma:

$$\Delta c \approx \delta \Delta S + \frac{1}{2} \gamma (\Delta S)^2,$$

unde γ reprezintă gamma opțiunii c .

Ca urmare, măsura VaR a poziției în opțiune este:

$$VaR \approx \delta Z_\alpha \sigma S - \frac{1}{2} \gamma (Z_\alpha \sigma S)^2.$$

Măsura VaR este redusă dacă gamma este pozitiv și mărită dacă gamma este negativ. De asemenea, măsura VaR este redusă în cazul în care portofoliul este delta hedge-uit.

VIII.6. Utilizarea modelelor de volatilitate în calculul VaR

VIII.6.1. Calculul VaR utilizând EWMA

Modelul *EWMA* (*Exponentially Weighted Moving Average*) pentru estimarea volatilității a fost propus de către RiskMetrics în anul 1996. Conform acestei abordări, volatilitatea curentă, $\hat{\sigma}_t$, depinde (este o media ponderată a) de randamentul anterior și de volatilitatea anterioară:

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1 - \lambda)r_{t-1}^2 + \lambda\hat{\sigma}_{t-1}^2$$

unde

λ reprezintă o constantă de ponderare,

r_{t-1} o – randamentul în perioada anterioară.

Parametrul λ arată persistența volatilității activului financiar, cu cât acesta este mai mare cu atât un șoc apărut la un moment dat în piață este mai persistent. Parametrul $1 - \lambda$ arată rapiditatea cu care volatilitatea activului răspunde la un șoc indiferent de direcție, cu cât acest parametru este mai mare, cu atât reacția volatilității la șoc este mai mare. RiskMetrics utilizează o valoare a λ pentru date zilnice de 0,94.

Volatilitatea calculată prin modele *EWMA* poate fi încorporată în modele *VaR* în următoarele moduri:

- Simulare istorică cu ponderarea datelor funcție de volatilitate. Randamentele istorice sunt standardizate pe baza volatilității condiționate.
- Simulare Monte Carlo utilizând *EWMA*. Randamentele pot fi simulate considerând că urmează o distribuție normală, dar matricea de covarianță este creată utilizând *EWMA*.
- VaR analitic utilizând *EWMA*.

În generarea matricei de covarianță este folosită o ecuație analogă ecuației varianței:

$$\hat{\sigma}_{12,t} = (1 - \lambda)r_{1,t-1}r_{2,t-1} + \lambda\hat{\sigma}_{12,t-1},$$

unde:

$\hat{\sigma}_{12,t}$ reprezintă covarianța dintre activele 1 și 2,

$r_{1,t-1}$ și $r_{2,t-1}$ reprezintă randamentele celor două active în perioada anterioară.

Odată ce matricea de covarianță a fost definită, aceasta poate fi folosită pentru calculul VaR utilizând fie metoda analitică (indicată pentru portofolii simple), fie simularea Monte Carlo (pentru portofolii ce includ opțiuni).

În simularea analitică, VaR-ul pentru h zile, cu nivelul de relevanță α este:

$$VaR_{\alpha,h} = Z_{\alpha}P\sigma$$

unde:

Z_{α} este valoarea critică a distribuției normale standard pentru α nivel de relevanță,

P – valoarea curentă a portofoliului,

σ – deviația standard prognozată pentru un orizont de h zile.

Deviația standard este calculată pe baza unei matrice de covarianță a randamentelor pentru h zile:

- reprezentată la nivel de active:

$$\sigma = \sqrt{w'Vw}$$

unde:

$w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ reprezintă ponderile activelor în portofoliu,

V reprezintă prognoza, pe un orizont de h zile, a matricei de covarianță pentru randamentele activelor incluse în portofoliu.

- reprezentată la nivel de factor de risc:

$$\sigma = \sqrt{\beta'V\beta}$$

unde:

$\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ reprezintă factorii de sensibilitate ai portofoliului,

V reprezintă prognoza, pe un orizont de h zile, a matricei de covarianță pentru randamentele factorilor de risc.

În cazul portofoliilor simple, prognoza matricei de covarianță pe un orizont de h zile se obține aplicând regula \sqrt{t} , multiplicând matricea de covarianță pentru un orizont

de o zi cu \sqrt{h} . Dar această metodologie va conduce la rezultate incorecte în cazul portofoliilor care au incluse și opțiuni, în acest caz fiind indicată utilizarea unei matrice de covarianță pentru orizontul h .

VIII.6.2. Calculul *VaR* utilizând modele *GARCH*

Modelele *ARCH* au fost introduse de Engle (1982) și generalizate (*GARCH*) de Bollerslev (1986).

În construirea unui model *ARCH* trebuie luate în considerare două ecuații distincte: una pentru media condiționată (ecuația de evoluție a randamentelor activului) și una pentru varianța condiționată (ecuația volatilității).

Modelul *GARCH* (p, q), propus de Bollerslev (1986), are următoarea specificație:

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_{1,i} L^i r_t + \sum_{j=1}^n \beta_{2,j} L^j \varepsilon_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \approx N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_{1,i} L^i h_t + \sum_{j=1}^q \alpha_{2,j} L^j \varepsilon_t^2$$

unde:

r_t este un proces *ARMA*(m, n) sau un model *Random Walk* (atunci când

$$\beta_{1,i} = 0, i = \overline{1, m}, \text{ și } \beta_{2,j} = 0, j = \overline{1, n});$$

h_t (volatilitatea) este un proces *ARCH*(q) și *GARCH*(p);

parametrii α_1 reprezintă persistența volatilității;

parametrii α_2 reprezintă viteza de reacție a volatilității la șocurile din piață.

Pentru a nu fi un proces exploziv (volatilitate explozivă), trebuie îndeplinită condiția

$$\sum_{i=1}^p \alpha_{1,i} + \sum_{j=1}^q \alpha_{2,i} < 1$$

În plus, coeficienții termenilor *ARCH* și *GARCH* trebuie să fie subunitari și pozitivi.

Interpretat într-un context financiar, acest model descrie modul în care un agent încearcă să prognozeze volatilitatea pentru următoarea perioadă pe baza mediei pe termen lung (α_0) a varianței, a varianței anterioare (termenul *GARCH*) și a

informațiilor privind volatilitatea observată în perioada anterioară (termenul *ARCH*). Dacă randamentul activului din perioada anterioară a fost, în mod neașteptat, mare în valoare absolută, agentul va mări varianța așteptată în perioada următoare.

Modelul acceptă și fenomenul de *volatility clustering*, situația în care modificărilor mari ale cursului activelor financiare este probabil să le urmeze în continuare variații mari ale acestuia.

Testele efectuate pe piețele financiare mature au evidențiat o viteză de reacție a volatilității cursului de schimb, în general, inferioară plafonului de 0,25 și un grad de persistență a acesteia, superior pragului de 0,7.

Modelul *GARCH* a fost ulterior extins, pentru a relaxa anumite ipoteze sau pentru încorpora asimetria impactului randamentului cursului activelor financiare sau a separa volatilitatea în trend și volatilitate pe termen scurt.

Cele mai cunoscute extensii sunt:

- *GARCH* integrat (*IGARCH*),
- *GARCH in Mean* (*GARCH-M*),
- *Threshold ARCH* (*TARCH*),
- *GARCH* exponențial (*EGARCH*),
- *Component-ARCH*.

Modelul *IGARCH*

Presupunând că, $\varepsilon_t = \sqrt{h_t}v_t$ unde v_t este independent și identic distribuit cu media zero și dispersia 1 și h_t îndeplinește specificația *GARCH*(p,q):

$$h_t = k + \delta_1 h_{t-1} + \delta_2 h_{t-2} + \dots + \delta_p h_{t-p} + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2,$$

adăugând ε_t la ambii termeni ai ecuației și scriind $\alpha_i = \alpha'_i - \delta_i$ rezultă

$$\varepsilon_t^2 = k + (\delta_1 + \alpha_1)\varepsilon_{t-1}^2 + (\delta_2 + \alpha_2)\varepsilon_{t-2}^2 + \dots + (\delta_r + \alpha_r)\varepsilon_{t-r}^2 + w_t - \delta_1 w_{t-1} - \delta_2 w_{t-2} - \dots - \delta_q w_{t-q}$$

unde $w_t = \varepsilon_t^2 - h_t$ și $p = \max\{p, q\}$. h_t este valoarea prognozată pentru ε_t iar

$w_t = \varepsilon_t^2 - h_t$ este eroarea asociată acestei prognoze.

Rezultă că ε_t urmează un proces *ARMA*. Acest proces *ARMA* va avea un *unit root* dacă

$$\sum_{i=1}^p \delta_i + \sum_{j=1}^q \alpha_j = 1.$$

Engle și Bollerslev (1986) numesc modelul care satisface condiția de mai sus *GARCH* integrat sau *IGARCH*.

Dacă ε_t urmează un proces *IGARCH*, atunci varianța necondiționată a lui ε_t este infinită (un șoc într-o anumită perioadă nu se atenuează), deci nici ε_t și nici ε_t^2 nu satisfac condițiile unui proces staționar în covarianță (*covariance-stationary*).

Modelul *GARCH-in-Mean* (*GARCH-M*)

Teoria financiară sugerează ca un activ cu un risc perceput ca ridicat, în medie, va avea un randament superior. Presupunând că r_t este descompus într-o componentă anticipată de agenți la momentul $t - 1$ (notată μ_t) și o componentă neanticipată (notată ε_t), atunci:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t.$$

În plus, teoria sugerează faptul că randamentul mediu (μ_t) este corelat cu varianța sa (h_t).

Modelul *ARCH-M*, introdus de Engle, Lilien și Robins (1987) este obținut prin introducerea în ecuația randamentelor a varianței sau a deviației standard condiționate (h_t sau $\sqrt{h_t}$).

Efectul percepției unui risc ridicat este cuantificat de coeficientul lui h_t din ecuația randamentului (ω):

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_{1,i} L^i r_t + \sum_{j=1}^n \beta_{2,j} L^j \varepsilon_t + \omega h_t + \varepsilon_t.$$

Modele *ARCH* asimetrice

Pe piețele financiare s-a observat că agenții percep volatilitatea în mod diferit, funcție de semnul variației zilnice a cursului activului financiar respectiv. De exemplu, pentru

acțiuni, mișcările în jos ale pieței sunt urmate de o volatilitate mai mare decât mișcările în sens crescător de aceeași amplitudine.

Cele mai utilizate modele *ARCH* care permit analiza răspunsului asimetric la șocuri sunt modelele *Threshold ARCH (TARCH)* și *GARCH Exponential (EGARCH)*.

Modelul *TARCH*, introdus în mod independent de Zakoian (1990) și Glosten, Jagannathan și Runkle (1993), are următoarea specificație pentru ecuația varianței (*TARCH(p,q)*):

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_{1,i} L^i h_t + \sum_{j=1}^q \alpha_{2,j} L^j \varepsilon_t^2 + \lambda \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1},$$

unde $d_t = 1$ dacă $\varepsilon_t < 0$ și $d_t = 0$ în caz contrar.

În acest model, veștile bune ($\varepsilon_t < 0$) și veștile rele ($\varepsilon_t > 0$) au efecte diferite asupra varianței condiționate – veștile bune au un impact de α_1 în timp ce veștile rele au un impact de $\alpha_1 + \lambda$. Dacă $\lambda \neq 0$, atunci efectul informațiilor asupra volatilității este asimetric.

Modelul *EGARCH*, propus de Nelson (1991) are următoarea specificație pentru ecuația varianței condiționate:

$$\log(h_t) = \omega + \beta \log(h_{t-1}) + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + \lambda \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}.$$

Confirm acestui model, efectul informațiilor este exponențial (și nu pătratic) iar varianța prognozată va fi obligatoriu non-negativă. Impactul informațiilor este asimetric dacă $\lambda \neq 0$.

Modele *Component ARCH*

Aceste modele permit variația mediei din ecuația varianței condiționate după cum urmează:

$$\begin{aligned} h_t - q_t &= \alpha(\varepsilon_t^2 - q_{t-1}) + \beta(h_{t-1} - q_{t-1}) \\ q_t &= \omega + \rho(q_{t-1} - \omega) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) \end{aligned}$$

unde $\sqrt{h_t}$ este volatilitatea tranzitorie în timp ce q_t este volatilitatea pe termen lung (variabilă).

Prima ecuație descrie componenta tranzitorie a volatilității, care converge către zero funcție de valorile coeficienților α și β . A doua ecuație descrie componenta pe termen lung a volatilității, care converge către ω funcție de valoarea coeficientului ρ .

Prin introducerea unei componente de asimetrie (*Asimetric Component ARCH*), ecuațiile volatilității vor avea următoarea formă:

$$h_t - q_t = \alpha(\varepsilon_t^2 - q_{t-1}) + \lambda(\varepsilon_t^2 - q_{t-1})d_{t-1} + \beta(h_{t-1} - q_{t-1})$$

$$q_t = \omega + \rho(q_{t-1} - \omega) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1})$$

Când $\lambda \neq 0$, efectul informațiilor asupra volatilității este asimetric.

Aceste modele permit calculul *VaR* prin luarea în considerare a impactului asupra volatilității viitoare a evenimentelor recente. De asemenea, cele două serii (randamente și volatilitatea) fiind serii staționare, aceste modele permit prognoza volatilității pentru fiecare sub-perioadă (zi) a orizontului avut în vedere pentru calculul *VaR*. De exemplu, pentru a obține o prognoză a volatilității pentru următoarele 10 zile, se însumează cele 10 varianțe, se multiplică cu $\frac{250}{10}$ și se extrage rădăcina pătrată.

Includerea modelelor *GARCH* în calculul *VaR*, ca și în cazul modelelor *EWMA*, poate fi realizată prin:

- *VaR* analitic, similar ca în cazul *EWMA*, prin utilizarea unei matrice de covarianță bazată pe modele *GARCH*.
- Simulare istorică în care datele sunt ponderate funcție de volatilitate – datele sunt standardizate funcție de volatilitatea lor estimată prin modele *GARCH*.
- Simulare Monte Carlo. Evoluția randamentelor poate fi simulată pe baza unei matrice de covarianță calculate pe bază de modele *GARCH*, ceea ce permite atât simularea evoluției volatilității cât și simularea evoluției randamentelor activelor – ceea ce reprezintă un avantaj în cazul în care portofoliul conține și opțiuni.

Pentru calculul matricei de covarianță, Bollerslev (1990) a sugerat considerarea coeficientului de corelație constant și calculul covarianțelor funcție de coeficienții de corelație și varianțe:

$$\sigma_{ij,t+1} = \rho_{ij} \sigma_{i,t+1} \sigma_{j,t+1}$$

unde:

$\sigma_{ij,t+1}$ reprezintă covarianța dintre cele două active i și j ,

ρ_{ij} – coeficientul de corelație dintre cele două active,

$\sigma_{i,t+1}$ și $\sigma_{j,t+1}$ reprezintă varianțele celor două active.

Berkowitz și O'Brien (2002) au sugerat chiar utilizarea modelelor *GARCH* pentru modelarea directă P/L-ului portofoliului și calculul *VaR* funcție de volatilitatea condiționată a acestuia, în acest fel evitându-se calculul matricelor de covarianță.

Cap. IX. Utilizarea opțiunilor exotice în managementul riscului de piață

IX.1. Definiție, evoluție, clasificare

Evoluția produselor pentru managementul riscului a consemnat generații succesive de instrumente.

Prima generație de produse constă în instrumente derivate de bază: contracte *forward* și opțiuni. Acestea sunt tranzacționate pe diferite piețe: burse de valori/mărfuri (contractele *futures*) sau piețe OTC (contracte *swap*). Aceste instrumente de bază facilitează transferul „tradițional” al riscului: utilizate în conjuncție cu tranzacțiile spot permit separarea și redistribuția riscului de piață a instrumentelor financiare.

A doua generație de produse pentru managementul riscului constă în „împachetarea”/structurarea contractelor *forward* și opțiunilor, clasele specifice de instrumente folosite fiind:

- combinații de contracte *forward*/opțiuni;
- combinații de opțiuni;
- structuri hibride.

Produsele acestei generații sunt construite folosind instrumente din prima generație, în vederea îndeplinirii următoarelor obiective:

- customizarea profilului de risc pentru a reduce dificultățile utilizării contractelor *forward* tradiționale care elimină oportunitatea utilizatorului de a beneficia de mișcările favorabile ale activului suport;
- reducerea primei plătite/costului *hedging*-ului – realizată prin vânzarea/cumpărarea a unor combinații de opțiuni;
- posibilitatea creării unui *leverage* superior prin utilizarea unor combinații de opțiuni;
- *hedging*-ul unor fluxuri incerte de numerar – realizat prin utilizarea unor structuri hibrid.

A treia generație de produse de risc management sunt contractele derivate exotice, instrumente care variază unul sau mai multe elemente ale structurii unei opțiuni.

Astfel, aceste instrumente sunt definite (Das, 2004) ca fiind orice opțiune pentru care cel puțin una dintre caracteristicile sale, incluzând determinarea/calculul prețului de exercițiu, caracteristicile *payoff*-ului, plata primei, mecanismele de activare/expirare, diferă de opțiunile standard call și put sau pentru ca activul suport implică o combinație de sau mai multe active.

Opțiunile exotice sunt considerate un instrument important în managementul riscului de piață. Interesul crescut pentru aceste structuri reflectă atât dezvoltarea pieței de instrumente derivate cât și creșterea cererii de structuri personalizabile pentru managementul riscului și *hedging*.

Importanța derivatelor exotice derivă din faptul că:

- opțiunile exotice măresc gama de instrumente utilizate în managementul/transferul riscurilor;
- opțiunile exotice creează probleme unice în ceea ce privește evaluarea și *hedging*-ul acestora, ceea ce conduce la dezvoltarea teoriei privind evaluarea și *hedging*-ul a opțiunilor în general;
- opțiunile exotice furnizează informații noi privind dimensiunile riscului, cum ar fi corelația/covarianța sau *hedging*-ul unor fluxuri de numerar cu grad redus de certitudine.

Principalii utilizatori ai acestor produse sunt:

- investitorii/managerii de portofolii;
- instituțiile nefinanciare;
- trader-ii de contracte derivate;
- instituții financiare;

iar principalele aplicații ale acestor instrumente sunt:

- managementul riscului;
- îmbunătățirea randamentului unui portofoliu;
- tranzacționarea/luarea de poziții pe un anumit activ;
- construirea de produse structurate;
- strategii de reducere a primei produselor derivate.

Principalele tipuri de opțiuni exotice sunt:

- Opțiuni dependente de traiectoria activului suport (opțiuni *path dependent*) – opțiuni caracterizate prin *payoff*-uri care sunt o funcție a traiectoriei particulare urmată de activul suport pe durata de viață a opțiunii. Traectoria activului suport determină nu numai *payoff*-ul ci și stuctura opțiunii. Această categorie de opțiuni include:
 - Opțiunile asiatice;
 - Opțiunile *lookback*;
 - Opțiunile *ladder*.
- Opțiuni dependente de timp (opțiuni *time dependent*) – caracterizate prin faptul că cumpărătorul acestor structuri are dreptul de a modifica o caracteristică a opțiunii la un anumit moment în timp (la date prestabilite) înainte de expirarea opțiunii. Această categorie de opțiuni include:
 - Opțiuni *chooser*;
 - Opțiuni *forward start*;
 - Opțiuni *cliquet*.
- Opțiuni dependente de limită (opțiuni *limit dependent*) – opțiuni ce încorporează un mecanism prin care contractul este activat sau dezactivat funcție de nivelul activului suport. Aceste opțiuni sunt cunoscute ca bariere.
- Opțiuni cu *payoff*-ul modificat – cele mai cunoscute opțiuni din această categorie fiind cele binare/digitale.
- Opțiuni multifactor – opțiuni care implică un profil al *payoff*-ului bazat pe relația dintre mai multe active. Cele mai reprezentative opțiuni din această categorie sunt:
 - Opțiunile compuse (opțiuni pe opțiuni);
 - Opțiunile *basket*;
 - Opțiunile de schimb (opțiunile *exchange*);
 - Opțiunile *quanto*;
 - Opțiunile pe *spread*;
 - Opțiunile curcubeu (opțiunile *rainbow*).

În general, pentru evaluarea opțiunilor exotice este adoptată o strategie bazată pe două niveluri:

- adaptarea modelului Black-Scholes-Merton în cazurile în care acesta este fezabil;
- utilizarea de metodelor numerice/simulare în cazurile în care modelul Black-Scholes-Merton sau o variantă a acestuia nu pot fi aplicate.

Acolo unde modelul Black-Scholes-Merton poate fi aplicat, opțiunile exotice sunt evaluate fie prin ajustarea formulei acestui model, fie prin împărțirea opțiunilor în componente care pot fi evaluate în acest cadru.

Pentru anumite instrumente, în special pentru opțiunile *path dependent* modelul Black-Scholes-Merton nu poate fi utilizat. În aceste cazuri, una din următoarele abordări este utilizată:

- Modelul binomial. Această abordare necesită specificarea unui proces specific de evoluție a prețului activului suport și modelarea acestei evoluții în timp, apoi, utilizând metode iterative (numerice) este estimată valoarea opțiunii pornind de la maturitate către momentul inițial. Metodologia constă în modelarea prețului activului de bază printr-o structură binomială, iar mai recent printr-o structură trinomială/multinomială care este apoi rezolvată prin proceduri de programare matematică. Structurile binomiale/multinomiale standard sunt ajustate pentru a lua în considerare structura la termen a ratelor dobânzii pentru a permite *payoff*-urilor să fie actualizate utilizând diferite rate de actualizare la diferite momente în timp.
- Soluție analitică – care presupune determinarea prețului opțiunii prin rezolvarea unei ecuații diferențiale parțiale pe care contractul opțiunii exotice o satisface.
- Tehnici de simulare – care folosesc simularea Monte Carlo pentru generarea unor traiectorii aleatoare ale prețului activelor financiare care să simuleze comportamentul prețului activului în timp. Pe baza acestor simulări se determină valoarea așteptată a opțiunii. Atunci când este generat un număr mare de simulări, este posibilă generarea distribuției valorii opțiunii.

- Tehnici de aproximare – care implică estimarea valorii opțiunii exotice pe baza legăturii acestora cu o problemă similară care are un răspuns cunoscut.

IX.2. Opțiuni dependente de traiectoria activului suport

IX.2.1. Opțiuni asiatice

Acestea sunt opțiuni al căror *payoff* depinde de media prețului activului suport, medie calculată pe o perioadă de timp și la o anumită frecvență specificate în contract, în cadrul duratei de viață a opțiunii. Media poate fi aritmetică sau geometrică.

Cele mai importante tipuri de opțiuni asiatice sunt:

- Opțiuni cu preț de exercițiu fix sau rată medie (opțiuni *fixed strike* sau *average rate*) – opțiuni pentru care cumpărătorul unui call primește la maturitatea contractului maximul dintre diferența dintre media prețului activului suport și prețul de exercițiu și zero:

$$\text{call: } \max[AA(n) - K, 0]$$

- Opțiuni cu preț de exercițiu aleator/mediu (opțiuni *floating/average strike*) – opțiuni pentru care cumpărătorul unui call primește la maturitatea opțiunii maximul dintre diferența dintre prețul spot la maturitatea contractului și media prețului activului suport și zero:

$$\text{call: } \max[S_T - AA(n), 0]$$

- Opțiuni cu medie dublă (opțiuni *double average*), care sunt o combinație între opțiuni *average rate* și opțiuni *average strike*:
 - prețul de exercițiu nu este fixat la momentul tranzacției, ci este determinat ca medie unui anumit număr de observații pe o anumită perioadă prespecificată;
 - *payoff*-ul opțiunii este bazat pe diferența dintre prețul de exercițiu descris mai sus și prețul mediu al activului calculat pe o perioadă diferită decât în cazul prețului de exercițiu.

unde:

S_T reprezintă prețul spot la maturitatea opțiunii;

$AA(n)$ - media activului suport;

K – prețul de exercițiu al opțiunii.

Opțiunile asiatice sunt utilizate în toate clasele de active, dar în mod special pe piețele valutare și de mărfuri, unde structura bazată pe medii facilitează *hedging*-ul unei serii de cash flow-uri.

Principalele caracteristici ale acestui tip de opțiuni sunt:

- abilitatea de a realiza *hedging*-ul unei structuri regulate sau neregulate de cash flow-uri;
- primă mai mică decât o opțiune standard datorită faptului că volatilitatea activului suport al opțiunii (media prețului unui activ) este mai mică decât volatilitatea acestui activ;
- stabilitatea *payoff*-ului – modificările bruște și de mare amploare ale prețului activului, mai ales în apropierea scadenței au un impact redus asupra profitului/pierderii din contractul unei opțiuni *average*.

În evaluarea opțiunilor asiatice trebuie ținut cont de:

- dependența de traiectoria activului, tipul de medie folosit (aritmetic sau geometric), distribuția prețului mediu;
- faptul că procesul nu este continuu – media este calculată în timp discret;
- media poate să nu fie calculată pe toată durata de viață a opțiunii.

În cazul în care cursul mediu al opțiunii este calculat pe baza unei medii geometrice, este posibilă evaluarea prin metode analitice a prețului opțiunii – datorită faptului că produsul unei serii aleatoare de variabile lognormale este o variabilă lognormală.

Dar dacă opțiunea se bazează pe medie aritmetică, nu este disponibilă calcularea prețului opțiunii prin metode analitice – deoarece media aritmetică a unei serii de variabile lognormale nu este o variabilă lognormală iar distribuția acesteia nu este cunoscută. Cea mai utilizată metodă în acest caz este aproximarea acestei distribuții de probabilitate. Prețul opțiunii este calculat apoi pe baza acestei distribuții.

Cel mai utilizat procedeu constă în calcularea primelor două momente ale distribuției de probabilitate ale mediei aritmetice, presupunând că această distribuție este lognormală. Această abordare necesită ca media și varianța ale distribuției reale să fie calculate utilizând relații recursive. Distribuția reală este apoi aproximată utilizând o transformare Edgeworth a seriei într-o funcție de densitate lognormală cu media și

varianța egale cu momentele calculate pentru distribuția reală. Acest procedeu permite utilizarea soluției analitice.

În practică modelul utilizat este cel propus de Levy și Turnbull (1991). Conform acestui model primele pentru o opțiune call și put *average rate* sunt:

$$C = e^{-rt} [F \cdot N(d_1) - K \cdot N(d_2)]$$

$$P = e^{-rt} [K \cdot N(-d_2) - F \cdot N(-d_1)]$$

unde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{\sigma^2}{2} T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) - \frac{\sigma^2}{2} T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$F = M_1$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{t} \ln\left(\frac{M_2}{M_1}\right)$$

$$M_1 = \frac{(e^{(r-y)t} - 1) S}{(r-y)t}$$

$$M_2 = \frac{2e^{[2(r-y)+\sigma^2 t] S^2}}{(r-y-\sigma^2)(2r-2y+\sigma^2)t^2} + \frac{2S^2}{(r-y)t^2} \cdot \left(\frac{1}{2(r-y)+\sigma^2} - \frac{e^{(r-y)t}}{r-y+\sigma^2} \right)$$

unde:

C reprezintă prețul opțiunii call

P – prețul opțiunii put

S – prețul spot al activului

K – prețul de exercițiu al opțiunii

σ – volatilitatea activului

t – timpul rămas până la expirarea opțiunii

r – rata dobânzii

y – venitul adus de activ

M_1 – primul moment al distribuției

M_2 – al doilea moment al distribuției.

IX.2.2. Opțiuni *look-back*

Opțiunile *look-back* reprezintă o variație a opțiunilor tradiționale, care permite cumpărătorului să nominalizeze la scadența acestora prețul de exercițiu al opțiunii. Ca urmare a acestei caracteristici, aceste opțiuni au o valoare mai mare decât cea a unei opțiuni clasice, valoare care se traduce printr-o primă mai ridicată.

Principalele aplicații ale acestor opțiuni sunt:

- *Hedging*-ul – opțiunile *look-back* permit obținerea celui mai bun preț, caracteristică ce poate fi atractivă în perioadele cu volatilitate înaltă.
- Speculația – aceste opțiuni pot fi atractive în perioadele cu volatilitate sau incertitudine ridicată. Datorită ajustării automate a acestei opțiuni, volatilitatea ridicată ar permite speculatorului să beneficieze de mișcările favorabile ale prețului activului suport.
- Separarea dintre decizia de investiție de decizia privind schimbul valutar – opțiunile *look-back* permit decuplarea celor două prin faptul că aceste opțiuni elimină necesitatea alegerii momentului intrării pe o anumită valută.

Principalele avantaje oferite pentru *hedging* de aceste opțiuni sunt:

- Permite un *hedging* optim – elimină necesitatea unui management continuu al strategiei de *hedging* și cumpărătorul acestei opțiuni are garantată performanța optimă (maximă) a strategiei. Ca urmare, utilizarea acestei opțiuni elimină necesitatea alegerii momentului de intrare în strategia de *hedging*.
- Aceste opțiuni permit tranzacții cu o frecvență mai redusă decât în cazul utilizării opțiunilor clasice, cumpărătorul eliminând nevoia înlocuirii opțiunilor care au devenit *deep out-of-the-money* datorită evoluției prețului activului suport. Opțiunile *look-back* înlocuiesc automat și în mod continuu opțiunile *out-of-the-money* cu opțiuni *at-the-money*.

Payoff-ul unei opțiuni *look-back* este determinat nu numai de prețul activului suport la scadența opțiunii dar și de minimul sau maximul prețului acestui activ suport pe durata de viață a opțiunii.

Opțiunile *look-back* sunt clasificate în:

- Opțiuni *look-back* cu preț de exercițiu variabil (opțiuni *floating strike look-back*) – pentru care *payoff*-ul se determină ca diferență între prețul spot la

scadența opțiunii și prețul minim al activului suport pe durata de viață a opțiunii (în cazul opțiunii call) sau ca diferență prețul maxim și prețul spot la scadență (în cazul opțiunii put).

- Opțiuni *look-back* cu preț de exercițiu fix (opțiuni *fixed strike look-back*) – pentru care prețul activului suport la scadența opțiunii este înlocuit cu prețul minim sau maxim al activului suport pe durata de viață a opțiunii.
- Opțiuni *look-back* parțiale (sau fracționale) – care sunt similare cu opțiunile standard *look-back*, dar în cazul acestora numai un anumit procentaj din valorile extreme ale prețului activului suport sunt monitorizate pe parcursul unor subseturi de perioade din durata de viață a opțiunii.

Aceste opțiuni sunt evaluate prin

- metode numerice (modele binomiale sau simulări Monte Carlo) care generează traiectorii ale activului de bază (Hull și White 1993, Kat, 1995)
- modele matematice deduse pe baza modelului Black-Scholes (doar pentru opțiunile de tip european) (Hull 2000).

Modelele numerice permit încorporarea și a structurii la termen și volatilității ratelor de dobândă și de asemenea și a structurii la termen și *smile*-ului volatilității.

IX.2.3. Opțiuni *ladder*

Caracteristica acestor opțiuni este că prețul de exercițiu este resetat periodic în mod automat și valoarea intrinsecă garantată atunci când prețul activului de bază se tranzacționează la sau peste anumite niveluri.

Principala atracție a acestui tip de opțiune este conservarea automată a câștigurilor rezultate din evoluția prețului activului suport, ceea ce crește probabilitatea exercitării optime a opțiunii.

Principalele caracteristici ale opțiunii sunt:

- nivelurile de preț ale activului suport la atingerea cărora valoarea intrinsecă a opțiunii se conservă;
- frecvența de observare a prețului activului suport;
- perioada, pe durata de viață a opțiunii când nivelurile de preț operează.

Payoff-ul acestui tip de opțiuni este:

$$\text{Call: } \text{Max}(0, S_m - K, L_i - K)$$

$$\text{Put: } \text{Max}(0, K - S_m, K - L_i)$$

unde:

K reprezintă prețul de exercițiu al opțiunii;

S_m - prețul spot al activului suport la maturitatea opțiunii;

L_i - cel mai mare (scăzut) nivel (specificat în contractul opțiunii) de preț al activului suport atins pe perioada de existență a opțiunii.

IX.2.4. Opțiuni *shout*

Opțiunile *shout* sunt o variație a opțiunilor *ladder* care permit cumpărătorului să selecteze în mod activ *payout*-ul minim al opțiunii și în același timp să beneficieze de evoluțiile favorabile viitoare ale prețului activului suport. Astfel, pe întreaga durată de viață a opțiunii, cumpărătorul poate conserva valoarea intrinsecă curentă a opțiunii. Opțiunile *shout* pot fi structurate cu una sau mai multe oportunități de garantare a valorii intrinseci curente. De asemenea perioada în care cumpărătorul opțiunii poate opta asupra valorii intrinseci garantate poate fi limitată.

Payoff-ul acestui tip de opțiuni este:

$$\text{Call: } \text{Max}(0, S_m - K, S^* - K)$$

$$\text{Put: } \text{Max}(0, K - S_m, K - S^*)$$

unde:

K reprezintă prețul de exercițiu al opțiunii;

S_m - prețul spot al activului suport la maturitatea opțiunii;

S^* - prețul activului suport nominalizat de către cumpărător.

IX.2.4. Opțiuni *swing*

Opțiunile *swing* reprezintă un pachet de opțiuni europene dar numărul total de opțiuni care pot fi exercitate este inferior numărului de opțiuni cumpărate – cumpărătorul are opțiunea de a exercita anumite, dar nu toate opțiunile cumpărate, câștigul fiind reducerea costului pachetului de opțiuni cumpărate.

Cele mai multe aplicații ale acestui tip de opțiuni sunt pe piețele de mărfuri și monetare. De exemplu în cazul piețelor monetare, o aplicație a acestui tip de opțiune este opțiunea *swing* pe rata dobânzii (sau opțiunea *cap* flexibilă) – care constă într-o opțiune *cap* pentru care numai un număr limitat de *caplet*-uri (inferior numărului total de *caplet*-uri) poate fi exercitat.

Evaluarea acestor opțiuni se realizează în general prin metode numerice (modele binomiale și simulări Monte Carlo).

IX.3. Opțiuni dependente de timp

IX.3.1. Opțiuni forward-start

Opțiunile *forward-start* sunt opțiuni care încep să funcționeze la o dată prestabilită iar prețul lor de exercițiu este prețul spot al activului suport la momentul activării opțiunii.

Aceste opțiuni sunt utilizate în special pe piața monetară – opțiuni *forward-start* pe rata dobânzii, denumite și opțiuni *cap* și *floor* periodice – pentru care prețul de exercițiu al fiecărui *caplet* și *floorlet* se stabilește la începutul fiecărei perioade, de obicei aplicându-se o marjă ratei dobânzii spot.

Principala atracție a acestor opțiuni este costul redus al acestei structuri.

Evaluarea acestor opțiuni se realizează atât prin soluții analitice cât și numerice (modele binomiale și simulări Monte Carlo).

IX.3.2. Opțiuni cliquet

Aceste opțiuni (denumite și opțiuni *ratchet* sau *reset*) sunt o variație a opțiunilor *ladder* și permit cumpărătorului să conserve valoarea intrinsecă a opțiunii la o dată prestabilită. Astfel, cumpărătorul are garantat un *payoff* minim, calculat la data prestabilită, indiferent de evoluția ulterioară a activului suport până la maturitatea opțiunii (de exemplu, cumpărătorul unei opțiuni *one-clique* are *payoff*-ul determinat ca diferență dintre prețul spot al activului suport la un anumit moment prespecificat, înainte de maturitatea opțiunii, și prețul de exercițiu).

Payoff-ul unei opțiuni *cliquet* este:

Call: $\max(0, S_m - K, S_i - K)$

Put: $\max(0, K - S_m, K - S_i)$

unde:

K reprezintă prețul de exercițiu al opțiunii,

S_m - prețul spot al activului suport la maturitatea opțiunii,

S_i - prețul spot al activului suport la momentul predeterminat la care se calculează (și conservă) valoarea intrinsecă a opțiunii.

Principalele caracteristici structurale ale opțiunilor *cliquet* sunt:

- numărul de date la care se conservă valoarea intrinsecă a opțiunii;
- frecvența de observare a prețului activului suport.

Valoarea opțiunii *cliquet* este calculată prin metode numerice sau simulare Monte Carlo.

IX.3.3. Opțiuni *chooser*

La momentul tranzacției cumpărătorul și vânzătorul unui asemenea contract stabilesc activul suport prețul de exercițiu, scadența și prima opțiunii. Cumpărătorul selectează tipul opțiunii (put/call) până la/la o dată prestabilită, înainte de expirarea opțiunii.

Aceste structuri sunt utilizate, pe piețele valutare, de mărfuri și acțiuni, principalele aplicații fiind:

- Tranzacționarea în condiții de volatilitate extremă a pieței, opțiunile *chooser* permițând expunere la un cost mai mic decât un *straddle*.
- *Hedging*-ul în cazul în care direcția expunerii nu este cunoscută.

Evaluarea opțiunilor *chooser* pornește de la ipoteza că *payoff*-ul acestor opțiuni va fi maximul dintre valoarea unui *call* și a unui *put*:

$\text{Max}(C, P)$,

unde:

C reprezintă valoarea unei opțiuni call cu prețul de exercițiu K și timpul până la expirare t ,

P - valoarea unei opțiuni put cu prețul de exercițiu K și timpul până la expirare t ,

t^* - data la care cumpărătorul trebuie să opteze între call și put,

S_{t^*} - prețul activului suport la momentul t^* .

Presupunând că:

r este rata dobânzii până la expirarea opțiunii,

y – venitul adus de activul suport,

și utilizând paritatea put call, valoarea opțiunii *chooser* poate fi scrisă:

$$\begin{aligned}\max(C, P) &= \max(C, C + Ke^{-r(t-t^*)} - S_{t^*}e^{-y(t-t^*)}) \\ &= C + e^{-y(t-t^*)} \max(0, Ke^{-(r-y)(t-t^*)} - S_{t^*})\end{aligned}$$

ceea ce arată că opțiunea *chooser* poate fi replicată:

- cumpărând o opțiune call cu prețul de exercițiu K și timpul până la maturitate t ,
- cumpărând $e^{-y(t-t^*)}$ opțiuni put cu prețul de exercițiu $Ke^{-(r-y)(t-t^*)}$ și timpul până la maturitate t^* .

Astfel, valoarea unei opțiuni *chooser* poate fi calculată ca valoarea cumulată a două opțiuni (folosind modelul Black-Scholes-Merton sau binomial)

IX.4. Opțiuni dependente de limită – opțiuni barieră

Opțiunile barieră sunt printre cele mai tranzacționate opțiuni exotice, fiind utilizate în majoritatea claselor de active, dar în special pe piețele valutare, monetare și de acțiuni. În totalul tranzacțiilor cu derivate exotice, tranzacțiile cu opțiuni barieră și derivate ale acestora ocupă 60 – 70 la sută.

Opțiunile barieră sunt similare cu cele europene cu condiția că, dacă pe parcursul vieții opțiunii, un anumit nivel (barieră) al prețului activului suport este atins, atunci opțiunea este fie activată (*knock in*), fie expiră (*knock out*).

Barierile pot fi:

- americane sau europene,
- parțiale – atunci când operează numai pentru o perioadă, care este mai scurtă decât timpul până la maturitate al opțiunii,
- discontinue – atunci când bariera operează numai la anumite date prestabilite,
- simple – o singură barieră/duble – două bariere.

Funcție de tipul barierei și poziția acesteia față de cursul spot opțiunile barieră sunt:

- *Knock in/knock out* – pentru care barierele sunt *out of the money* – sub prețul de exercițiu pentru opțiunile call, peste prețul de exercițiu pentru opțiunile put. Pentru opțiunile *knock out* dacă bariera nu este atinsă sau pentru opțiunile *knock in* dacă bariera este atinsă *payout*-ul este similar cu cel al unei opțiuni europene; în caz contrar este zero.
- *Reverse knock in/reverse knock out* – pentru care barierele sunt *in the money* – peste prețul de exercițiu pentru opțiunile call, sub prețul de exercițiu pentru opțiunile put. Pentru opțiunile *reverse knock out* dacă bariera este atinsă, valoarea opțiunii este zero și în cazul în care bariera nu este atinsă *payout*-ul este identic cu cel al unei opțiuni europene; iar pentru opțiunile *reverse knock in*, dacă bariera este atinsă *payout*-ul este identic cu cel al unei opțiuni similare europene, și zero în caz contrar.

Funcție de tipul barierei (*in* sau *out*) și poziția acestuia față de cursul spot, opțiunile barieră mai sunt denumite:

- *up and in*,
- *up and out*,
- *down and in*,
- *down and out*.

În determinarea evenimentelor (atingerea/neatingerea barierei) principale probleme includ:

- Perioada în care se observă prețul activului suport. Anumiți traderi restrâng această perioadă la orele normale de tranzacționare (iar prețurile din afara acestei perioade sunt ignorate), iar alți traderi observă prețurile din orice moment (teoretic și prețurile din zilele nelucrătoare) pentru a determina dacă bariera a fost atinsă.
- Prețurile cotate/tranzacționate – evenimentul se bazează pe un preț cotate (dar netranzacționat) sau numai pe un preț tranzacționat efectiv.
- Volumul tranzacției – anumiți dealeri pot specifica un anumit volum al tranzacției pentru ca bariera să fie considerată atinsă.

- Tranzacții interne/externe – dacă pentru ca bariera să fie considerată atinsă, tranzacția poate fi și internă (între două entități ale aceluiași grup) sau trebuie ca cel puțin una din părți să fie o contrapartidă externă.
- Tranzacțiile în afara pieței – dacă tranzacțiile realizate în afara pieței se iau în considerare în determinarea evenimentelor.
- Partea care certifică atingerea barierei.
- Cerințele de verificabilitate – posibilitatea ca ambele părți să poată verifica atingerea barierei.

Principalele aplicații ale acestor opțiuni sunt:

- *Hedging*-ul structurat – realizarea unui *hedging* care să se potrivească expunerii contrapartidei;
- Restructurarea unui *hedging* existent.

Payoff-ul opțiunilor barieră poate fi scris:

- *down and in call* ($\omega = 1$)/put ($\omega = -1$)

$$\max\{\omega S(t^*) - \omega K, 0\} \mid S(t) > H, S(T) \leq H, t < T \leq t^*$$

sau

$$Rm(\tau) \text{ dacă } S(t) > H \text{ și } S(T) > H \text{ pentru toți } t < T \leq t^*$$

- *up and in call* ($\omega = 1$)/put ($\omega = -1$)

$$\max\{\omega S(t^*) - \omega K, 0\} \mid S(t) < H, S(T) \geq H, t < T \leq t^*$$

sau

$$Rm(\tau) \text{ dacă } S(t) < H \text{ și } S(T) < H \text{ pentru toți } t < T \leq t^*$$

- *down and out call* ($\omega = 1$)/put ($\omega = -1$)

$$\max\{\omega S(t^*) - \omega K, 0\} \mid S(t) > H, S(T) > H, \text{ pentru } _ \text{toti } _ t < T \leq t^*$$

sau

$$R(T) \text{ dacă } S(t) > H \text{ și } S(T) \leq H \text{ pentru } t < T \leq t^*$$

- *up and out call* ($\omega = 1$)/put ($\omega = -1$)

$$\max\{\omega S(t^*) - \omega K, 0\} \mid S(t) < H, S(T) < H, \text{ pentru } _ \text{toti } _ t < T \leq t^*$$

sau

$$R(T) \text{ dacă } S(t) < H \text{ și } S(T) \geq H \text{ pentru } t < T \leq t^*$$

unde:

$S(t)$ reprezintă prețul spot al activului suport la momentul t ,

K – prețul de exercițiu al opțiunii,

t, t^* - momentul curent și respectiv scadența opțiunii,

H – bariera opțiunii,

R – suma plătită de către vânzător cumpărătorului în cazul în care valoarea opțiunii este zero,

m – maturitatea opțiunii.

Evaluarea opțiunilor barieră se realizează fie prin metode analitice fie prin metode numerice (modele binomiale/trinomiale și simulări Monte Carlo). În cazul utilizării modelelor binomiale/trinomiale, acestea trebuie adaptate pentru a încorpora bariera. Aceasta se încorporează punând condiția ca valoarea opțiunii să fie zero atunci când opțiunea expiră (în cazul opțiunilor *knock out*) sau nu este activată (în cazul opțiunilor *knock in*).

Hull (2000) prezintă soluții analitice pentru evaluarea opțiunilor barieră.

Notând cu:

S – prețul activului suport,

K – prețul de exercițiu al opțiunii,

H – bariera,

t – timpul până la maturitatea opțiunii,

r – rata dobânzii,

q – venitul adus de activul suport,

σ - volatilitatea activului suport,

soluția analitică pentru evaluarea opțiunilor call și put cu bariere este:

1. Pentru opțiunea call:

dacă $H \leq K$, atunci valoarea unei opțiuni *call knock in (down and in)* este:

$$S e^{-qt} \left(\frac{H}{S} \right)^{2\lambda} N(y) - K e^{-rt} \left(\frac{H}{S} \right)^{2\lambda-2} N(y - \sigma\sqrt{t})$$

unde:

$$\lambda = \frac{r - q - \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma^2}$$

$$y = \frac{\ln\left(\frac{H^2}{SK}\right)}{\sigma\sqrt{t}} + \lambda\sigma\sqrt{t}$$

Utilizând relația de arbitraj dintre opțiunile *knock in* și *knock out*, valoarea unei opțiuni *call knock out (down and out)* este:

Prima unei opțiuni *call knock out (down and out)* = prima unei opțiuni *call* – prima unei opțiuni *call knock in (down and in)*.

Dacă $H \geq K$, atunci valoarea unei opțiuni *call knock out (down and out)* este:

$$SN(x_1)e^{-qt} - Ke^{-rt}N(x_1 - \sigma\sqrt{t}) - Se^{-qt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda}N(y_1) + Ke^{-rt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2}N(y_1 - \sigma\sqrt{t})$$

unde:

$$x_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{H}\right)}{\sigma\sqrt{t}} + \lambda\sigma\sqrt{t}$$

$$y_1 = \frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right)}{\sigma\sqrt{t}} + \lambda\sigma\sqrt{t}.$$

Valoarea unui *call knock in (down and in)* se determină punând condiția inexistenței oportunității de arbitraj între *call*, *call knock in* și *call knock out*:

Prima unei opțiuni *call knock in (down and in)* = prima unei opțiuni *call* – prima unei opțiuni *call knock out (down and out)*.

Dacă $H < K$, atunci valoarea unui *call reverse knock out (up and out)* este 0 și valoarea unui *call reverse knock in (up and in)* este egală cu valoarea unui *call*.

Dacă $H \geq K$, atunci valoarea unei opțiuni *call reverse knock in (up and in)* este:

$$SN(x_1)e^{-qt} - Ke^{-rt}N(x_1 - \sigma\sqrt{t}) - Se^{-qt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} [N(-y) - N(-y_1)] \\ + Ke^{-rt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} [N(-y + \sigma\sqrt{t}) - N(-y_1 + \sigma\sqrt{t})]$$

Valoarea unei opțiuni call *reverse knock out (up and out)* este:

Prima unei opțiuni call *reverse knock out (up and out)* = prima unei opțiuni call – prima unei opțiuni call *reverse knock in (up and in)*.

2. Pentru opțiunea put:

Dacă $H \geq K$, atunci valoarea unei opțiuni put *knock in (up and in)* este:

$$- Se^{-qt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} N(-y) - Ke^{-rt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} N(-y + \sigma\sqrt{t}).$$

Valoarea unei opțiuni put *knock out (up and out)* este:

Prima put *knock out (up and out)* = prima put – prima put *knock in (up and in)*.

Dacă $H \leq K$, valoarea unui put *knock out (up and out)* este:

$$- SN(x_1)e^{-qt} + Ke^{-rt}N(-x_1 + \sigma\sqrt{t}) + Se^{-qt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} N(-y_1) - Ke^{-rt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} N(-y + \sigma\sqrt{t})$$

Valoarea unei opțiuni put *knock in (up and in)* este:

Prima opțiune put *knock in (up and in)* = prima put – prima put *knock out (up and out)*.

Dacă $H \geq K$, atunci valoarea unui put *reverse knock out (down and out)* este 0 și valoarea unui put *reverse knock in (down and in)* este egală cu valoarea unui put standard.

Dacă $H \leq K$, atunci valoarea unui put *reverse knock in (down and in)* este:

$$- SN(-x_1)e^{-qt} + Ke^{-rt}N(-x_1 + \sigma\sqrt{t}) + Se^{-qt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} [N(y) - N(y_1)] \\ - Ke^{-rt}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} [N(y - \sigma\sqrt{t}) - N(y_1 - \sigma\sqrt{t})]$$

Valoarea unui put *reverse knock out (down and out)* este:

Prima opțiune put *reverse knock out (down and out)* = prima put – prima put *reverse knock in (down and in)*.

Senzitivitățile opțiunii sunt afectate de existența barierei după cum urmează:

- Delta. Aceasta este semnificativ diferită față de cea a unei opțiuni simple (care poate lua valori între 0 și 1 pentru un call și 0 și -1 pentru un put). De exemplu o opțiune call cu barieră poate avea delta negativ sau delta mai mare decât 1.
- Gamma. În cazul în care delta este mai mare decât 1, gamma poate lua valori mari. De asemenea, faptul că delta este discontinuu, gamma poate fi infinit.
- Vega. Valoarea opțiunilor *plain vanilla* crește o dată cu majorarea volatilității. În schimb, pentru opțiunile *knock out*, creșterea volatilității implică o probabilitate mai mare ca opțiunea să dispară, ceea ce conduce la o relație inversă între valoarea opțiunii și volatilitatea activului suport. Pentru a capta mai bine riscul opțiunilor exotice, în practică mai sunt folosite sensibilitatea lui vega funcție de evoluția volatilității implicite și sensibilitatea lui vega funcție de cursul spot.

O altă problemă în evaluarea opțiunilor cu bariere este volatilitatea care va fi folosită pentru evaluarea acestora. În cazul utilizării suprafeței de volatilitate, atunci volatilitatea pentru prețul de exercițiu va fi diferită de volatilitatea pentru barieră, cele două volatilități fiind puncte diferite de pe *smile*. În practică au fost propuse mai multe abordări (Wilmott, 1998):

- Suprafețe locale de volatilitate – ceea ce presupune luarea în considerare a *smile*-ului și a structurii la termen a volatilității;
- Două modele de volatilitate – această abordare extinzând modelul standard prin adăugarea unei volatilități separate pentru barieră.

În privința *hedging*-ului acestor opțiuni în practică sunt aplicate mai multe abordări:

- *Hedging*-ul dinamic – care este dificil pentru opțiunile cu barieră (Taleb 1997) datorită discontinuităților în delta și a măsurii gamma ridicate (iar în unele cazuri infinit).
- Replicare statică - care implică replicarea profilului opțiunii cu barieră printr-un portofoliu de opțiuni convenționale (Bowie și Carr, 1994). Această metodă

are ca avantaje reducerea costului de rebalansare a portofoliului, reducerea riscului datorat lui gamma, expunere minimă față de estimarea volatilității (deoarece replicarea statică necesită doar volatilitățile implicite ale opțiunilor *plain vanilla* folosite pentru *hedging*).

IX.5. Opțiuni cu payoff-ul modificat

IX.5.1. Opțiuni digitale (binare)

Acestea sunt opțiuni al căror *payout* este discontinuu și fix. În cazul unei opțiuni digitale standard, în cazul în care prețul de exercițiu/bariera este atinsă, *payout*-ul este o sumă predeterminată fixă. Aceste opțiuni pot fi americane sau europene, cu o singură sau cu două bariere.

Cele mai tranzacționate opțiuni digitale sunt:

- *One touch* – opțiune americană care are un *payoff* fix predeterminat în cazul în care cursul atinge bariera până la scadența opțiunii și zero în caz contrar;
- *No touch* – opțiune americană care are un *payoff* fix predeterminat în cazul în care cursul nu atinge bariera până la scadența opțiunii și zero în caz contrar;
- *Double one touch* – opțiune americană care are un *payoff* fix predeterminat în cazul în care cursul atinge una din cele două bariere până la scadența opțiunii și zero în caz contrar;
- *Double no touch* – opțiune americană care are un *payoff* fix predeterminat în cazul în care nu cursul atinge nici una dintre cele două bariere până la scadența opțiunii și zero în caz contrar.

Evaluarea acestor opțiuni pune probleme specifice deoarece *payoff*-ul acestor opțiuni este fix, în practică fiind utilizate atât metode analitice (pentru opțiunile cu o singură barieră), cât și metode numerice (modele binomiale, simulări Monte Carlo).

Tranzacționarea și managementul riscului pentru aceste opțiuni prezintă dificultăți deoarece, datorită discontinuităților în *payoff*-ul acestor opțiuni, în jurul barierei/prețului de exercițiu, modificări mici ale activului suport pot avea efecte mari asupra valorii opțiunii. Ca urmare, senzitivitățile opțiunilor digitale se comportă după cum urmează:

- Delta. Aceasta este mare în jurul barierei/prețului de exercițiu – ceea ce reflectă faptul că, dacă opțiunea expiră (în cazul opțiunilor europene) *in the money*, atunci această opțiune va avea o valoare mare. De asemenea, ca și în cazul opțiunilor cu bariere, delta poate lua atât valori pozitive cât și valori negative, iar valoarea absolută a lui delta poate fi mare (mai mare decât 1), ceea ce reflectă faptul că o opțiune digitală aflată marginal *in the money* poate avea un *payout* mult mai mare decât o opțiune convențională. Delta unei opțiuni digitale se poate schimba rapid în cazul în care activul suport se tranzacționează în jurul prețului de exercițiu/barierei sau atunci când timpul până la expirare e scurt (mai ales în cazul opțiunilor europene).
- Gamma. Datorită faptului că delta opțiunilor digitale se poate schimba rapid, gamma poate avea valori ridicate atunci când activul suport se tranzacționează în jurul prețului de exercițiu sau când timpul până la expirare e scurt.
- Vega. Opțiunile digitale, similar cu cele cu barieră sunt sensibile la modificarea volatilității în jurul prețului de exercițiu/barierei.

Datorită discontinuităților în *payoff*-ul acestor opțiuni, *hedging*-ul dinamic al opțiunilor digitale este dificil (Priest, 1997). Din această cauză, în practică este utilizat *hedging*-ul static al acestor opțiuni (Bowie, Johnatan și Carr, 1994).

Hedging-ul static poate fi realizat utilizând opțiuni standard prin strategii *spread* – strategii care pot replica cu acuratețe *payoff*-ul unei opțiuni digitale: trader-ul va trebui să construiască o strategie *spread* în care diferența dintre cele două prețuri de exercițiu este mică și să ajusteze noționalul celor două opțiuni componente ale *spread*-ului astfel încât această strategie să aibă un *payoff* similar cu cel al unei opțiuni digitale. Dar, această strategie de *hedging* se complică datorită faptului că strategia *spread* și opțiunea digitală vor avea comportamente (valoarea lor va evolua diferit) diferite până la scadență.

IX.5.2. Opțiuni *contingent premium*

Opțiunile *contingent premium* sunt o aplicație specială a opțiunilor digitale. Aceste opțiuni sunt caracterizate prin faptul că prima lor nu este plătită la tranzacționarea contractului ci este plătită la expirarea opțiunii și condiționată de expirarea *in the money* a opțiunii.

Evaluarea acestui tip de opțiuni se bazează pe descompunerea acestora în părțile componente:

- Cumpărarea unei opțiuni standard;
- Vânzarea unei opțiuni digitale care are același preț de exercițiu/barieră cu cel al opțiunii standard și un *payoff* egal cu prima opțiunii *plain vanilla*.

IX.5.3. Opțiuni exponențiale

Aceste opțiuni se diferențiază de opțiunile standard prin faptul că *payoff*-ul opțiunilor exponențiale se determină prin ridicarea la o putere (mai mare decât 1) a valorii intrinseci a opțiunii standard.

Astfel, *payoff*-ul unei opțiuni exponențiale poate fi scris:

- Call: $\max[0, (S_m - K)^n]$
- Put: $\max[0, (K - S_m)^n]$

unde:

K reprezintă prețul de exercițiu al opțiunii,

S_m - prețul activului suport la maturitatea opțiunii,

n - puterea la care se ridică valoarea intrinsecă a opțiunii.

IX.6. Opțiuni multifactor

IX.6.1. Opțiuni curcubeu (*rainbow*)

Opțiunile curcubeu reprezintă un nume generic folosit pentru descrierea unor structuri a căror caracteristică este faptul că *payoff*-ul acestora depinde de performanța relativă a două sau mai multe active (numite culorile curcubeului).

Aceste opțiuni permit cumpărătorului:

- reducerea primei de cumpărare a opțiunilor (comparativ cu cumpărarea unei opțiuni standard pentru fiecare activ),
- tranzacționarea pe baza așteptărilor privind evoluția relativă a două sau mai multe active.

Cele mai cunoscute structuri sunt:

- Opțiuni *best of/worst of* (numite și opțiuni alternative) – pentru care cumpărătorul lor primește cea mai mare (în cazul opțiunilor *best of*) sau cea mai mică (*worst of*) modificare de preț (în termeni procentuali față de prețul de exercițiu) dintre două sau mai multe active. *Payoff*-ul este egal cu modificarea procentuală pozitivă sau negativă față de prețul de exercițiu multiplicată cu noționalul opțiunii:

$$\text{Opțiune } \textit{best of}: \max(\Delta S_1, \Delta S_2, \dots, \Delta S_n)$$

$$\text{Opțiune } \textit{worst of}: \min(\Delta S_1, \Delta S_2, \dots, \Delta S_n)$$

unde ΔS_n reprezintă modificarea procentuală a activului n față de prețul de exercițiu.

- Opțiuni *outperformance* – cumpărătorul acestor structuri are ca *payoff* diferența de performanță dintre două active predeterminate: randamentul (procentual) al unui activ minus randamentul (procentual) al celui de al doilea multiplicat cu noționalul opțiunii. În general, prețul de exercițiu al opțiunii este prețul spot al activelor la momentul tranzacționării contractului.

Evaluarea acestor opțiuni poate fi realizată atât prin metode analitice cât și numerice.

Problemele care apar în evaluarea acestor opțiuni sunt legate de :

- Imposibilitatea asumării distribuției log-normale ale activelor suport deoarece suma sau diferența a două variabile cu distribuție log-normală poate să nu fie log-normală.
- Necesitatea încorporării corelației între evoluțiile activelor suport.

Pentru *hedging*-ul acestor instrumente pe lângă sensibilitățile standard este utilizată și sensibilitatea prețului opțiunii funcție de coeficientul de corelație dintre active – Chi (χ).

IX.6.2. Opțiuni de schimb (*exchange*)

Cumpărătorul acestei structuri are dreptul de a schimba un activ cu un alt activ.

Payoff-ul acestei opțiuni este: $\max(0, S_2^* - S_1^*)$,

unde:

S_1^* reprezintă prețul activului 1 la scadența opțiunii,

S_2^* - prețul activului 2 la scadența opțiunii.

Opțiunea de schimb este echivalentă cu o opțiune call care are ca activ suport al doilea activ și ca preț de exercițiu cursul forward al primului activ sau cu o opțiune put care are ca activ suport primul activ și ca preț de exercițiu cursul forward al celui de al doilea activ.

Aceste structuri sunt folosite în special pe piețele valutare – opțiuni pe cursul de schimb (dreptul de a schimba o monedă într-o altă monedă) și în achiziții și fuziuni (dreptul de a schimba o acțiune cu o altă acțiune).

IX.6.3. Opțiuni *spread*

Opțiunile *spread* sunt o structură în cazul căreia activul suport este diferențialul dintre prețurile a două active (de exemplu două rate de dobândă sau doi indici bursieri).

Payoff-ul acestor structuri este: $\max[0, (a \cdot S_1 + b \cdot S_2 + c)]$,

unde:

a , b și c sunt constante,

S_1 reprezintă prețul sau *yield*-ul primului activ,

S_2 - prețul sau *yield*-ul celui de al doilea activ.

Atunci când activul de bază al opțiunii *spread* este diferențialul dintre *yield*-urile a două active, b este -1. Dacă c este zero, opțiunea *spread* este identică cu opțiunea de schimb.

Settlement-ul opțiunii poate fi realizat prin:

- Plată în numerar – egală cu valoarea *in the money* a opțiunii (metoda cea mai des utilizată);
- Fizic – care presupune cumpărarea și vânzarea a celor două active pe baza cărora este calculat *spread*-ul.

Principala aplicație a acestor structuri este posibilitatea de a tranzacționa riscul relativ.

Cele mai importante opțiuni *spread* sunt cele pe rata dobânzii, împărțite în două categorii:

- Structuri pe o singură monedă – care se referă la diferențialul dintre ratele de dobândă pentru aceeași monedă:
 - opțiuni pe curba de randament – care permit tranzacționarea formei curbei de randament,
 - opțiuni *spread intra-market* – care permit tranzacționarea ratelor relative dintre două instrumente.
- Structuri pe două monede – care se referă la diferențialul dintre ratele de dobândă pentru două monede:
 - opțiuni *cross currency bond spread* – care permit tranzacționarea diferențialului de *yield*-uri dintre două obligațiuni denominate în două monede diferite,
 - opțiuni *cross-currency money market spread* – care permit tranzacționarea diferențialului dintre două rate de dobândă de piață monetară pentru două monede diferite.

În evaluarea acestor structuri, principalii factori care determină valoarea opțiunii *spread* sunt *spread*-ul *forward* dintre cele două active și volatilitatea acestui *spread*.

Evaluarea poate fi realizată prin:

- modelarea *spread*-ului ca un activ de bază – care permite utilizarea de metode analitice bazate pe modelul Black-Scholes-Merton.
- modele de opțiuni multifactor ceea ce presupune utilizarea de metode numerice.

IX.6.4. Opțiuni compuse

O opțiune compusă este o opțiune europeană cu activ suport o opțiune europeană. La scadență, dacă aceasta este *in the money* (valoarea de piață este mai mare decât prima opțiunii activ suport), opțiunea compusă poate fi exercitată și cumpărătorul opțiunii compuse va primi opțiunea activ suport.

Prețul de exercițiu al opțiunii compuse este prima opțiunii activ suport (care va fi plătită la scadența opțiunii compuse de către cumpărătorul acesteia, în cazul în care opțiunea compusă este exercitată).

Principalele elemente ale opțiunii compuse, elemente ce trebuie stabilite la momentul tranzacționării opțiunii sunt:

- prețul de exercițiu și scadența opțiunii activ de bază,
- prețul de exercițiu și scadența opțiunii compuse,
- prețul activului de bază, volatilitatea acestuia și rata dobânzii.

Caracteristicile care fac această structură atractivă sunt:

- prima scăzută a opțiunii compuse,
- posibilitatea de a tranzacționa volatilitatea (la momentul tranzacționării opțiunii compuse, prima opțiunii activ de bază este fixată ceea ce presupune că volatilitatea activului de bază este fixată).

Opțiunile compuse sunt în general utilizate pe piețele valutare și monetare.

Evaluarea opțiunilor compuse poate fi realizată atât prin metode analitice cât și numerice.

IX.6.5. Opțiuni coș (*basket*)

Opțiunile coș se diferențiază de opțiunile standard prin faptul că *payoff*-ul acestei structuri este determinat de valoarea agregată a unui coș de active.

Payoff-ul acestei structuri poate fi scris:

- call: $\max\left[\sum_{i=1}^n w_i S_i - K, 0\right]$
- put: $\max\left[K - \sum_{i=1}^n w_i S_i, 0\right]$

unde:

S_i reprezintă prețul activului i din coș,

w_i - ponderea, în puncte procentuale, a activului i în coșul de active,

K – prețul de exercițiu.

Structura acestei opțiuni implică faptul că, datorită corelației activelor incluse în coș, prețul acestei structuri este, în general, inferior sumei prețului opțiunilor având ca activ suport activele introduse în coș.

Principalele aplicații ale acestor structuri sunt:

- *hedging*-ul riscului valutar – prin structurarea de opțiuni având ca activ suport un coș de monede,
- crearea de coșuri sintetice de acțiuni.

Factorii suplimentari care trebuie luați în considerare în evaluarea acestor structuri sunt:

- numărul de active și ponderea fiecărui activ în coșul de active,
- volatilitatea fiecărui activ,
- coeficienții de corelație dintre componentele coșului de active.

Principalele metodologii utilizate în evaluarea opțiunilor coș sunt:

- metode numerice (modele binomiale, simulări Monte Carlo),
- tehnici de aproximare – prin care valoarea opțiunii este estimată pe baza ipotezelor privind distribuția valorii coșului de active. Una dintre aceste procedee este metoda momentelor prin care primele două momente ale distribuției coșului de valute sunt calculate și sunt folosite pentru generarea distribuției valorii coșului presupunând că aceasta este log-normal distribuită.

Hedging-ul acestor structuri implică utilizarea de *delta* și *vega* multiple și tranzacționarea activelor componente ale coșului.

IX.6.6. Opțiuni cu noționalul ajustabil (*quanto*)

Opțiunile cu noțional ajustabil (*quanto*) se referă la structuri de opțiuni unde noționalul activului pentru care se face *hedging* este determinat de evoluția unei alte variabile (activ). O opțiune *quanto* este un contract derivat denominat într-o monedă diferită de moneda în care este denominat activul al cărui *hedging* trebuie realizat.

Principala caracteristică a opțiunilor *quanto* este capacitatea acestei structuri de a utiliza corelația dintre activul de bază și moneda în care acesta este denominat pentru a crea un *hedging* care să corespundă mai bine profilului de risc:

- crearea unui expuneri pe un anumit activ și minimizarea riscului valutar,
- majorarea sau micșorarea costului opțiunii funcție de diferențialul de dobândă dintre cele două monede și corelația dintre activul de bază și moneda în care acesta este denominat.

Principalele produse *quanto* includ:

- opțiuni pe acțiuni sau indici bursieri protejate contra riscului valutar,
- opțiuni pe instrumente cu venit fix protejate contra riscului valutar,
- *spread*-uri între acțiuni și/sau instrumente cu venit fix protejate față de riscul valutar (de exemplu, *indexed differentail swaps* – care presupune *hedging*-ul riscului valutar pentru diferențialul de dobânzi dintre două piețe monetare).

Evaluarea opțiunilor *quanto* poate fi realizată atât prin modele analitice cât și numerice.

În cazul utilizării modelelor analitice, modelul Black-Scholes poate fi adaptat pentru evaluarea acestor structuri. Principala diferență față de modelul standard este impactul diferențialului de rate de dobândă și corelația dintre prețul activului de bază.

Gastineau (1993) prezintă o soluție analitică pentru evaluarea opțiunilor *quanto*:

Notând cu:

S – prețul activului în moneda străină,

K – prețul de exercițiu în moneda străină,

FX – cursul de schimb fix la care veniturile din opțiune vor fi convertite în monedă locală,

y – randamentul adus de activul suport,

σ_S – volatilitatea activului suport,

σ_{fx} – volatilitatea cursului de schimb,

r_f – rata dobânzii pentru moneda străină,

r – rata dobânzii pentru moneda locală,

t – timpul până la maturitatea opțiunii,

ρ – coeficientul de corelație dintre prețul activului suport și cursul de schimb,

Prima unei opțiuni call europeană este:

$$FX \left(S e^{-(r-r_f+y+\rho\sigma_S\sigma_{fx})t} N(d) - K e^{-rt} N(d - \sigma_S \sqrt{t}) \right)$$

Prima unei opțiuni put europene este:

$$FX \left(K e^{-rt} N(-d + \sigma_S \sqrt{t}) - S e^{-(r-r_f+y+\rho\sigma_S\sigma_{fx})t} N(-d) \right)$$

unde:

$$d = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r_f - y + \frac{\sigma^2}{2} - \rho\sigma_s\sigma_{fx}\right)t}{\sigma_s\sqrt{t}}$$

Comportamentul opțiunilor *quanto* este complex. Atunci când corelația dintre activul suport și cursul de schimb este zero, costul unei opțiuni *quanto* este similar cu cel al unei opțiuni standard. De asemenea, atunci când timpul până la scadența opțiunii este redus, diferența dintre cele două prețuri este mică deoarece impactul punctelor forward este redus.

Atunci când corelația dintre prețul activului suport și cursul de schimb relativ este pozitivă, opțiunea call *quanto* este mai ieftină iar opțiunea put *quanto* este mai scumpă decât opțiunile standard similare și invers atunci când corelația este negativă – ceea ce reflectă faptul că facilitatea *quanto* a opțiunii îmbunătățește *payoff*-ul cumpărătorului numai în situația în care cursul de schimb este mai depreciat decât cursul garantat.

În general, *hedging*-ul opțiunilor *quanto* se realizează în mod dinamic prin utilizarea unui portofoliu de instrumente care include:

- activul de bază,
- contracte forward sau poziții spot în cursul de schimb între moneda în care este denominat activul de bază și moneda locală.

IX.6.6. Opțiuni *defined exercise*

Aceste structuri (numite și opțiuni *outside barrier* sau *gap correlation*) sunt similare cu opțiunile barieră cu deosebirea că două active sunt folosite pentru determinarea *payoff*-ului opțiunii. Valoarea opțiunii este determinată de prețul unui activ, iar evoluția prețului celui de al doilea activ determină dacă opțiunea este exercitată.

Principalul determinant al valorii acestei structuri este coeficientul de corelație dintre cele două active.

Evaluarea acestor structuri poate fi realizată fie prin metode analitice (modelul Black-Scholes modificat) sau metode numerice.

Cap. X. Aplicație practică - modelul Merton pentru generarea probabilităților de intrare în faliment

X.1. Metodologie

Utilizând metodologia dezvoltată de Merton pentru determinarea probabilităților de intrare în faliment a companiilor cotate la o bursă de valori (Capitolul V.2.), au fost estimate probabilitățile neutre la risc de intrare în faliment în următorul an, a companiilor cotate la categoria I-a a Burselor de Valori București. Analiza a fost realizată pe date trimestriale pe intervalul trim. IV 1998 – trim. III 2006.

Date de intrare:

- valoarea contabilă a activelor companiei,
- valoarea contabilă a datoriilor companiei,
- valoarea de piață a capitalului companiei, calculată pe baza numărului de acțiuni emise de societate și a prețului de piață al acțiunii,
- volatilitatea anuală a prețului acțiunii (ca proxy pentru volatilitatea valorii de piață a capitalului) calculată pe baza regulii $\sigma\sqrt{t}$, unde σ este volatilitatea zilnică a acțiunii și t este numărul de zile (250),
- rata medie a dobânzii pentru tranzacțiile efectuate pe piața monetară, ca proxy pentru rata fără risc.

Companiile analizate sunt:

- Alro Slatina (ALR),
- Antibiotice (ATB),
- Azomureș (AZO),
- Impact (IMP),
- Olchim (OLT),
- SNP Petrom (SNP),
- Turbomecanica (TBM),
- SIF1,
- SIF2,
- SIF3,

- SIF4,
- SIF5.

Probabilitățile de intrare în faliment au fost generate utilizând programul Matlab. Procedurile Matlab utilizate sunt prezentate în Anexa I.

Pentru determinarea probabilităților de intrare în faliment, este necesară o ipoteză privind volatilitatea activelor companiilor. Aceasta a fost considerată a avea valori între 20 și 40 la sută.

X.2. Rezultate

Probabilitățile neutre la risc obținute sunt prezentate în tabelele de mai jos.

Tabel 19. Probabilitățile de intrare în faliment pentru orizontul de un an pentru companiile cotate la categoria I a BVB

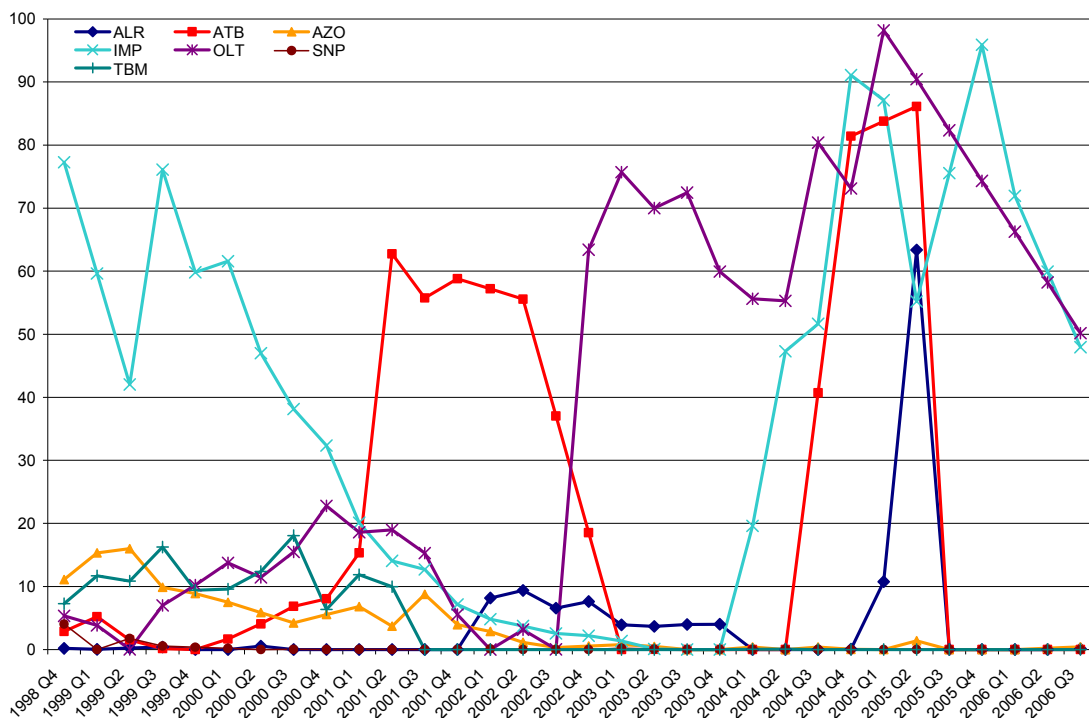
	ALR	ATB	AZO	IMP	OLT	SNP	TBM
1998 Q4	0.19	2.86	11.10	77.27	5.32	4.03	7.28
1999 Q1	0.04	5.20	15.33	59.65	3.82	0.00	11.68
1999 Q2	0.24	1.50	15.99	42.03	0.04	1.75	10.84
1999 Q3	0.40	0.14	9.88	76.10	6.99	0.56	16.25
1999 Q4	0.00	0.00	8.87	59.81	10.21	0.37	9.40
2000 Q1	0.00	1.65	7.50	61.59	13.76	0.19	9.58
2000 Q2	0.55	4.08	5.85	47.00	11.43	0.00	12.37
2000 Q3	0.00	6.86	4.22	38.14	15.48	0.02	18.07
2000 Q4	0.00	8.05	5.54	32.36	22.78	0.00	6.34
2001 Q1	0.00	15.31	6.82	20.09	18.60	0.03	11.88
2001 Q2	0.00	62.74	3.69	14.05	18.96	0.00	9.95
2001 Q3	0.00	55.76	8.77	12.71	15.29	0.00	0.00
2001 Q4	0.00	58.80	3.96	7.14	5.56	0.00	0.00
2002 Q1	8.18	57.19	2.87	4.81	0.00	0.09	0.00
2002 Q2	9.36	55.57	1.15	3.72	3.16	0.00	0.00
2002 Q3	6.57	37.05	0.30	2.56	0.02	0.00	0.00
2002 Q4	7.63	18.52	0.57	2.19	63.39	0.00	0.00
2003 Q1	3.91	0.01	0.77	1.35	75.70	0.23	0.00
2003 Q2	3.66	0.02	0.49	0.09	69.99	0.07	0.00
2003 Q3	3.97	0.01	0.00	0.00	72.45	0.00	0.00
2003 Q4	4.01	0.00	0.00	0.00	59.94	0.00	0.00
2004 Q1	0.01	0.00	0.39	19.62	55.62	0.00	0.02
2004 Q2	0.00	0.00	0.00	47.29	55.30	0.00	0.05
2004 Q3	0.00	40.71	0.40	51.64	80.38	0.00	0.01
2004 Q4	0.06	81.42	0.04	91.10	73.10	0.00	0.00
2005 Q1	10.75	83.78	0.00	87.12	98.19	0.00	0.00
2005 Q2	63.38	86.13	1.39	55.21	90.43	0.00	0.00
2005 Q3	0.00	0.00	0.00	75.56	82.32	0.00	0.00
2005 Q4	0.00	0.00	0.00	95.91	74.30	0.00	0.00

2006 Q1	0.00	0.00	0.00	71.93	66.27	0.00	0.00
2006 Q2	0.00	0.00	0.22	59.94	58.23	0.00	0.00
2006 Q3	0.11	0.00	0.44	47.96	50.18	0.00	0.00

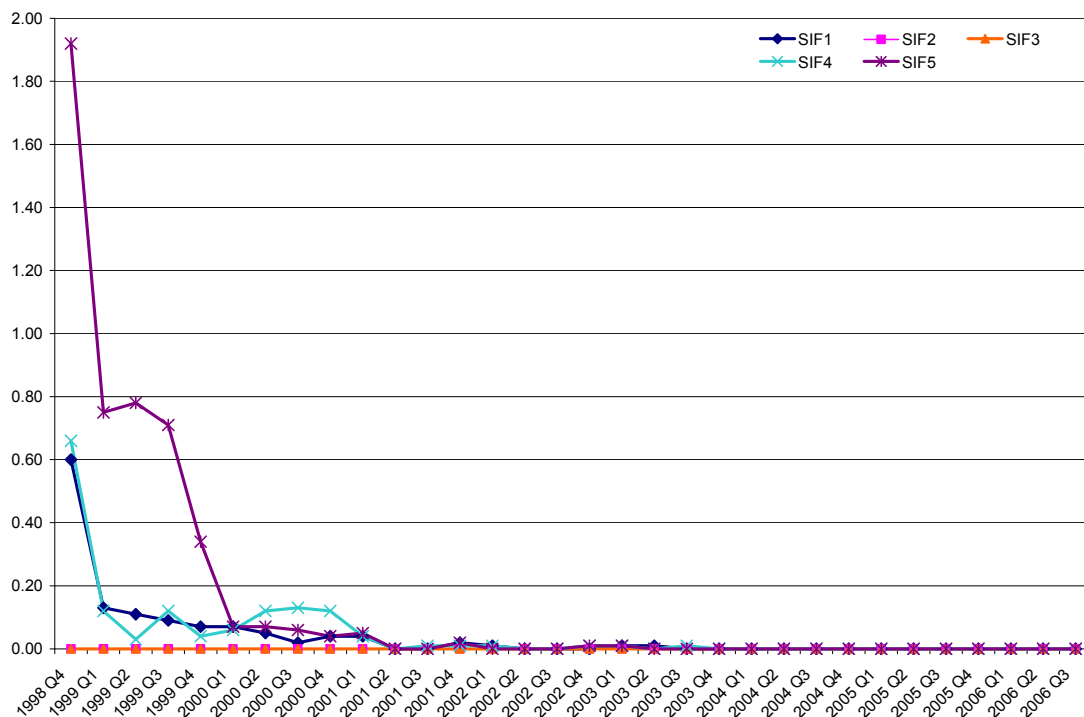
**Tabel 20. Probabilitățile de intrare în faliment pentru orizontul de un an
pentru societățile de investiții financiare**

	la sută				
	SIF1	SIF2	SIF3	SIF4	SIF5
1998 Q4	0.60	0.00	0.00	0.66	1.92
1999 Q1	0.13	0.00	0.00	0.12	0.75
1999 Q2	0.11	0.00	0.00	0.03	0.78
1999 Q3	0.09	0.00	0.00	0.12	0.71
1999 Q4	0.07	0.00	0.00	0.04	0.34
2000 Q1	0.07	0.00	0.00	0.06	0.07
2000 Q2	0.05	0.00	0.00	0.12	0.07
2000 Q3	0.02	0.00	0.00	0.13	0.06
2000 Q4	0.04	0.00	0.00	0.12	0.04
2001 Q1	0.04	0.00	0.00	0.04	0.05
2001 Q2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2001 Q3	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00
2001 Q4	0.02	0.00	0.00	0.01	0.02
2002 Q1	0.01	0.00	0.00	0.01	0.00
2002 Q2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2002 Q3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2002 Q4	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01
2003 Q1	0.01	0.00	0.00	0.01	0.01
2003 Q2	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
2003 Q3	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00
2003 Q4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2004 Q1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2004 Q2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2004 Q3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2004 Q4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2005 Q1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2005 Q2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2005 Q3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2005 Q4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2006 Q1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2006 Q2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2006 Q3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Grafic 8. Probabilitățile de intrare în faliment pentru orizontul de un an pentru companiile cotate la categoria I a BVB



Grafic 9. Probabilitățile de intrare în faliment pentru orizontul de un an pentru societățile de investiții financiare



X.3. Concluzii

Conform rezultatelor:

- Societățile de investiții financiare au cele mai reduse probabilități de intrare în faliment. Rezultatele sunt consistente cu situația financiară a acestora: portofolii diversificate și un grad redus de îndatorare (în perioada analizată raportul dintre datorii și active a variat între 3 și 25 la sută).
- Dintre acțiunile listate la categoria I a BVB cele mai mici probabilități de intrare în faliment le-a avut SNP Petrom.
- Cele mai ridicate probabilități de intrare în faliment au fost înregistrate de Oltchim (OLT). Compania, în perioada 2001 – 2004 a avut capitalul negativ (a fost în faliment tehnic).
- Probabilități ridicate au fost înregistrate și de către Impact (IMP). Această societate, dorind o extindere agresivă, și-a finanțat activitatea prin credite, gradul său de îndatorare fiind în medie, în perioada analizată, de aproximativ 50 la sută.

Cap. XI. Aplicații practice – modele VaR

XI.1. Calculul VaR pentru un portofoliu de monede

XI.1.1. Metodologie

Considerând un portofoliu format din patru monede (CHF, EUR, GBP, USD) versus RON având ponderi: 40 la sută EUR, 20 la sută GBP, 20 la sută CHF și 20 la sută USD, se calculează *VaR*-ul portofoliului pe baza metodologiilor descrise în Capitolul VIII. Calculul *VaR* va fi realizat pe date zilnice, perioada analizată fiind ianuarie 1999 – mai 2007.

Măsurile *VaR* calculate sunt: *VaR* analitic, *VaR* istoric, *VaR* pe baza de volatilitate *EWMA* și *VaR* pe bază de volatilitate estimată prin modele *GARCH*.

Conform testului *ADF* (Anexa II.1), seriile randamentelor celor patru monede sunt staționare, iar conform testului Jarque Berra (Anexa II.2) seriile randamentelor nu au o distribuție normală, distribuția acestor serii fiind leptokurtotică. Cele patru momente ale distribuțiilor sunt prezentate în tabelul de mai jos. Ca urmare, măsurile *VaR* bazate pe ipoteza distribuției normale a seriilor pot subestima riscul.

Tabel 21. Momentele distribuțiilor seriilor de randamente

	Medie	Deviație standard	Asimetrie	Kurtotică
CHF	0.0004	0.0065	0.7743	12.4616
EUR	0.0004	0.0062	0.8571	14.1099
GBP	0.0004	0.0058	0.5610	12.8327
USD	0.0004	0.0054	0.3496	15.9521
Portofoliu	0.0004	0.0053	0.9496	20.5195

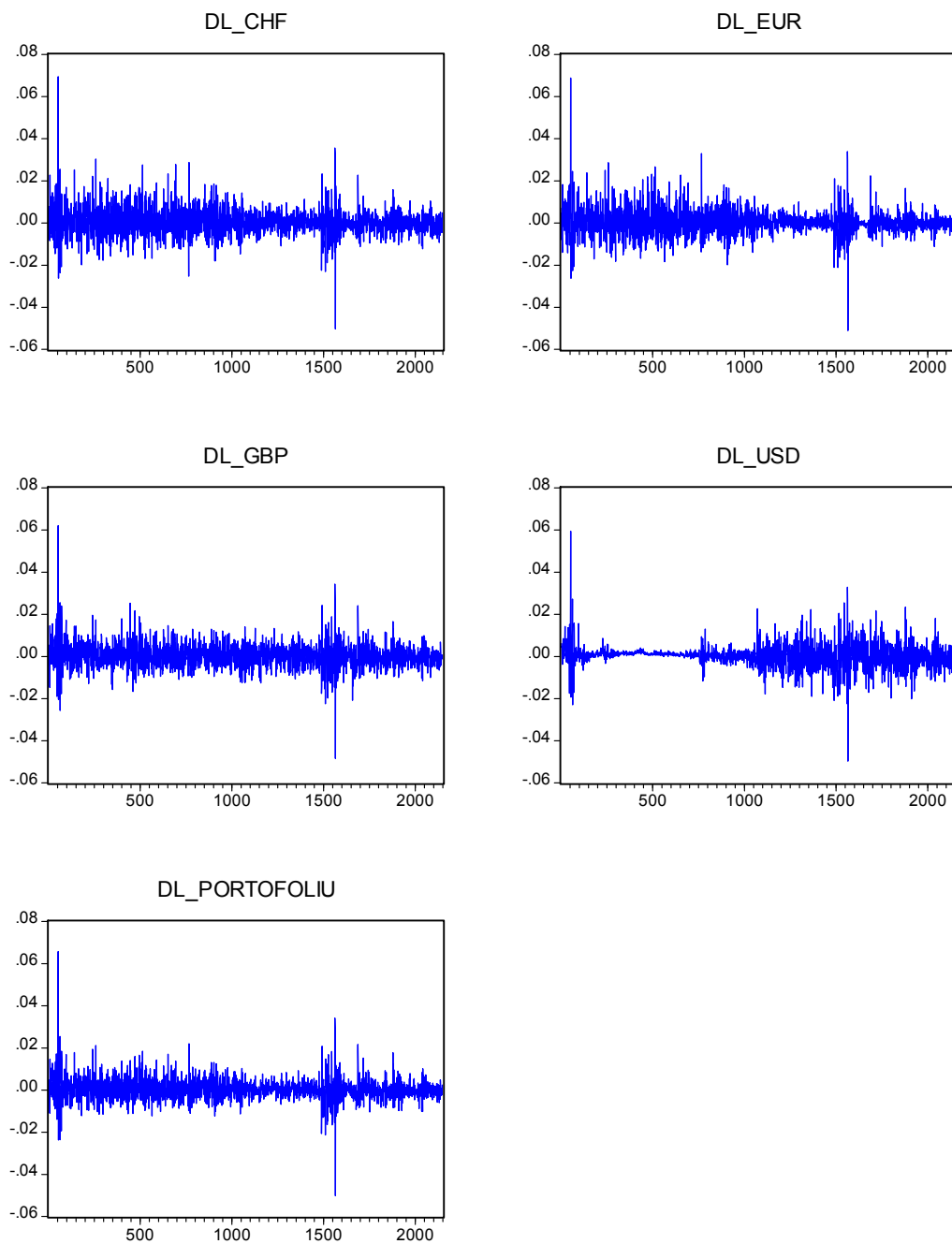
Matricea de corelație dintre cele patru monede calculată pe baza eșantionului de date pentru perioada analizată este:

Tabel 22. Matricea de corelație a monedelor incluse în portofoliu

	CHF	EUR	GBP	USD
CHF	1	0.94	0.70	0.40
EUR	0.94	1	0.72	0.42
GBP	0.70	0.72	1	0.58
USD	0.40	0.42	0.58	1

Evoluția randamentelor zilnice pentru perioada analizată este prezentată în graficele de mai jos. Din grafice se observă fenomenul de *volatility clustering*, care considerat împreună cu distribuția leptokurtotică a randamentelor, conduce la concluzia că măsurile *VaR* calculate pe baza ipotezei normalității datelor tind să subestimeze riscul. În această situație sunt recomandate măsurile *VaR* care țin cont de volatilitatea variabilă a monedelor (*EWMA* și *GARCH*).

Grafic 10. Evoluția randamentelor zilnice ale monedelor și a portofoliului



Pentru calculul VaR prin metoda analitică a fost calculată deviația standard a P/L -ului portofoliului de monede pe ultimele 250 de zile, σ_p , și pe baza acestei serii, considerând o valoare a portofoliului de o unitate monetară (1 RON), un nivel de relevanță de 1 la sută și un orizont de prognoză de 10 zile a fost generată măsura VaR pe baza relației

$$VaR = 2.32635 \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{10}.$$

Pentru calculul VaR prin simulare istorică, măsura VaR pentru un orizont de 10 zile a fost considerată percentila 1 la sută pentru seria de randamente zilnice ale portofoliului înmulțită cu $\sqrt{10}$.

Pentru calculul VaR prin $EWMA$, luând în considerare un coeficient λ pentru date zilnice de 0,94, pornind, ca variabilă inițială, de la abaterea medie pătratică istorică au fost generate seriile de volatilitate pentru cele patru monede, conform relației

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1 - \lambda)r_{t-1}^2 + \lambda\hat{\sigma}_{t-1}^2,$$

iar apoi, pe baza coeficienților de corelație istorici a fost calculată seria volatilității portofoliului. Seriile de volatilități $EWMA$ sunt prezentate în graficele de mai jos.

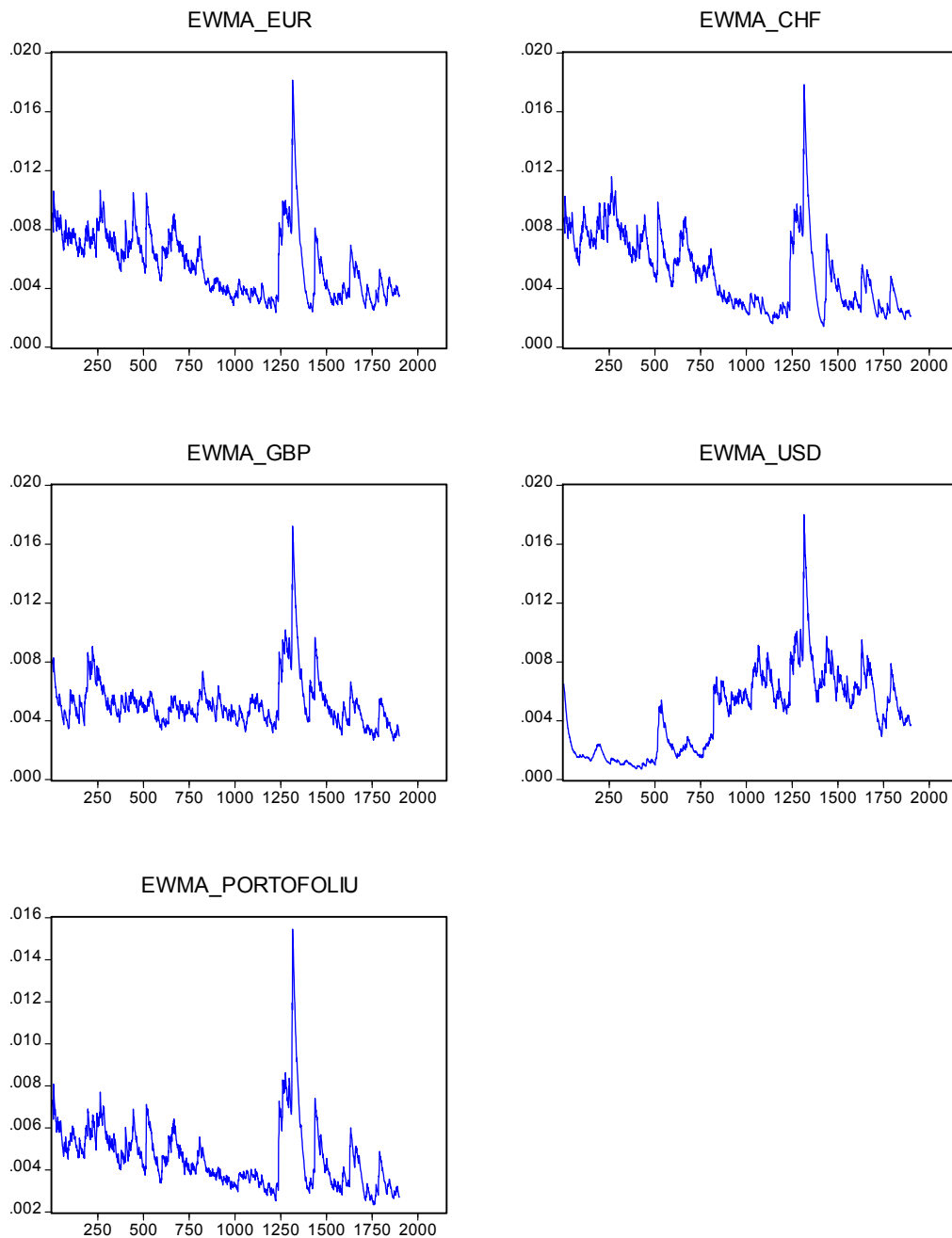
Măsura VaR care încorporează volatilitățile calculate pe baza metodologiei $EWMA$ a fost generată prin metoda analitică, orizontul de timp fiind de 10 zile, iar nivelul de relevanță de 1 la sută.

Relația de calcul pentru această măsură de VaR este:

$$VaR_{EWMA} = 2.32635 \cdot \sigma_{p_EWMA} \cdot \sqrt{10},$$

unde σ_{p_EWMA} reprezintă volatilitatea portofoliului, calculată pe baza volatilității $EWMA$ a celor patru monede.

Grafic 11. Volatilitatea zilnică a seriilor de cursuri de schimb și a portofoliului calculată pe baza metodologiei EWMA

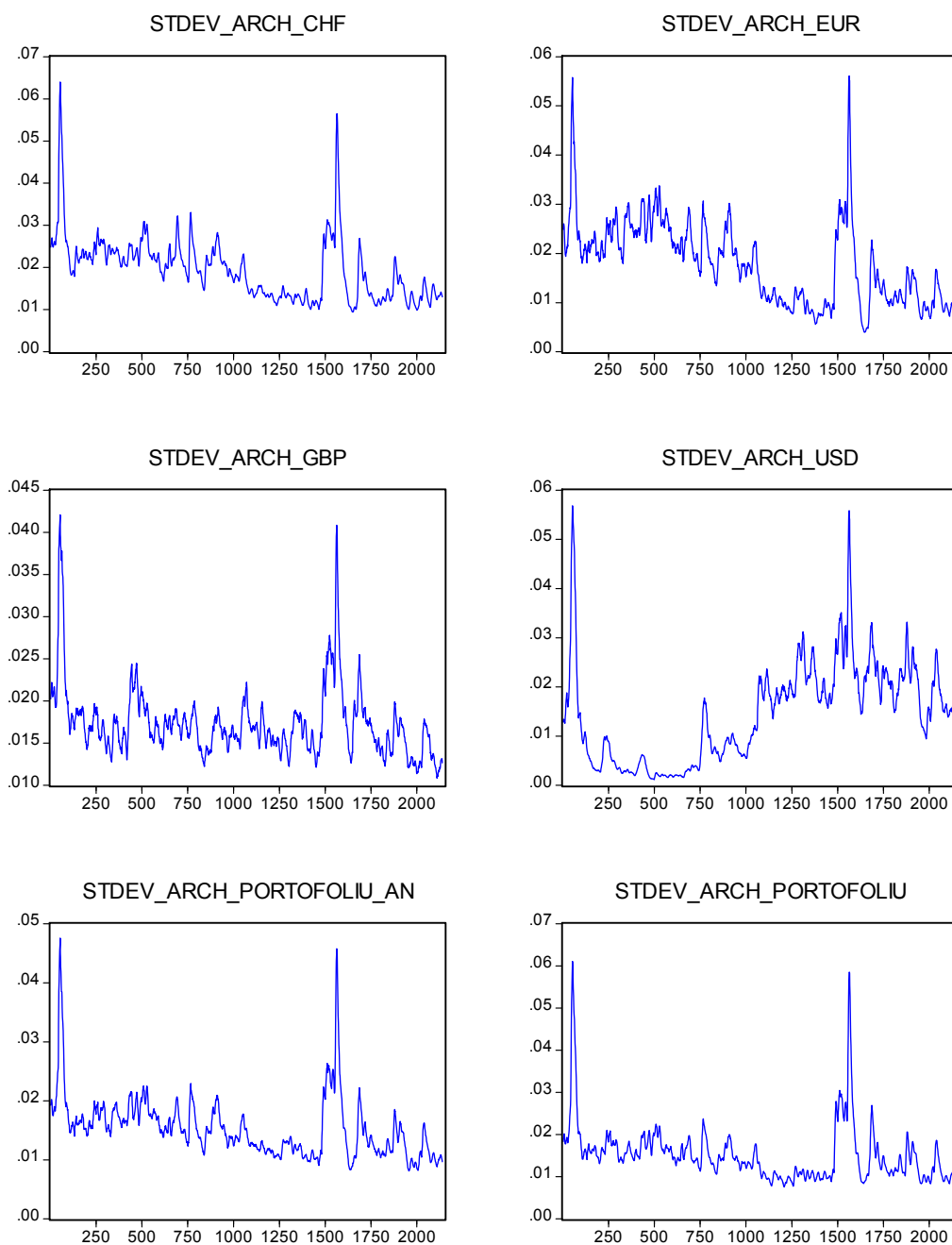


Pentru încorporarea volatilității calculate prin modele *GARCH*, a fost calculată volatilitatea seriilor randamentelor cursurilor de schimb și a portofoliului prin modele *GARCH*, *EGARCH* și *TARCH*, cu distribuții de erori generalizate (*Generalised Error Distribution*, *GED*), având în vedere că distribuția seriilor nu este normală. Conform estimărilor, coeficientul *GED* a fost mai mic decât 2 ceea ce concordă cu ipoteza

distribuției leptokurtotice a datelor. Modelele *GARCH* estimate sunt prezentate în Anexa II.3.

Volatilitățile pe un orizont de 10 zile seriilor și ale portofoliului sunt prezentate în graficele de mai jos.

Garfic 12. Volatilitatea seriilor de cursuri de schimb și a portofoliului calculată prin modele *GARCH*



ST_DEV_ARCH_PORTOFOLIU_AN reprezintă volatilitatea portofoliului calculată prin metoda analitică, pe baza volatilităților monedelor incluse în portofoliu și a coeficienților de corelație dintre acestea (considerați constanți pentru perioada analizată), iar ST_DEV_ARCH_PORTOFOLIU este volatilitatea portofoliului calculată printr-un model *GARCH* pentru randamentele portofoliului.

Specificația modelelor *ARCH* utilizate a fost aleasă funcție de testele de autocorelație a erorilor (modelele să nu prezinte autocorelație), testele de autocorelație a erorilor pătratice (să nu existe termeni *ARCH* suplimentari), suma și semnul coeficienților *ARCH* și *GARCH* (să nu existe procese *ARCH* integrate iar volatilitatea să fie strict mai mare decât zero).

Volatilitatea pentru un orizont de 10 zile a fost calculată ca radical din suma varianțelor la momentele $t, t+1, \dots, t+9$.

Pe baza acestei volatilități a fost calculată măsura *VaR* pentru un nivel de relevanță de 1 la sută, conform relației:

$$VaR = 2.32535 \cdot \sigma_{ARCH},$$

unde σ_{ARCH} reprezintă volatilitatea portofoliului calculată prin modele *GARCH*, pentru un orizont de 10 zile.

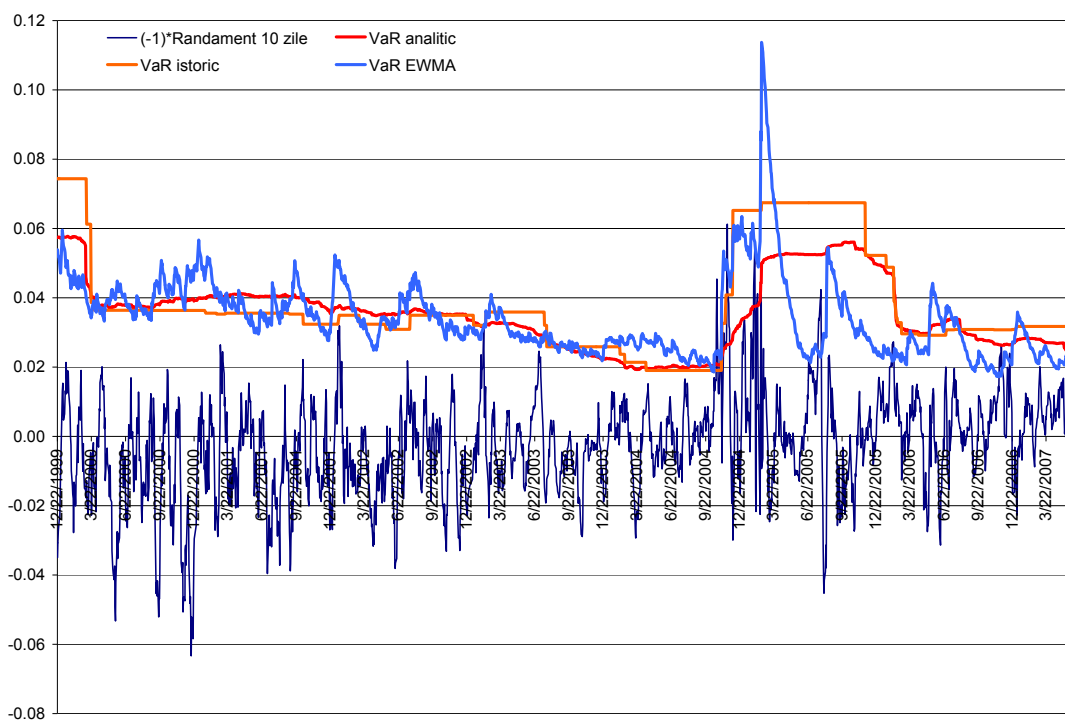
Măsurile *VaR* calculate pe baza celor patru metodologii de mai sus sunt prezentate în graficele de mai jos împreună cu randamentele pe 10 zile ale portofoliului de valute, înmulțite cu -1 pentru comparabilitate (cu măsurile *VaR*).

XI.1.2. Rezultate și concluzii

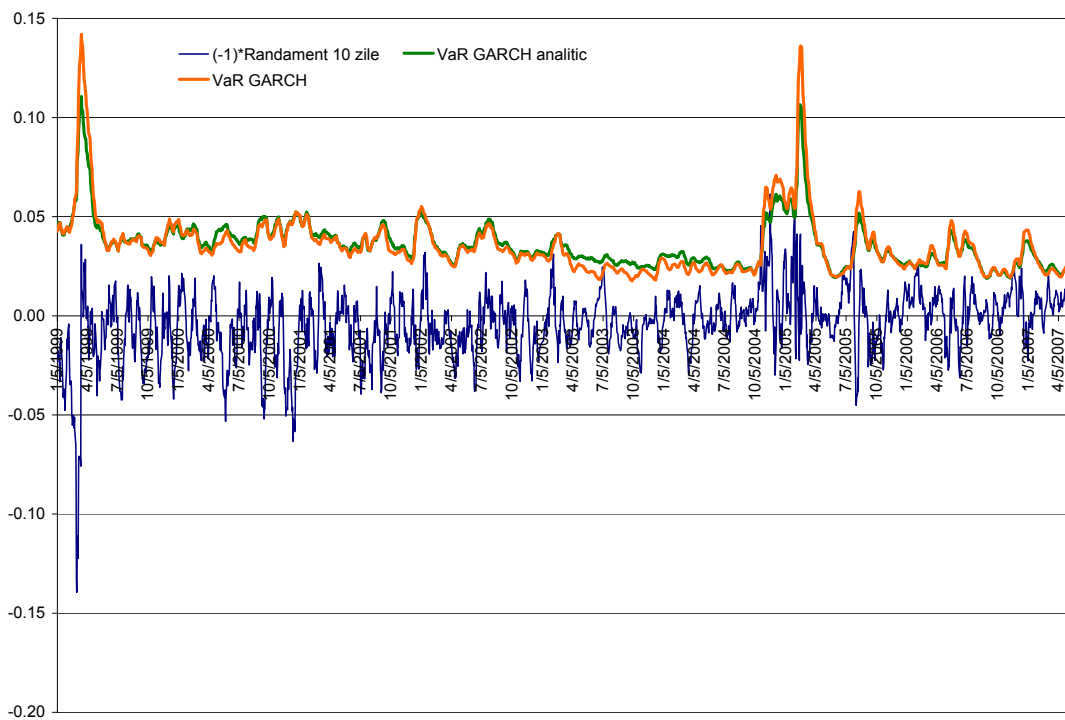
Conform rezultatelor:

- Modelul pe bază de volatilitate calculată prin *EWMA* tinde să subestimeze riscul portofoliului,
- Modelul pe bază de simulare istorică și modelul analitic estimează bine cerințele de capital în perioadele cu volatilitate redusă. În perioada cu volatilitate ridicată, oct. 2004 – feb. 2005 acestea subestimează riscul.
- Măsurile *VaR* care au la bază modele *GARCH*, datorită caracteristicii *forward looking* a acestora, se comportă bine și în perioadele cu volatilitate ridicată.

Grafic 13. Măsurile VaR istoric, analitic și EWMA



Grafic 14. Măsurile VaR calculate pe bază de modele GARCH



XI.2. Calculul VaR pentru un portofoliu de acțiuni

XI.2.1. Metodologie

Considerând un portofoliu format din patru acțiuni – Antibiotice Iași (ATB), Impact București (IMP), Turbomecanica (TBM) și Banca Transilvania (TLV) având ponderi egale, se calculează *VaR*-ul portofoliului pe baza metodologiilor descrise în Capitolul VIII. Calculul *VaR* va fi realizat pe date zilnice, perioada analizată fiind ianuarie 1999 – mai 2007.

Măsurile *VaR* calculate sunt: *VaR* analitic, *VaR* istoric, *VaR* prin maparea pozițiilor pe baza modelului *CAPM*, *VaR* pe baza de volatilitate *EWMA* și *VaR* pe bază de volatilitate estimată prin modele *GARCH*.

Conform testului *ADF* (Anexa III.1), seriile randamentelor celor patru acțiuni, indicelui BET și portofoliului sunt staționare, iar conform testului Jarque Berra (Anexa III.2) seriile randamentelor nu au o distribuție normală (ci leptokurtotică). Cele patru momente ale distribuțiilor sunt prezentate în tabelul de mai jos. Ca urmare, măsurile *VaR* bazate pe ipoteza distribuției normale a seriilor pot subestima riscul.

Tabel 23. Momentele distribuțiilor seriilor de randamente

	Medie	Deviație standard	Asimetrie	Kurtotică
ATB	0.0022	0.0468	18.1778	619.4992
IMP	0.0012	0.0402	-0.3704	12.4466
TBM	0.0019	0.0511	20.7436	732.6264
TLV	0.0024	0.0301	3.7545	77.5376
BET	0.0015	0.0158	-0.0568	9.0518
Portofoliu	0.0019	0.0234	6.5188	132.5431

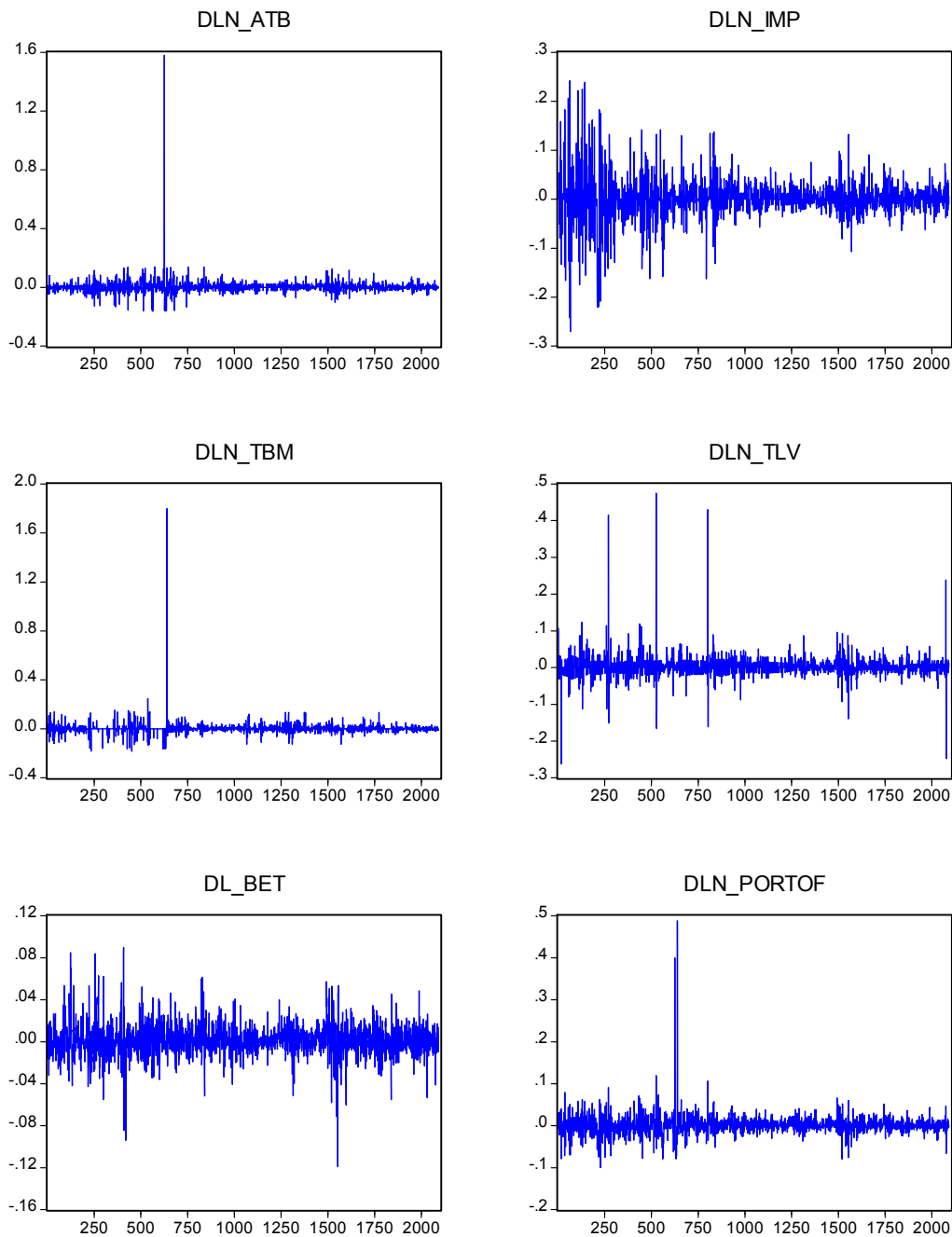
Matricea de corelație dintre cele patru acțiuni, calculată pe baza eșantionului de date pentru perioada analizată, este:

Tabel 24. Coeficienții de corelație între seriile de randamente

	ATB	IMP	TBM	TLV
ATB	1	0.08	0.09	0.07
IMP	0.08	1	0.05	0.06
TBM	0.09	0.05	1	0.05
TLV	0.07	0.06	0.05	1

Evoluția randamentelor zilnice pentru perioada analizată este prezentată în graficele de mai jos. Din grafice se observă fenomenul de *volatility clustering*, care considerat împreună cu distribuția leptokurtotică a randamentelor, conduce la concluzia că măsurile *VaR* calculate pe baza ipotezei normalității datelor tind să subestimeze riscul. În această situație sunt recomandate măsurile *VaR* care țin cont de volatilitatea variabilă a acțiunilor (*EWMA* și *GARCH*).

Grafic 15. Evoluția randamentelor zilnice ale acțiunilor și a portofoliului



Pentru calculul VaR prin metoda analitică a fost calculată deviația standard a P/L -ului portofoliului de acțiuni pe ultimele 250 de zile, σ_p , și pe baza acestei serii, considerând o valoare a portofoliului de o unitate monetară (1 RON), un nivel de relevanță de 1 la sută și un orizont de prognoză de 10 zile a fost generată măsura VaR pe baza relației

$$VaR = 2.32635 \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{10}.$$

Pentru calculul VaR prin simulare istorică, măsura VaR pentru un orizont de 10 zile a fost considerată percentila 1 la sută pentru seria de randamente zilnice ale portofoliului de acțiuni înmulțită cu $\sqrt{10}$.

În cazul calculului VaR prin maparea pozițiilor în acțiuni, utilizând abordarea $CAPM$, au fost estimați, printr-un model bazat pe panel data, prezentat în tabelul de mai jos, coeficienții beta, funcție de indicele BET , pentru cele patru acțiuni. De asemenea a fost calculată deviația standard a indicelui BET pe ultimele 250 de zile.

Măsura VaR , cu un nivel de relevanță de 1 la sută și orizont de 10 zile a fost generată pe baza următoarei relații:

$$VaR = 2.32635 \cdot \sigma_m \cdot \sqrt{10} \cdot \sum_{k=1}^4 \beta_k x_k,$$

unde:

x_k , pentru $k = 1, \dots, 4$ reprezintă ponderea în portofoliu a celor 4 acțiuni,

β_k reprezintă factorii beta ai pozițiilor, pentru $k = 1, \dots, 4$,

σ_m – volatilitatea randamentelor pieței.

Tabel 25. Estimarea factorilor beta ai acțiunilor incluse în portofoliu

Dependent Variable: DLN?

Method: Pooled EGLS (Cross-section SUR)

Sample (adjusted): 2 2091

Included observations: 2090 after adjustments

Cross-sections included: 4

Total pool (balanced) observations: 8360

Linear estimation after one-step weighting matrix

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001284	0.000443	2.895438	0.0038
_ATB--DL_BET	0.553463	0.063874	8.664920	0.0000
_IMP--DL_BET	0.421958	0.055117	7.655735	0.0000
_TLV--DL_BET	0.521952	0.040140	13.00313	0.0000
_TBM--DL_BET	0.224905	0.070823	3.175588	0.0015
Fixed Effects (Cross)				
_ATB--C	0.000112			
_IMP--C	-0.000701			
_TLV--C	0.000318			
_TBM--C	0.000272			
Effects Specification				
Cross-section fixed (dummy variables)				
Weighted Statistics				
R-squared	0.034320	Mean dependent var	0.046771	
Adjusted R-squared	0.033511	S.D. dependent var	1.017676	
S.E. of regression	1.000479	Sum squared resid	8360.000	
F-statistic	42.40384	Durbin-Watson stat	2.018084	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Unweighted Statistics				
R-squared	0.027444	Mean dependent var	0.001923	
Sum squared resid	14.88846	Durbin-Watson stat	1.996602	

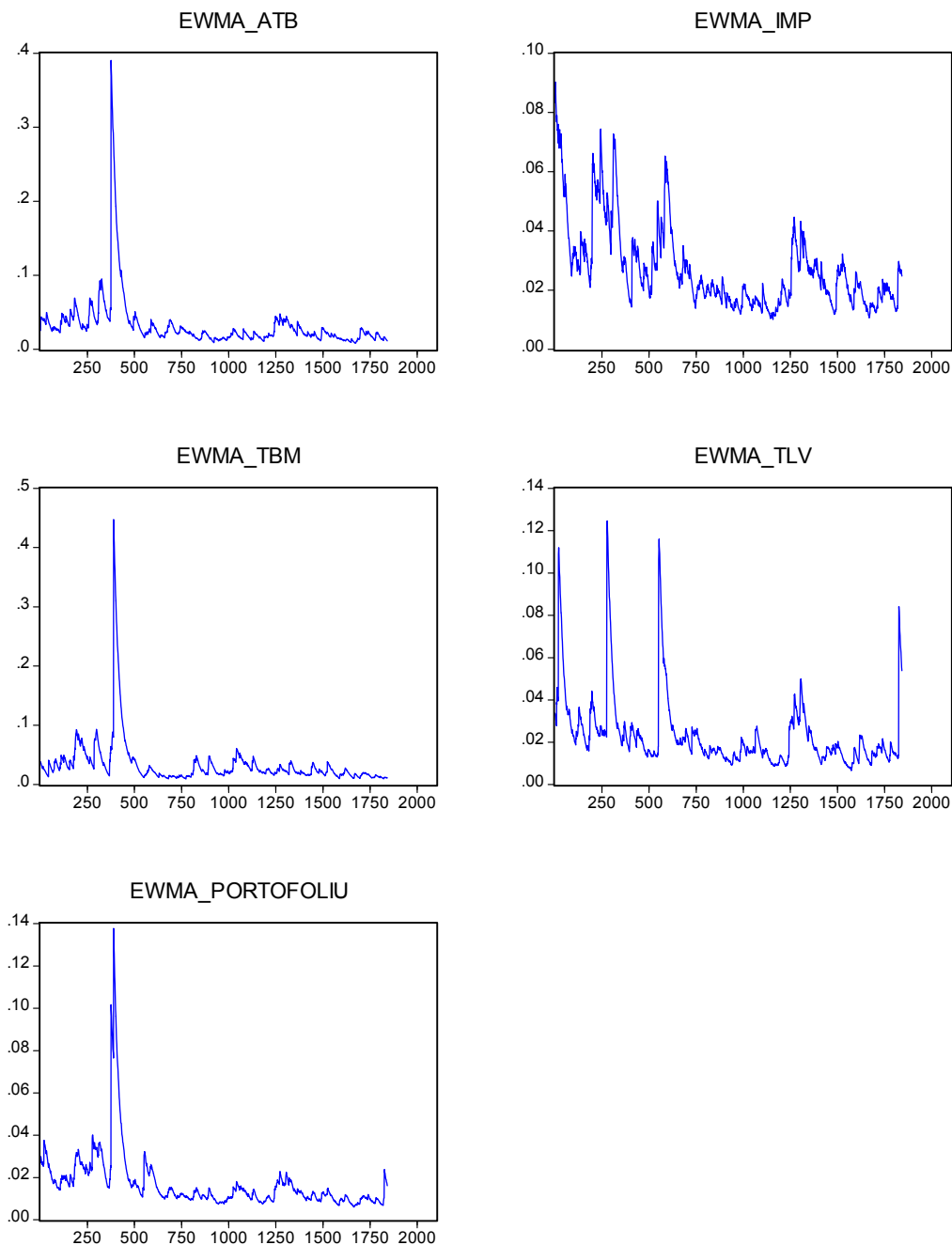
Pentru calculul VaR prin $EWMA$, luând în considerare un coeficient λ pentru date zilnice de 0,94, pornind, ca observație inițială, de la abaterea medie pătratică istorică au fost generate seriile de volatilitate pentru cele patru monede, conform relației

$$\hat{\sigma}_i^2 = (1 - \lambda)r_{i-1}^2 + \lambda\hat{\sigma}_{i-1}^2,$$

iar apoi, pe baza coeficienților de corelație istorici a fost calculată seria volatilității portofoliului. Seriile de volatilități $EWMA$ sunt prezentate în graficele de mai jos.

Măsura *VaR* care încorporează volatilitățile calculate pe baza metodologiei *EWMA* a fost generată prin metoda analitică, orizontul de timp fiind de 10 zile, iar nivelul de relevanță de 1 la sută.

Grafic 16. Volatilitatea zilnică a seriilor de cursuri de schimb și a portofoliului calculată pe baza metodologiei *EWMA*



Specificația modelelor *ARCH* utilizate a fost aleasă funcție de testele de autocorelație a erorilor (modelele să nu prezinte autocorelație), testele de autocorelație a erorilor

pătratice (să nu existe termeni *ARCH* suplimentari), suma și semnul coeficienților *ARCH* și *GARCH* (să nu existe procese *ARCH* integrate iar volatilitatea să fie strict mai mare decât zero).

Relația de calcul pentru această măsură de *VaR* este:

$$VaR_{EWMA} = 2.32635 \cdot \sigma_{p_EWMA} \cdot \sqrt{10},$$

unde σ_{p_EWMA} reprezintă volatilitatea portofoliului calculată pe baza volatilității *EWMA* a celor patru acțiuni.

Pentru încorporarea volatilității calculate prin modele *GARCH*, au fost calculate volatilitățile seriilor randamentelor acțiunilor incluse în portofoliu și a portofoliului prin modele *GARCH*, *EGARCH* și *TARCH*, cu distribuții de erori generalizate (*Generalised Error Distribution, GED*), având în vedere că distribuția seriilor nu este normală. Conform estimărilor, coeficientul *GED* a fost mai mic decât 2 ceea ce concordă cu ipoteza distribuției leptokurtotice a datelor.

Modelele *GARCH* estimate sunt prezentate în Anexa III.3.

Volatilitatea pentru un orizont de 10 zile a fost calculată ca radical din suma varianțelor la momentele $t, t+1, \dots, t+9$.

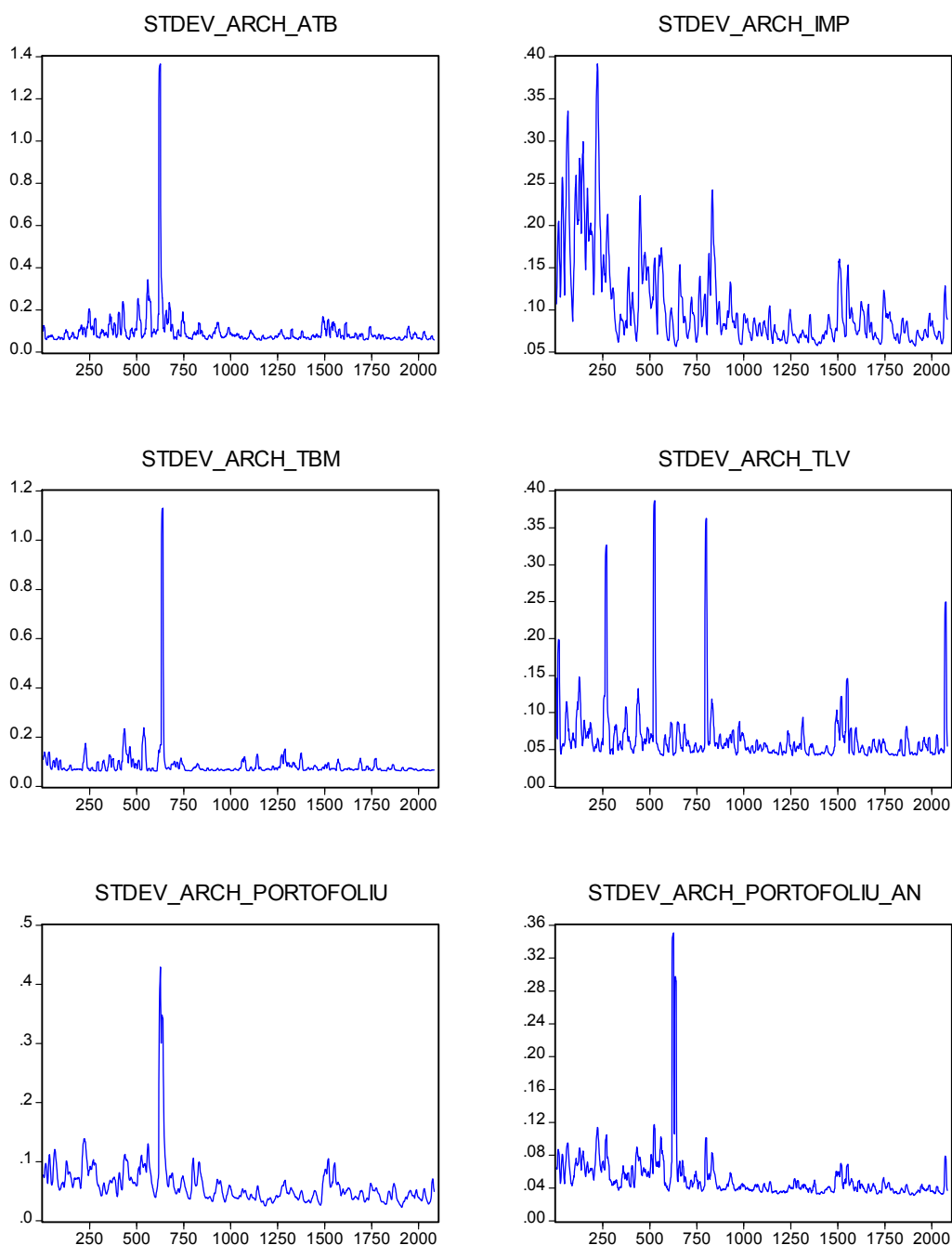
Volatilitățile pe un orizont de 10 zile seriilor și ale portofoliului sunt prezentate în graficele de mai jos.

Pe baza acestei volatilități a fost calculată măsura *VaR* pentru un nivel de relevanță de 1 la sută, conform relației:

$$VaR = 2.32535 \cdot \sigma_{ARCH},$$

unde σ_{ARCH} reprezintă volatilitatea portofoliului calculată prin modele *GARCH*, pentru un orizont de 10 zile.

**Grafic 17. Volatilitatea cursurilor acțiunilor și a portofoliului
calculată prin modele *GARCH***



unde $ST_DEV_ARCH_PORTOFOLIU_AN$ reprezintă volatilitatea portofoliului calculată prin metoda analitică, pe baza volatilităților celor patru acțiuni incluse în portofoliu și a coeficienților de corelație dintre acestea (considerați constanți pentru perioada analizată), iar $ST_DEV_ARCH_PORTOFOLIU$ este volatilitatea portofoliului calculată printr-un model *GARCH* pentru randamentele portofoliului.

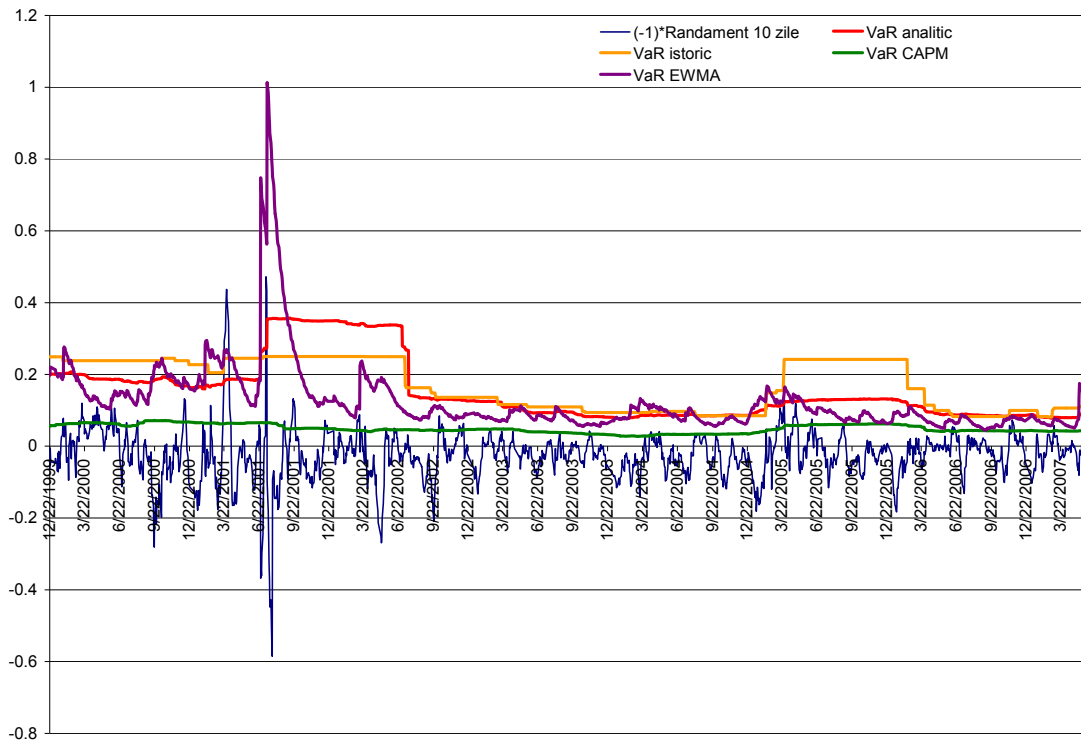
Măsurile VaR calculate pe baza celor cinci metodologii de mai sus sunt prezentate în graficele de mai jos împreună cu randamentele pe 10 zile ale portofoliului, înmulțite cu -1 pentru comparabilitate (cu măsurile VaR).

XI.2.2. Rezultate și concluzii

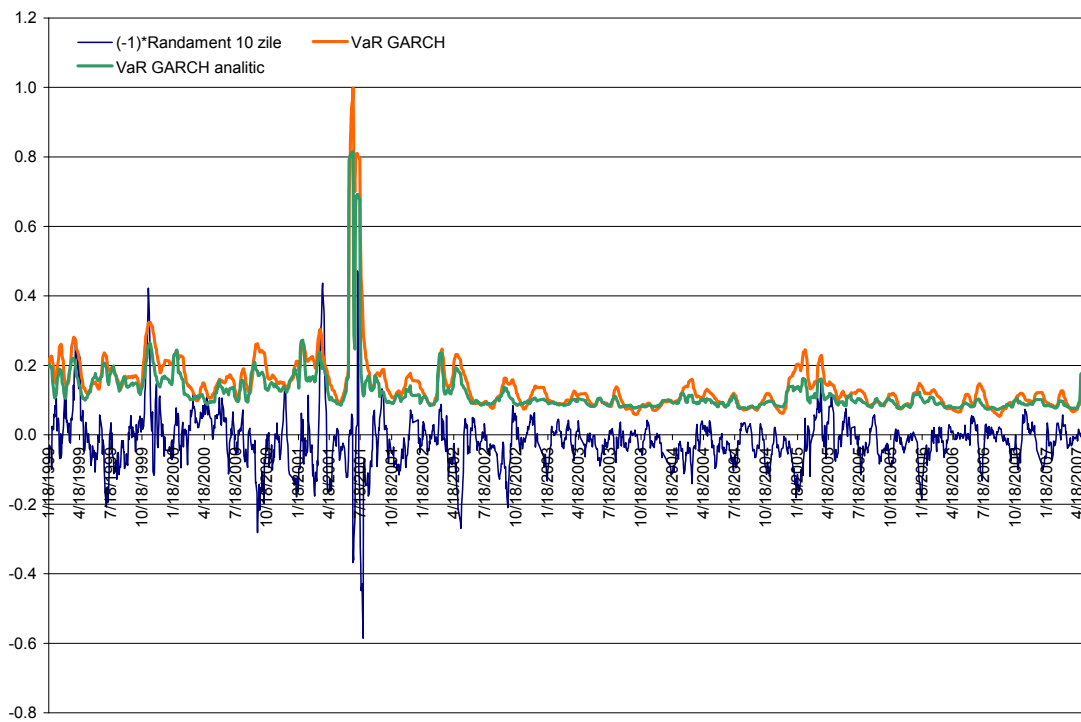
Conform rezultatelor:

- Modelul pe bază de mapare a pozițiilor pe baza modelul *CAPM* subestimează constant riscul de piață al portofoliului. O posibilă explicație pentru aceste rezultate este faptul că portofoliul conține un număr mic de acțiuni și, ca urmare factorii de risc specifici fiecărei firme au un impact încă semnificativ asupra riscului portofoliului.
- Modelul bazat pe *EWMA* a performat cel mai bine, în perioada analizată producând o singură eroare, în 1841 de observații (incadrându-se în nivelul de relevanță de 1 la sută).
- De asemenea și modelul pe bază de simulare istorică, modelul analitic și modelele bazate pe estimarea volatilității prin modele *GARCH* se încadrează în nivelul de relevanță de 1 la sută (au produs fiecare câte două erori în 1841 de observații pentru modelul analitic și modelul istoric și, respectiv, 2072 de observații pentru modelele *GARCH*). Dintre aceste patru modele se detașează modelele bazate pe *GARCH*, care față de celelalte două implică cerințe de capital mai reduse.
- Dintre cele două modele *GARCH*, modelul bazat pe metoda analitică implică cerințe de capital inferioare modelului *GARCH* aplicat randamentelor portofoliului, dar în același timp implică cerințe de calcul superioare.

Grafic 18. Măsurile VaR bazat pe mapare a pozițiilor, istoric, analitic și EWMA



Grafic 19. Măsurile VaR calculate pe bază de modele GARCH



XI.3. Calculul VaR pentru un portofoliu de opțiuni

Pentru calculul *VaR* pentru un portofoliu de opțiuni, a fost construit un portofoliu, cu opțiuni pe cursul de schimb *EUR/RON plain vanilla*, digitale, asiatice și bariere, măsurile *VaR* folosite fiind maparea pe baza metodologiei delta-gamma și simularea.

Portofoliul de opțiuni construit este prezentat în Tabelul 26.

Tabel 26. Portofoliul de opțiuni

Opțiuni	Call/Put:	Preț de exercițiu	Barieră 1	Barieră 2	Scadență	Volatilitate	Poziție	Notional (mil. EUR)	Primă (EUR)
Double No Touch	Payout în EUR		3.1900 Out	3.4000 Out	Tue, 11 Dec 2007	5.128	Short	1,000,000	217,500
Vanilla	EUR Put	3.25			Tue, 11 Sep 2007	5.816	Long	10,000,000	22,040
Vanilla	EUR Call	3.27			Tue, 11 Sep 2007	5.816	Long	10,000,000	
Vanilla	EUR Put	3.2725			Wed, 11 Jul 2007	5.888	Long	10,000,000	38,171
Double Knock Out	EUR Call	3.3534	3.1900 Out	3.4050 Out	Tue, 11 Dec 2007	5.128	Long	10,000,000	20,202
Vanilla	EUR Call	3.3532			Thu, 6 Sep 2007	5.936	Long	10,000,000	109,119
Vanilla	EUR Put	3.2205			Thu, 6 Sep 2007	5.936	Long	10,000,000	
Vanilla	EUR Call	3.5064			Thu, 5 Jun 2008	5.691	Long	10,000,000	8,409
Vanilla	EUR Put	3.242			Thu, 5 Jun 2008	5.691	Short	10,000,000	
Forward		3.325869			Tue, 11 Dec 2007		Long	6,000,000	

Senzitivitățile portofoliului de opțiuni, calculate în euro, sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Tabel 27. Indicatorii de sensibilitate ai portofoliului de opțiuni

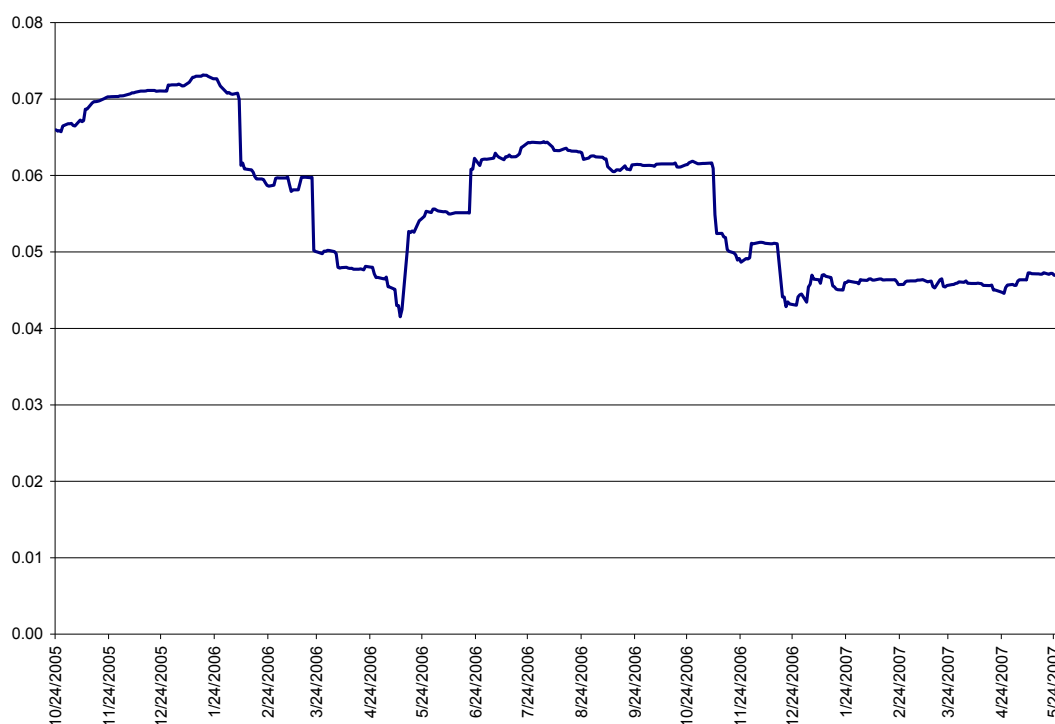
Valoare portofoliu	233,146
Delta	-13,090,257
Vega	56,626
Gamma	7,523,093
Theta	-1,806
Rho	-66,025

Scadența medie a portofoliului, calculată ca sumă ponderată a scadențelor funcție de noțional, este de aproximativ 6 luni.

În cazul metodologiei bazată pe simulare, funcție de volatilitatea cursului *EUR/RON* și a volatilității volatilității cursului *EUR/RON* s-au calculat intervalele de variație, cu un orizont de o zi, cu o probabilitate de 99 la sută, a cursului de schimb și a volatilității cursului de schimb aferentă scadenței medii a portofoliului. Apoi, pe baza celor două intervale de variație au fost generate scenarii de evoluție a cursului de schimb și a volatilității acestuia. Pentru fiecare scenariu a fost calculat *P/L*-ul portofoliului de opțiuni. Măsura *VaR* pentru portofoliu, pentru un orizont de o zi, cu nivel de relevanță de 1 la sută a fost considerată ca fiind cea mai mare pierdere înregistrată de portofoliu.

Pentru calculul volatilității cursului de schimb și a volatilității volatilității a fost utilizată seria de date de curs BNR *EUR/RON* pentru perioada mai 2005 – mai 2007. Volatilitatea istorică a cursului de schimb este prezentată în graficul de mai jos.

**Grafic 20. Volatilitatea istorică a cursului EUR/RON
în perioada oct. 2005 – mai. 2007**



În vederea simulării, abaterea medie pătratică a cursului de schimb pentru un orizont de o zi, a fost considerată ultima observație a seriei de volatilitate istorică, 4,5 la sută iar abaterea medie pătratică, pentru un orizont de o zi, a volatilității cursului de schimb, de 1,54 la sută.

Funcție de aceste date, pentru un orizont de o zi și un nivel de relevanță de 1 la sută, a fost calculat *P/L*-ul portofoliului pentru scenariile de curs de schimb și volatilitate, prezentat în tabelul de mai jos.

Tabel 28. *P/L* portofoliu opțiuni funcție de curs și volatilitate

Volatilitate	Spot	2.9651	3.0452	3.1254	3.2055	3.2856	3.3658	3.4459
	Evoluție spot	-7.50%	-5.00%	-2.50%	0.00%	2.50%	5.00%	7.50%
1.00	P/L portofoliu	-163,961	-47,630	46,837	30,829	-46,393	378,435	801,353
0.50		-158,439	-40,251	54,270	16,993	-111,380	361,741	787,315
0.00		-150,314	-32,585	62,634	0	-189,498	345,194	770,568
-0.50		-141,721	-24,785	71,964	-18,944	-280,177	316,657	754,729
-1.00		-148,734	-31,030	64,428	-4,330	-206,018	339,831	767,126

Măsura *VaR* pentru un orizont de o zi și cu un nivel de relevanță de 1 la sută reprezintă valoarea cea mai mică a *P/L*-ului, respectiv 280 177 EUR.

În cazul calculului *VaR* prin maparea pozițiilor, considerând ca portofoliu a fost delta *hedge*-uit printr-un contract forward, delta portofoliului de opțiuni este 0, măsura *VaR* este:

$$VaR \approx \delta Z_{\alpha} \sigma S - \frac{1}{2} \gamma (Z_{\alpha} \sigma S)^2,$$

unde:

S reprezintă cursul de schimb spot EUR/RON,

δ – delta portofoliului de opțiuni,

γ – gamma portofoliului de opțiuni,

σ – deviația standard a randamentelor cursului spot EUR/RON.

Ca urmare, măsura *VaR* a portofoliului de opțiuni este 423 213 EUR.

Concluzii genarale privind aplicarea modelelor de cuantificare a riscului în cazul României

În ceea ce privește calcularea probabilităților de intrare în faliment calculate pentru societățile cotate la categoria I-a a Bursei de Valori București și a societăților de investiții financiare, conform rezultatelor econometrice:

- Societățile de investiții financiare au cele mai reduse probabilități de intrare în faliment. Rezultatele sunt consistente cu situația financiară a acestora: portofolii diversificate și un grad redus de îndatorare (în perioada analizată raportul dintre datorii și active a variat între 3 și 25 la sută).
- Dintre acțiunile listate la categoria I a BVB cele mai mici probabilități de intrare în faliment le-a avut SNP Petrom.
- Cele mai ridicate probabilități de intrare în faliment au fost înregistrate de Oltchim (OLT). Compania, în perioada 2001 – 2004 a avut capitalul negativ (a fost în faliment tehnic).
- Probabilități ridicate au fost înregistrate și de către Impact (IMP). Această societate, dorind o extindere agresivă, și-a finanțat activitatea prin credite, gradul său de îndatorare fiind în medie, în perioada analizată, de aproximativ 50 la sută.

În ceea ce privește calculul VaR pentru un portofoliu de valute (față de RON), conform rezultatelor statistice:

- Modelul pe bază de volatilitate calculată prin $EWMA$ tinde să subestimeze riscul portofoliului,
- Modelul pe bază de simulare istorică și modelul analitic estimează bine cerințele de capital în perioadele cu volatilitate redusă. În perioada cu volatilitate ridicată, oct. 2004 – feb. 2005 acestea subestimează riscul.
- Măsurile VaR care au la bază modele $GARCH$, datorită caracteristicii *forward looking* a acestora, se comportă bine și în perioadele cu volatilitate ridicată.

În ceea ce privește calculul VaR pentru un portofoliu de acțiuni cotate la Bursa de Valori București, conform rezultatelor statistice:

- Modelul pe bază de mapare a pozițiilor pe baza modelul $CAPM$ subestimează constant riscul de piață al portofoliului. O posibilă explicație pentru aceste

rezultate este faptul că portofoliul conține un număr mic de acțiuni și, ca urmare factorii de risc specifici fiecărei firme au un impact încă semnificativ asupra riscului portofoliului.

- Modelul bazat pe *EWMA* a performat cel mai bine, în perioada analizată producând o singură eroare, în 1841 de observații (incadrându-se în nivelul de relevanță de 1 la sută).
- De asemenea și modelul pe bază de simulare istorică, modelul analitic și modelele bazate pe estimarea volatilității prin modele *GARCH* se încadrează în nivelul de relevanță de 1 la sută (au produs fiecare câte două erori în 1841 de observații pentru modelul analitic și modelul istoric și, respectiv, 2072 de observații pentru modelele *GARCH*). Dintre aceste patru modele se detașează modelele bazate pe *GARCH*, care față de celelalte două implică cerințe de capital mai reduse.
- Dintre cele două modele *GARCH* utilizate, modelul bazat pe metoda analitică implică cerințe de capital inferioare modelului *GARCH* aplicat randamentelor portofoliului, dar în același timp implică cerințe de calcul superioare.

Bibliografie

- [1] Alexander, C (2001) „Market Models: A Guide to Financial Data Analysis”, Wiley.
- [2] Alexander, C. O. (1996) „Evaluating the use of Riskmetrics as a Risk Management Tool for your Operation: What are its Advantages and Limitations?”, în „Derivatives: Use, Trading and Regulations” 2 (1996) 277-285.
- [3] Alexander, C. O. și C. T. Leigt (1997) „On the Covariance Matrices used in Value-at-Risk Models”, Journal of Derivatives 4, 50-62.
- [4] Alexander, Carol și Elizabeth Sheedy, editori, (2004) „The Professional Risk Manager’s Handbook. Volume I: Finance Theory, Financial Instruments and Markets”, PRMIA Publications.
- [5] Alexander, Carol și Elizabeth Sheedy, editori, (2004) „The Professional Risk Manager’s Handbook. Volume II: Mathematical Foundations of Risk Measurement”, PRMIA Publications.
- [6] Alexander, Carol și Elizabeth Sheedy, editori, (2004) „The Professional Risk Manager’s Handbook. Volume III: Risk Management Practices”, PRMIA Publications.
- [7] Arvanitis, Angelo și Jon Gregory (2001) „Credit. The Complete Guide to Pricing, Hedging and Risk Mangement”, Risk Books.
- [8] Banca Națională a României, Norma nr. 12 din 15.12.2003, publicată în Monitorul Oficial nr. 51 din 21.01.2004 privind supravegherea solvabilității și expunerilor mari ale instituțiilor de credit.
- [9] Basle Committee on Banking Supervision (2004) „International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, A Revised Framework”.
- [10] Basle Committee of Banking Supervision (1999) „Principles for the Management of Credit Risk – Consultative Paper”, www.bis.org/publ/bcbs54.pdf.

- [11] Basle Committee of Banking Supervision (1999) „Credit Risk Modelling: Current Practices and Applications”, www.bis.org/publ/bcbs49.pdf.
- [12] Basle Committee of Banking Supervision (1996) „Risk Management Guidelines for Derivatives”.
- [13] Basle Committee of Banking Supervision (1996) „Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks”.
- [14] Basle Committee on Banking Supervision (1988) „International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards”.
- [15] Bauwens, L, S. Laurent și J. Rombouts (2003) „Multivariate GARCH Models: a Survey”, *Journal of Applied Econometrics*.
- [16] Belkin, B., L. R. Forest, S. D. Aguais și S. J. Suchover (1998) „Credit Risk Premiums in Commercial Lending (1)” și „Credit Risk Premiums in Commercial Lending (2)”, KPMG.
- [17] Belkin, B., S. J. Suchover și L. R. Forest (1998) „The Effect of Systematic Credit Risk on Loan Portfolio Value at Risk and Loan Pricing”, *CreditRisk Monitor*.
- [18] Belkin, B., S. J. Suchover, D. H. Wagner și L. R. Forest (1998) „Measures of Credit Risk and Loan Value in LAS”, *KPMG Risk Strategy Practice*, KPMG.
- [19] Berkowitz, J și J. O’Brien (2002) „How Accurate are Value-at-Risk Model at Commercial Banks?”, *The Journal of Finance*, LVII, pp. 1093-1111.
- [20] Bessis, Joel (2002) „Risk Management in Banking, Second Edition”, John Wiley & Sons.
- [21] Black, Fischer (1976) „The Pricing of Commodity Contracts”, *Journal of Financial Economics* 3, March 1976, 167-179.
- [22] Bollerslev, T (1990) „Modelling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalised ARCH Model”, *Review of Economics and Statistics*, 72, pp 498-505.
- [23] Boudoukh, J., M. Richardson și R. Whitelaw (1998) „The Best of Both Worlds: A Hybrid Approach to Calculating Value at Risk”, *Risk*, Vol. 11, 64-67.

- [24] Bowie, Jonathan și Peter Carr (1994), „Static Simplicity” Risk, August 1994, 44-49.
- [25] British Bankers’ Association (2004) Credit Derivatives Report 2003/2004.
- [26] Briys, E., M. Bellalah, H. M. Mai și F de Varenne (1998) „Options, Futures and Exotic Derivatives. Theory, Application and Practice”, John Wiley & Sons.
- [27] Carr, Peter și Andrew Chou (1997) „Breaking Barriers”, Risk, September 1997, 139-144.
- [28] Carty, Lea V. și Dana Liberman (1996) „Corporate Bond Defaults and Defaults Rates 1938 – 1995”, Moody’s Investor Service Global Credit Research.
- [29] Chacko, George, Anders Sjoman, Hideto Motohashi, Vincent Dessain (2006) „Credit Derivatives. A Primer on Credit Risk, Modeling, and Instruments”, Wharton School Publishing.
- [30] Chance, Don M. (2003) „Analysis of Derivatives for the CFA Program”, AIMR.
- [31] Chorafas, Dimitris N. (2000) „Managing Credit Risk, Volume I – Analysing, rating and pricing the probability of default”, Euromoney Books.
- [32] Chorafas, Dimitris N. (2000) „Managing Credit Risk, Volume II – The lessons of VaR failures and imprudent exposure”, Euromoney Books.
- [33] Chriss, Neil și Michael Ong (1995) „Digitals Defused” Risk, December 1995, 56-59.
- [34] Cook, Julian (1996) „Breaking Breakers”, Futures and Options World, December 1996, 22-23.
- [35] Council of European Communities, Council Directive 93/6/EEC of 15 March 1993 on the capital adequacy of investments firms and credit institutions.
- [36] Cossin, Didier și Hugues Pirotte (2001) „Advanced Credit Risk Analysis”, John Wiley & Sons.
- [37] Credit Suisse First Boston (1997) „CreditRisk+, A Credit Risk Management Framework”.
- [38] Crosbie, Peter și Jeff Bohn (2003) „Modeling Default Risk”, Moody’s KMV

- [39] Crouhy, Michel, Dan Galai și Robert Mark (2001) „Risk Management”, McGraw-Hill.
- [40] Cuthbertson, Keith și Dirk Nitzsche (2001) „Financial Engineering. Derivatives and Risk Management”, John Wiley & Sons.
- [41] Das, Satyajit (2004) „Swaps/Financial Derivatives. Products, Pricing Applications and Risk Management, Third Edition”, Volumul 1, John Wiley & Sons.
- [42] Das, Satyajit (2004) „Swaps/Financial Derivatives. Products, Pricing Applications and Risk Management, Third Edition”, Volumul 2, John Wiley & Sons.
- [43] Das, Satyajit (2004) „Swaps/Financial Derivatives. Products, Pricing Applications and Risk Management, Third Edition”, Volumul 3, John Wiley & Sons.
- [44] Das, Satyajit (2004) „Swaps/Financial Derivatives. Products, Pricing Applications and Risk Management, Third Edition”, Volumul 4, John Wiley & Sons.
- [45] Das, Satyajit (2000) „Credit Derivatives and Credit Linked Notes, 2nd Edition”, John Wiley & Sons.
- [46] Derman, Emanuel, Deniz Ergener și Iraj Kani (1997) „Static Options Replication” în Konishi, Atsuo și Ravi E. Dattatreya (1997) „Frontiers in Derivatives”, Irwin Publishing.
- [47] Dravid, Anjay, Matthew Richardson și Tongsheng Sun (1993) „Pricing Foreign Index Contingent Claims: An Application to Nikkei Index Warrants”, Journal of Derivatives, Fall 1993, 33-51.
- [48] Duffee, Gregory R (1995) „Estimating the Price of Default Risk”, Working Paper, Federal reserve Board.
- [49] Elizalde, Abel (2005) „Credit Risk Models I: Default Correlation in Intensity Models”.
- [50] Elizalde, Abel (2005) „Credit Risk Models II: Structural Models”.

- [51] Elizalde, Abel (2005) „Credit Risk Models III: Reconciliation Reduced-Structural Models”.
- [52] Engle, Robert F., editor, (1995) „ARCH. Selected Readings”, Oxford University Press.
- [53] Fabozzi, Frank J. editor (2004) „Fixed Income Readings for the Chartered Financial Analyst Program, Second Edition”, AIMR.
- [54] Fabozzi, Frank J. editor (2002) „The Handbook of Financial Instruments”, Wiley Finance.
- [55] Gallati, Reto (2003) „Risk Management and Capital Adequacy”, McGraw-Hill.
- [56] Gastineau, Gary (1993) „An Introduction to Special Purpose Derivatives: Options with a Payout Depending on More Than One Variable, Journal of Derivatives, Fall 1993, 98-104.
- [57] Ginzberg, A., K. Maloney și R. Wilner (1994) „Risk Rating Migration and Valuation of Floating Rate Debt”, working paper, Citicorp.
- [58] Gordy, Michael B., editor, (2003) „Credit Risk Modelling. The Cutting-edge Collection”, Risk Books.
- [59] Greene, William H. (2000) „Econometric Analysis, Fourth Edition”, Prentice Hall International.
- [60] Gregory, Jon, Editor (2003) „Credit Derivatives. The Definitive Guide”, Incisive Media.
- [61] Griliches, Zvi și Michael D. Intriligator (1984) „Handbook of Econometrics Volume 4”, <http://www.elsevier.nl/hes/homepage/menu.htm>, Capitolul 49, Bollerslev, T.; R. Engle, D. Nelson, “ARCH Models”.
- [62] Hamilton, James D. (1994) „Time Series Analysis”, Princeton University Press.
- [63] Harrison, J. M. și D Kreps (1979) „Martingales and Arbitrage in Multi-Period Security Markets”, Journal of Economic Theory, 381-408.
- [64] Harrison, J. M. și S. R. Pliska (1981) „Martingales and Stochastic Integrals”, Stochastic Processes and Their Applications, August 1981, 215-260.

- [65] Hull, John C. (2007) „Risk Management and Financial Institutions”, Prentice Hall.
- [66] Hull, John C. (2006) „Options, Futures and other Derivatives, Sixth Edition”, Prentice Hall.
- [67] Hull, John C. (2003) „Options, Futures and other Derivatives, Fifth Edition”, Prentice Hall.
- [68] Hull, John, și Alan White (1998) „Incorporating Volatility Updating into the Historical Simulation Method for Value-at-Risk”, *Journal of Risk*, Vol. 1, Fall, 5-19.
- [69] Hull, John C. și Alan White (1993) „Efficient Procedures for Valuing European and American Path-Dependent Options”, *Journal of Derivatives*, Fall 1993, 21-31.
- [70] International Swaps and Derivatives Association, ISDA Market Surveys, 1987 – 2005.
- [71] J.P. Morgan (1997) „CreditMetrics – Technical Document”.
- [72] J. P. Morgan/Reuters (1996) „RiskMetrics – Technical Document, Fourth Edition”.
- [73] Jorion, Philippe (2003) „Financial Risk Manager Handbook, Second Edition”, John Wiley & Sons.
- [74] Jorion, Philippe (2001) „Value at Risk, Second Edition”, McGraw-Hill.
- [75] Kat, Harry M. (1995) „Pricing Lookback Options using Binomial Trees: An Evaluation”, *Journal of Financial Engineering*, December 1995, 375-397.
- [76] Kreps, D (1982) „Multiperiod Securities and the Efficient Allocation of Risk: A Comment on the Black-Scholes Option Pricing Model” în McCall, J. J., editor, (1982) „The Economics of Uncertainty and Information”, University of Chicago Press.
- [77] Li, David X. (1999) „Value at Risk Base don the Volatility, Skewness and Kurtosis”, RiskMetrics.

- [78] Litterman, R. și Thomas Iben (1991) „Corporate Bond Valuation and the Term Structure of Credit Spreads”, *Journal of Portfolio Management*, Spring 1991, 52-64.
- [79] Lore, Mark și Lev Borodovsky editori (2000) „The Professional Handbook of Financial Risk Management”, Butterworth Heinemann.
- [80] Malz, Allan M. (2001) „Vega Risk and the Smile”, *Journal of Risk*, Vol. 3, No. 2, Winter 2000/2001.
- [81] Manganelli, Simone și Robert F. Engle (2001) „Value at Risk Models in Finance”, European Central Bank, Working Paper Series, Working Paper No. 75.
- [82] Marwick Peat (1998) „Loan Analysis System, KPMG Financial Consulting Services.
- [83] Mina, Jorge și Jerry Yi Xiao (2001) „Return to RiskMetrics: The Evolution of a Standard”, RiskMetrics.
- [84] Mina, Jorge și Andrew Ulmer (1999) „Delta-Gamma Four Ways”, RiskMetrics.
- [85] Moody’s Investor Service (2002) Special Comment „Default & Recovery Rates of European Corporate Bond Issuers, 1985-2001”.
- [86] Moody’s Investor Service (2000) „RiskCalc for Private Companies: Moody’s Default Model”.
- [87] Nielsen, Soren S. și Ehud I. Ronn (1996) „The Valuation of Default Risk in Corporate Bonds and Interest Rate Swaps”, Working Paper, University of Texas at Austin.
- [88] Ong, Michael K. editor (2004) „The Basel Handbook. A Guide for Financial Practitioners”, Incisive Media.
- [89] Ong, Michael K. editor (2002) „Credit Ratings. Methodologies, Rationale and Default Risk”, Risk Books.
- [90] Priest, Andrew (1997) „Banks Hit by Exotic Losses”, *Risk*, January 1997.
- [91] Raaji, Gabriela de și Burkhard Raunig (1998) „A Comparison of Value at Risk Approaches and Their Implications for Regulators” ONB Focus on Austria 4/1998.

- [92] Reed, Nick (1997) „Aussie Get their Betting Slips”, Risk, January 1997.
- [93] Rosen, Dan (2004) „Credit Risk Capital Calculation”, în Alexander, Carol și Elizabeth Sheedy editori, (2004), „The Professional Risk Managers’ Handbook” Volumul III, PRMIA Publications.
- [94] Schmid, Bernd (2004) „Credit Risk Pricing Models, Theory and Practice, Second Edition”, Springer Finance.
- [95] Schroeck, Gerhard (2002) „Risk Management and Value Creation in Financial Institutions”, John Wiley & Sons.
- [96] Shimko, David editor (2004) „Credit Risk, Models and Management, Second Edition”, Incisive Financial Publishing.
- [97] Smithson, Charles W. (2003) „Credit Portfolio Management”, John Wiley & Sons.
- [98] Skinner, Frank (2005) „Pricing and Hedging Interest and Credit Risk Senzitive Instruments”, Elsevier.
- [99] Standard and Poor’s (2003) „Special Report: Ratings Performance 2002”.
- [100] Taleb, Nassim (1997) „Dynamic Hedging”, John Wiley and Sons.
- [101] Turnbull, S. și Wakeman, L (1991) „A Quick Algorithm for Pricing European Average Options”, Journal of Quantitative Analysis 377 – 389.
- [102] Van Deventer, Donald R. și Kenji Imai (2003) „Credit Risk Models & the Basel Accords”, John Wiley & Sons.
- [103] Wilmott, Paul (1998) „Derivatives: The Theory and Practice of Financial Engeneering”, John Wiley and Sons.
- [104] Wilson, Thomas C. (1997) „Portfolio Credit Risk (I)”, Risk Magazine.
- [105] Zhang, Peter G. (1998), „Exotic Options, 2nd Edition”, World Scientific.

Anexe

Anexa I. Cod Matlab model Merton

Procedura Matlab pentru modelul lui Merton

```
function [pd yy]=merton2(F,r,E,sigma_E,guess)

%x(1)- active

%x(2)- volatilitatea activelor

%constante: F - datoriile totale, E - valoarea de piata a
capitalului, r-rata dobanzii,

%t-time to default,sigma_E-volatilitatea capitalului

%X-sistemul de ecuatii

%guess-vector cu valori initiale pentru active si volatilitatea
activelor

t=1;

options.MaxFunEvals=100000;

for i=1:length(F)

X=@(x)[x(1)*normcdf((log(x(1)/F(i))+r(i)+1/2*exp(x(2))^2)*t)/(exp(x(
2))*t^.5))-F(i)*exp(-
r(i)*t)*normcdf((log(x(1)/F(i))+r(i)+1/2*exp(x(2))^2)*t)/(exp(x(2))*
t^.5)-exp(x(2))*t^.5)-E(i);

exp(x(2))*x(1)/E(i)*normcdf((log(x(1)/F(i))+r(i)+1/2*exp(x(2))^2)*t)
/(exp(x(2))*t^.5))-sigma_E(i)];
    y=fsolve(X,guess(i,:),options);

    %PD= 1-N(d2)
    pd(i)=1-
normcdf((log(y(1)/F(i))+r(i)+1/2*exp(y(2))^2)*t)/(exp(y(2))*t^.5)-
exp(y(2))*t^.5);

    yy(i)=[exp(y(2))];

end
```

Cod Matlab pentru generarea probabilităților de intrare în faliment

```
d=xlsread('date merton',2);
n = size(d,1);
F=d(1:n,2);
r = d(1:n,9);
E = d(1:n,7);
sigma = d(1:n,8); %volatilitatea pretului actiunii
guess = [(d(1:n,1)), log(0.2)*ones(size(d(1:n,:),1),1)];
[pd y] = merton2(F, r/100, E, sigma, guess);
%Output
%pd - probabilitatea de intrare in faliment intr-un orizont de un an
%y - volatilitatea implicita a activelor
```

Anexa II. VaR pentru un portofoliu de monede

Anexa II.1. Testul de staționaritate ADF

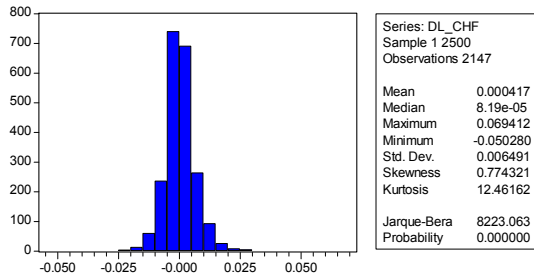
	t-statistic	Probabilitate asociată
CHF	-29.6555	0
EUR	-29.1738	0
GBP	-33.9879	0
USD	-40.7971	0
Portofoliu	-29.1039	0

Valori critice asociate testului ADF

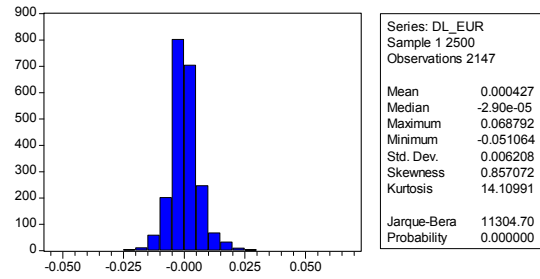
Nivel de relevanță	t-statistic
1%	-2.56604
5%	-1.94097
10%	-1.61660

Anexa II.2. Testul Jarque-Berra

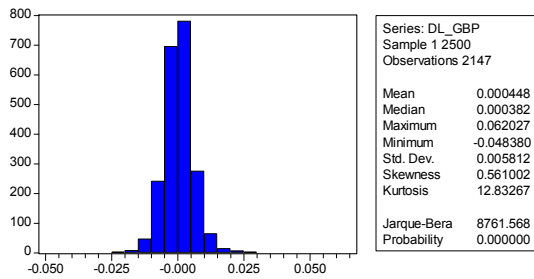
CHF



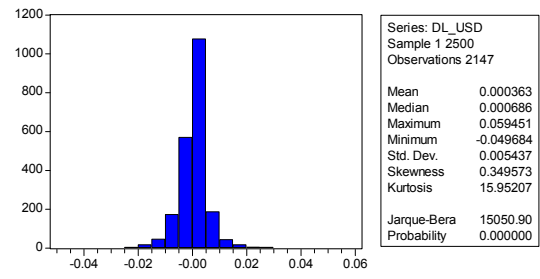
EUR



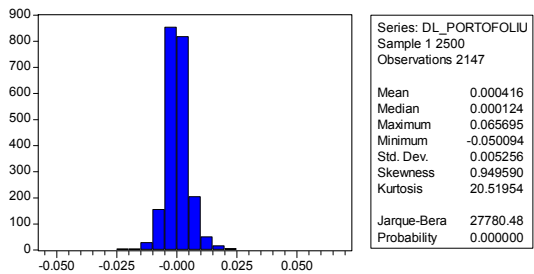
GBP



USD



Portofoliu



Anexa II.3. Modele *GARCH* pentru cursul de schimb

CHF - *GARCH* (1,1)

Dependent Variable: DL_CHF

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)

Date: 06/10/07 Time: 17:53

Sample (adjusted): 2 2148

Included observations: 2147 after adjustments

Convergence achieved after 14 iterations

Variance backcast: ON

$GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3.90E-05	0.000101	0.385860	0.6996
Variance Equation				
C	4.16E-07	1.38E-07	3.022942	0.0025
RESID(-1)^2	0.084305	0.012060	6.990660	0.0000
GARCH(-1)	0.908096	0.012713	71.43189	0.0000
GED PARAMETER	1.374586	0.046670	29.45356	0.0000
R-squared	-0.003397	Mean dependent var		0.000417
Adjusted R-squared	-0.005271	S.D. dependent var		0.006491
S.E. of regression	0.006508	Akaike info criterion		-7.509880
Sum squared resid	0.090713	Schwarz criterion		-7.496671
Log likelihood	8066.856	Durbin-Watson stat		1.861745

EUR - EGARCH (2,1)

Dependent Variable: DL_EUR

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)

Date: 06/10/07 Time: 18:12

Sample (adjusted): 2 2148

Included observations: 2147 after adjustments

Convergence achieved after 15 iterations

Variance backcast: ON

GED parameter fixed at 1.5

$$\text{LOG(GARCH)} = C(2) + C(3)*\text{ABS}(\text{RESID}(-1)/\text{@SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + \\ C(4)*\text{ABS}(\text{RESID}(-2)/\text{@SQRT}(\text{GARCH}(-2))) + C(5)*\text{RESID}(-1) \\ / \text{@SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + C(6)*\text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-2.55E-05	7.85E-05	-0.324720	0.7454

Variance Equation

C(2)	-0.280479	0.051450	-5.451512	0.0000
C(3)	0.425712	0.038998	10.91631	0.0000
C(4)	-0.191949	0.039350	-4.878040	0.0000
C(5)	-0.031989	0.011796	-2.711871	0.0067
C(6)	0.990178	0.003969	249.5045	0.0000

R-squared	-0.005308	Mean dependent var	0.000427
Adjusted R-squared	-0.007655	S.D. dependent var	0.006208
S.E. of regression	0.006231	Akaike info criterion	-7.780492
Sum squared resid	0.083138	Schwarz criterion	-7.764641
Log likelihood	8358.358	Durbin-Watson stat	1.841563

GBP - EGARCH (2,1)

Dependent Variable: DL_GBP

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)

Date: 06/10/07 Time: 18:44

Sample (adjusted): 2 2148

Included observations: 2147 after adjustments

Convergence achieved after 20 iterations

Variance backcast: ON

LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(-1))/@SQRT(GARCH(-1)) +
C(4)*ABS(RESID(-2))/@SQRT(GARCH(-2)) + C(5)*LOG(GARCH(-1))

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000324	0.000102	3.158979	0.0016
Variance Equation				
C(2)	-0.389398	0.117962	-3.301050	0.0010
C(3)	0.319204	0.043642	7.314163	0.0000
C(4)	-0.171204	0.042849	-3.995547	0.0001
C(5)	0.973723	0.009944	97.92397	0.0000
GED PARAMETER	1.468441	0.055310	26.54932	0.0000
R-squared	-0.000459	Mean dependent var		0.000448
Adjusted R-squared	-0.002796	S.D. dependent var		0.005812
S.E. of regression	0.005820	Akaike info criterion		-7.657649
Sum squared resid	0.072523	Schwarz criterion		-7.641798
Log likelihood	8226.486	Durbin-Watson stat		1.796292

USD - EGARCH (2,1)

Dependent Variable: DL_USD

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)

Date: 06/10/07 Time: 18:50

Sample (adjusted): 2 2148

Included observations: 2147 after adjustments

Convergence achieved after 28 iterations

Variance backcast: ON

LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(-1))/@SQRT(GARCH(-1)) +
C(4)*ABS(RESID(-2))/@SQRT(GARCH(-2)) + C(5)*LOG(GARCH(-1))

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000912	2.53E-05	36.07981	0.0000
Variance Equation				
C(2)	-0.244413	0.033804	-7.230363	0.0000
C(3)	0.387738	0.049394	7.849955	0.0000
C(4)	-0.131019	0.050246	-2.607547	0.0091
C(5)	0.995705	0.002201	452.3278	0.0000
GED PARAMETER	1.405943	0.054770	25.66986	0.0000
R-squared	-0.010217	Mean dependent var		0.000363
Adjusted R-squared	-0.012577	S.D. dependent var		0.005437
S.E. of regression	0.005471	Akaike info criterion		-8.652594
Sum squared resid	0.064077	Schwarz criterion		-8.636743
Log likelihood	9294.559	Durbin-Watson stat		1.736557

Portofoliu - TAR_{CH} (1,1,1)

Dependent Variable: DL_PORTOFOLIU

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)

Date: 06/10/07 Time: 18:59

Sample (adjusted): 2 2148

Included observations: 2147 after adjustments

Convergence achieved after 14 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)
+ C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000105	7.91E-05	1.330912	0.1832
Variance Equation				
C	4.03E-07	1.33E-07	3.039335	0.0024
RESID(-1)^2	0.091060	0.014627	6.225603	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	0.037143	0.022472	1.652868	0.0984
GARCH(-1)	0.881221	0.015672	56.23031	0.0000
GED PARAMETER	1.322388	0.045607	28.99529	0.0000
R-squared	-0.003503	Mean dependent var		0.000416
Adjusted R-squared	-0.005847	S.D. dependent var		0.005256
S.E. of regression	0.005271	Akaike info criterion		-8.019903
Sum squared resid	0.059493	Schwarz criterion		-8.004052
Log likelihood	8615.366	Durbin-Watson stat		1.761480

Anexa III. VaR pentru un portofoliu de acțiuni

Anexa III.1. Testul de staționaritate ADF

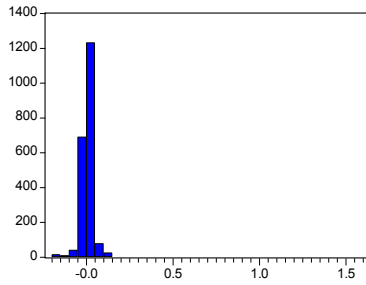
	t-statistic	Probabilitate asociată
ATB	-45.0283	0.0001
IMP	-27.9898	0.0000
TBM	-45.7567	0.0001
TLV	-31.7558	0.0000
BET	-36.4676	0.0000
Portofoliu	-11.4080	0.0000

Valori critice asociate testului ADF

Nivel de relevanță	t-statistic
1%	-3.43330
5%	-2.86273
10%	-2.56745

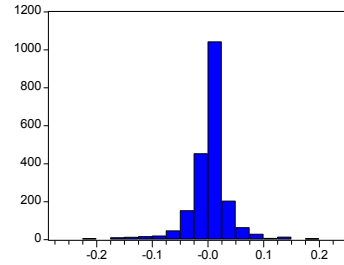
Anexa III.2. Testul Jarque-Berra

ATB



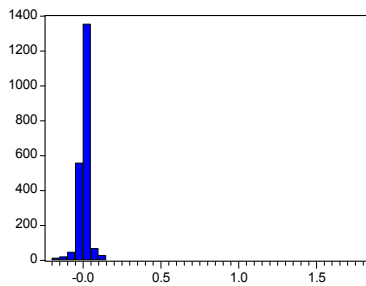
Series: DLN_ATB	
Sample 1 2100	
Observations 2090	
Mean	0.002217
Median	0.000000
Maximum	1.579562
Minimum	-0.162751
Std. Dev.	0.046814
Skewness	18.17779
Kurtosis	619.4992
Jarque-Bera	33212976
Probability	0.000000

IMP



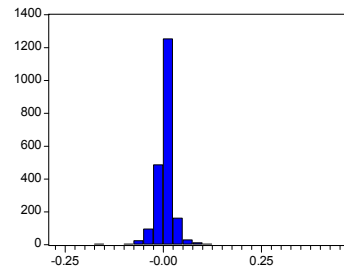
Series: DLN_IMP	
Sample 1 2100	
Observations 2090	
Mean	0.001208
Median	0.000000
Maximum	0.241944
Minimum	-0.270620
Std. Dev.	0.040241
Skewness	-0.370415
Kurtosis	12.44658
Jarque-Bera	7818.918
Probability	0.000000

TBM



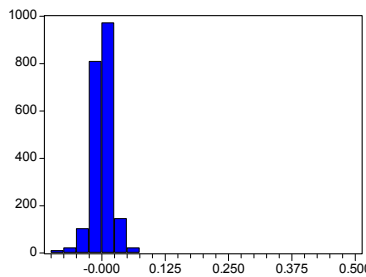
Series: DLN_TBM	
Sample 1 2100	
Observations 2090	
Mean	0.001890
Median	0.000000
Maximum	1.798494
Minimum	-0.184093
Std. Dev.	0.051122
Skewness	20.74361
Kurtosis	732.6264
Jarque-Bera	46509111
Probability	0.000000

TLV



Series: DLN_TLV	
Sample 1 2100	
Observations 2090	
Mean	0.002376
Median	0.000000
Maximum	0.474894
Minimum	-0.262364
Std. Dev.	0.030051
Skewness	3.754518
Kurtosis	77.53756
Jarque-Bera	488732.0
Probability	0.000000

Portofoliu



Series: DLN_PORTOFOLIU	
Sample 1 2100	
Observations 2090	
Mean	0.001923
Median	0.001221
Maximum	0.487856
Minimum	-0.099785
Std. Dev.	0.023377
Skewness	6.518779
Kurtosis	132.5431
Jarque-Bera	1476185.
Probability	0.000000

Anexa III.3. Modele *GARCH* pentru estimarea volatilității acțiunilor

ATB – *GARCH(1,1)*

Dependent Variable: DLN_ATB

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)

Date: 06/19/07 Time: 20:47

Sample (adjusted): 2 2091

Included observations: 2090 after adjustments

Convergence achieved after 369 iterations

Variance backcast: ON

$GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	4.80E-06	0.000448	0.010706	0.9915
Variance Equation				
C	0.000259	1.74E-05	14.88917	0.0000
RESID(-1)^2	0.565227	0.063491	8.902477	0.0000
GARCH(-1)	0.202583	0.030073	6.736352	0.0000
GED PARAMETER	1.201038	0.016458	72.97498	0.0000
R-squared	-0.002234	Mean dependent var		0.002217
Adjusted R-squared	-0.004157	S.D. dependent var		0.046814
S.E. of regression	0.046911	Akaike info criterion		-4.557171
Sum squared resid	4.588325	Schwarz criterion		-4.543667
Log likelihood	4767.244	Durbin-Watson stat		1.966671

IMP – TARCH(1,1,1)

Dependent Variable: DLN_IMP

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)

Date: 06/19/07 Time: 20:54

Sample (adjusted): 2 2091

Included observations: 2090 after adjustments

Failure to improve Likelihood after 20 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)
+ C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	6.55E-07	0.000263	0.002493	0.9980
Variance Equation				
C	6.59E-05	1.17E-05	5.626147	0.0000
RESID(-1)^2	0.236443	0.041600	5.683800	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.174430	0.041201	-4.233653	0.0000
GARCH(-1)	0.779160	0.021360	36.47797	0.0000
GED PARAMETER	0.863561	0.032980	26.18441	0.0000
R-squared	-0.000901	Mean dependent var		0.001208
Adjusted R-squared	-0.003303	S.D. dependent var		0.040241
S.E. of regression	0.040308	Akaike info criterion		-4.495144
Sum squared resid	3.385916	Schwarz criterion		-4.478939
Log likelihood	4703.426	Durbin-Watson stat		1.804807

TBM – TARCH(1,1,1)

Dependent Variable: DLN_TBM

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)

Date: 06/19/07 Time: 20:57

Sample (adjusted): 2 2091

Included observations: 2090 after adjustments

Convergence achieved after 31 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)
+ C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1.42E-05	0.000505	0.028193	0.9775
Variance Equation				
C	0.000224	1.77E-05	12.65842	0.0000
RESID(-1)^2	0.219177	0.030526	7.180124	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.088261	0.031463	-2.805261	0.0050
GARCH(-1)	0.438176	0.035206	12.44611	0.0000
GED PARAMETER	1.201112	0.012932	92.87931	0.0000
R-squared	-0.001346	Mean dependent var		0.001890
Adjusted R-squared	-0.003749	S.D. dependent var		0.051122
S.E. of regression	0.051217	Akaike info criterion		-4.640161
Sum squared resid	5.466790	Schwarz criterion		-4.623955
Log likelihood	4854.968	Durbin-Watson stat		2.000499

TLV – GARCH(1,1)

Dependent Variable: DLN_TLV

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)

Date: 06/19/07 Time: 21:01

Sample (adjusted): 2 2091

Included observations: 2090 after adjustments

Convergence achieved after 112 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.24E-06	0.000313	0.007136	0.9943
Variance Equation				
C	8.81E-05	8.79E-06	10.02665	0.0000
RESID(-1)^2	0.280243	0.021989	12.74448	0.0000
GARCH(-1)	0.444706	0.030250	14.70095	0.0000
GED PARAMETER	1.092402	0.010476	104.2764	0.0000
R-squared	-0.006242	Mean dependent var		0.002376
Adjusted R-squared	-0.008172	S.D. dependent var		0.030051
S.E. of regression	0.030174	Akaike info criterion		-5.063941
Sum squared resid	1.898285	Schwarz criterion		-5.050436
Log likelihood	5296.818	Durbin-Watson stat		2.096818

Portofoliu – EGARCH(1,1)

Dependent Variable: DLN_PORTOFOLIU

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)

Date: 06/19/07 Time: 21:03

Sample (adjusted): 2 2091

Included observations: 2090 after adjustments

Convergence achieved after 38 iterations

Variance backcast: ON

LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(-1))/@SQRT(GARCH(-1)) +
C(4)*LOG(GARCH(-1))

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.001263	0.000241	5.230850	0.0000
Variance Equation				
C(2)	-0.494389	0.057658	-8.574443	0.0000
C(3)	0.305973	0.032896	9.301278	0.0000
C(4)	0.966439	0.005821	166.0242	0.0000
GED PARAMETER	1.069191	0.027914	38.30279	0.0000
R-squared	-0.000797	Mean dependent var		0.001923
Adjusted R-squared	-0.002717	S.D. dependent var		0.023377
S.E. of regression	0.023409	Akaike info criterion		-5.424265
Sum squared resid	1.142504	Schwarz criterion		-5.410760
Log likelihood	5673.357	Durbin-Watson stat		1.836015